辽宁凌源市2024年高考数学五模试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $A>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3},\ 0)$，其相邻一条对称轴方程为 $x=\frac{7\pi}{12}$，该对称轴处所对应的函数值为 -1，为了得到 $g(x)=\cos 2x$ 的图象，则只要将 $f(x)$ 的图象(　　)

A．向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　B．向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

C．向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　D．向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

2．$F(-c,0)$ 为双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2+y^2=\frac{3}{4}c^2$ 交于 A、B 两点，（A 在 F、B 之间）与双曲线 E 在第一象限的交点为 P，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{3}{100}c^2$，则双曲线 E 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{5}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．5

3．已知函数 $f(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+1}$，$g(x)=-x+m+2$，若对任意 $x_1\in[1,3]$，总存在 $x_2\in[1,3]$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立，则实数 m 的取值范围为（　　）

A．$\left[\frac{17}{2},9\right]$　　B．$\left(-\infty,\frac{17}{2}\right]\cup[9,+\infty)$

C．$\left[\frac{17}{4},\frac{9}{2}\right]$　　D．$\left(-\infty,\frac{17}{4}\right]\cup\left[\frac{9}{2},+\infty\right)$

4．已知函数 $y=\begin{cases}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in z),\\ -\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)(k\in z),\end{cases}$ 的图象与直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 恰有四个公共点 $A(x_1,y_1),B(x_1,y_2),C.(x_3,y_3),D(x_4,y_4)$，其中 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $(x_4+2)\tan x_4=$（　　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}+2$

5．已知集合$\mathrm{A}=\{\mathrm{x}\mid \mathrm{x}>0\}$，$\mathrm{B}=\{\mathrm{x}\mid \mathrm{x}^2-\mathrm{x}+\mathrm{b}=0\}$，若$A\cap B=\{3\}$，则$b=$（　）

A．-6　　B．6　　C．5　　D．-5

6．“哥德巴赫猜想”是近代三大数学难题之一，其内容是：一个大于2的偶数都可以写成两个质数(素数)之和，也就是我们所谓的“1+1”问题.它是1742年由数学家哥德巴赫提出的，我国数学家潘承洞、王元、陈景润等在哥德巴赫猜想的证明中做出相当好的成绩.若将6拆成两个正整数的和，则拆成的和式中，加数全部为质数的概率为（　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{3}$

7．已知直线$\sqrt{3}x-y+m=0$过双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F$，且与双曲线$C$在第二象限交于点$A$，若$|FA|=|FO|$（$O$为坐标原点），则双曲线$C$的离心率为

A．2　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{5}-1$

8．复数$\frac{1-i}{2-i}$的共轭复数对应的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

9．已知复数z满足$z\cdot i^{2020}=1+i^{2019}$（其中$i$为虚数单位），则复数$z$的虚部是（　）

A．-1　　B．1　　C．$-i$　　D．i

10．关于函数$f(x)=|\cos x|+\cos|2x|$，有下列三个结论:①π是$f(x)$的一个周期；②$f(x)$在$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上单调递增；③$f(x)$的值域为$[-2,2]$.则上述结论中，正确的个数为（）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

11．已知集合$A=\left\{x\middle|y=\lg\sin x+\sqrt{9-x^2}\right\}$，则$f(x)=\cos2x+2\sin x$，$x\in A$的值域为（　）

A．$\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　B．$\left(1,\frac{3}{2}\right]$　　C．$\left(-1,\frac{1}{2}\right]$　　D．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},2\right)$

12．已知随机变量X服从正态分布$N(1,4)$，$P(X>2)=0.3$，$P(X<0)=$（　）

A．0.2　　B．0.3　　C．0.7　　D．0.8

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若函数$f(x)=C_n^0x^{2n-1}-C_n^1x^{2n}+C_n^2x^{2n+1}-\cdots+C_n^r(-1)^rx^{2n-1+r}+\cdots C_n^n(-1)^nx^{3n-1}$，其中$n\in N^+$且$n\geq2$，则$f'(1)=$_____.

14．已知 $F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$ 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，双曲线 C 的渐近线上存在点 P 满足 $|PF_1|=2|PF_2|$，则 b 的最大值为_____.

15．已知函数 $f(x)=e^x(x+1)^2$，令 $f_1(x)=f'(x)$，$f_{n+1}(x)=f_n'(x)\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，若 $f_n(x)=e^x\left(a_nx^2+b_nx+c_n\right)$，$[m]$ 表示不超过实数 m 的最大整数，记数列 $\left\{\frac{2a_n}{2c_n-b_n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $\left[3S_{2000}\right]=$_____

16．数列 $\{a_n\}$ 满足递推公式 $a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$，且 $a_1=a_2$，$a_{2019}\cdot a_{2020}=2020$，则 $a_1^2+a_2^2+\ldots+a_{2019}^2=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x}-x+a\ln x$.

（1）若 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上为单调函数，求实数 a 的取值范围：

（2）若 $\frac{3\sqrt{2}}{2}\le a\le\frac{5}{2}$，记 $f\left(x\right)$ 的两个极值点为 x_1，x_2，记 $\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}$ 的最大值与最小值分别为 M，m，求 $M-m$ 的值.

18．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足，$a_1=1$，$a_2=4$，且 $a_{n+2}-4a_{n+1}+3a_n=0\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$.

（1）求证：数列 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 为等比数列，并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=2n\cdot a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

19．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-ax^2(a>0)$（其中 $\mathrm{e}=2.718\mathrm{L}$ 是自然对数的底数）

（1）若 $f(x)$ 在 R 上单调递增，求正数 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ f（x）在 $x=x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ 处导数相等，证明：$x_1+x_2<2\ln 2a$；

（3）当 $a=\frac{1}{2}$ 时，证明：对于任意 $k\le\frac{1}{e}+1$，若 $b<\frac{1}{2}$，则直线 $y=kx+b$ 与曲线 $y=f(x)$ 有唯一公共点（注：当 $k>1$ 时，直线 $y=x+k$ 与曲线 $y=e^x$ 的交点在 y 轴两侧）.

20．（12 分）已知函数 $f(x)=e^{x-a}-\ln(x+a)(a>0)$.

（1）证明：函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在唯一的零点；

（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的最小值为 1，求 a 的值.

21.（12 分）在极坐标系中，曲线C的极坐标方程为$\rho=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3}}{2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)},0\le\theta<\dfrac{\pi}{2},\\ 1,\dfrac{\pi}{2}\le\theta\le\pi.\end{cases}$

（1）求曲线C与极轴所在直线围成图形的面积；

（2）设曲线C与曲线$\rho\sin\theta=\dfrac{1}{2}$交于$A$，$B$两点，求$|AB|$.

22.（10 分）已知函数$f(x)=|x+a|+|x-b|$，(其中$a>0$，$b>0$).

（1）求函数$f(x)$的最小值M.

（2）若$2c>M$，求证：$c-\sqrt{c^2-ab}<a<c+\sqrt{c^2-ab}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由函数的图象的顶点坐标求出A，由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值，可得$f\left(x\right)$的解析式，再根据函数$y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象变换规律，诱导公式，得出结论.

【详解】

根据已知函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$

（其中$A>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）的图象过点$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$，$\left(\dfrac{7\pi}{12},-1\right)$，

可得$A=1$，$\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{7\pi}{12}-\dfrac{\pi}{3}$，

解得：$\omega=2$.

再根据五点法作图可得$2\cdot\dfrac{\pi}{3}+\varphi=\pi$，

可得：$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，

可得函数解析式为：$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

故把$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度，

可得$y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos2x$的图象，

故选***B***.

【点睛】

本题主要考查由函数$y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的部分图象求解析式，由函数的图象的顶点坐标求出***A***，由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值，函数$y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象变换规律，诱导公式的应用，属于中档题.

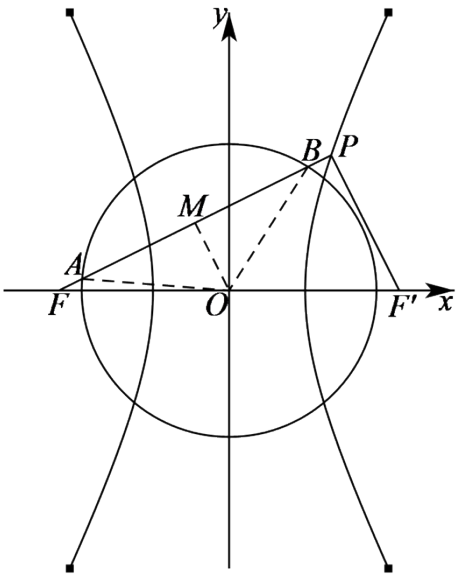
2、**D**

【解析】

过点O作$OM\perp PF$，可得出点M为AB的中点，由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{3}{100}c^2$可求得$\cos\angle AOB$的值，可计算出$\cos\dfrac{\angle AOB}{2}$的值，进而可得出$\left|OM\right|$，结合$\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$可知点$M$为$PF$的中点，可得出$\left|PF'\right|$，利用勾股定理求得$\left|PF\right|$（$F'$为双曲线的右焦点），再利用双曲线的定义可求得该双曲线的离心率的值.

【详解】

如下图所示，过点O作$OM\perp PF$，设该双曲线的右焦点为F'，连接PF'.



$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{\sqrt{3}}{2}c\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}c\cdot\cos\angle AOB=-\frac{3}{100}c^2$，$\therefore\cos\angle AOB=-\frac{1}{25}$.

$\therefore\cos\frac{\angle AOB}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\angle AOB}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$，$\therefore|OM|=|OA|\cos\frac{\angle AOB}{2}=\frac{3}{5}c$，

Q $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，$\therefore M$ 为 PF 的中点，$\therefore PF'//OM$，$\angle FPF'=90°$，$|PF'|=2|OM|=\frac{6c}{5}$，

$\therefore|PF|=\sqrt{(2c)^2-|PF'|^2}=\frac{8c}{5}$，

由双曲线的定义得$|PF|-|PF'|=2a$，即$\frac{2c}{5}=2a$，

因此，该双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=5$.

故选：D.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解，解题时要充分分析图形的形状，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

3、C

【解析】

将函数$f(x)$解析式化简，并求得$f'(x)$，根据当$x_1\in[1,3]$时$f'(x)>0$可得$f(x_1)$的值域；由函数$g(x)=-x+m+2$在$x_2\in[1,3]$上单调递减可得$g(x_2)$的值域，结合存在性成立问题满足的集合关系，即可求得m的取值范围.

【详解】

依题意$f(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+1}=\frac{x^2+x+2(x+1)+1}{x+1}$

$=x+\frac{1}{x+1}+2$，

则$f'(x)=1-\frac{1}{(x+1)^2}$，

当$x\in[1,3]$时，$f'(x)>0$，故函数$f(x)$在$[1,3]$上单调递增，

当$x_1\in[1,3]$时，$f(x_1)\in\left[\frac{7}{2},\frac{21}{4}\right]$；

而函数$g(x)=-x+m+2$在$[1,3]$上单调递减，

故$g(x_2)\in[m-1,m+1]$，

则只需$\left[\frac{7}{2},\frac{21}{4}\right]\subseteq[m-1,m+1]$，

故$\begin{cases} m-1\le \dfrac{7}{2} \\ m+1\ge \dfrac{21}{4} \end{cases}$，解得$\dfrac{17}{4}\le m\le \dfrac{9}{2}$，

故实数m的取值范围为$\left[\dfrac{17}{4},\dfrac{9}{2}\right]$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了导数在判断函数单调性中的应用，恒成立与存在性成立问题的综合应用，属于中档题.

4、A

【解析】

先将函数解析式化简为$y=|\cos x|$，结合题意可求得切点x_4及其范围$x_4\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，根据导数几何意义，即可求得$\left(x_4+2\right)\tan x_4$的值.

【详解】

函数$y=\begin{cases} \sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right), x\in\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)(k\in z), \\ -\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right), x\in\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right)(k\in z), \end{cases}$

即$y=|\cos x|$

直线$y=m(x+2)(m>0)$与函数$y=|\cos x|$图象恰有四个公共点，结合图象知直线$y=m(x+2)(m>0)$与函数$y=-\cos x$相切于x_4，$x_4\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，

因为$y'=\sin x$，

故$k=\sin x_4=\dfrac{-\cos x_4}{x_4+2}$，

所以$\left(x_4+2\right)\tan x_4=\left(x_4+2\right)\times\dfrac{\sin x_4}{\cos x_4}=\left(x_4+2\right)\times\dfrac{-1}{\left(x_4+2\right)}=-1$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了三角函数的图像与性质的综合应用，由交点及导数的几何意义求函数值，属于难题.

5、A

【解析】

由 $A\cap B=\{3\}$，得 $3\in B$，代入集合 B 即可得 b.

【详解】

Q $A\cap B=\{3\}$，$\therefore 3\in B$，$\therefore 9-3+b=0$，即：$b=-6$，

故选：A

【点睛】

本题考查了集合交集的含义，也考查了元素与集合的关系，属于基础题.

6、A

【解析】

列出所有可以表示成和为 6 的正整数式子，找到加数全部为质数的只有 $3+3=6$，利用古典概型求解即可.

【详解】

6 拆成两个正整数的和含有的基本事件有:(1,5),(2,4),(3,3), (4,2),(5,1),

而加数全为质数的有(3,3),

根据古典概型知，所求概率为 $P=\frac{1}{5}$.

故选：*A*.

【点睛】

本题主要考查了古典概型，基本事件，属于容易题.

7、B

【解析】

直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$，易得 $|FA|=|FO|=c$. 设双曲线 *C* 的右焦点为 *E*，可得 $\triangle AFE$ 中，$\angle FAE=90°$，则 $|AE|=\sqrt{3}c$，所以双曲线 *C* 的离心率为 $e=\frac{2c}{\sqrt{3}c-c}=\sqrt{3}+1$.故选 B.

8、A

【解析】

试题分析：由题意可得：$\frac{1-i}{2-i}=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$. 共轭复数为 $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$，故选 A.

考点：1.复数的除法运算;2.以及复平面上的点与复数的关系

9、A

【解析】

由虚数单位 *i* 的运算性质可得 $z=1-i$，则答案可求.

【详解】

解：$\because i^4=1$，

$\therefore i^{2020}=i^{4\times505}=1$，$i^{2019}=i^{4\times504+3}=-i$，

则$z\cdot i^{2020}=1+i^{2019}$化为$z=1-i$，

$\therefore z$的虚部为-1.

故选：A.

【点睛】

本题考查了虚数单位 i 的运算性质、复数的概念，属于基础题.

10、B

【解析】

利用三角函数的性质，逐个判断即可求出.

【详解】

①因为$f(x)=f(x+\pi)$，所以π是$f(x)$的一个周期，①正确；

②因为$f\left(\pi\right)=2$，$f\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}<2$，所以$f(x)$在$\left[\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right]$上不单调递增，②错误；

③因为$f(-x)=f(x)$，所以$f(x)$是偶函数，又π是$f(x)$的一个周期，所以可以只考虑$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的值域. 当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，$t=\cos x\in[0,1]$，

$f(x)=|\cos x|+\cos|2x|=\cos x+\cos2x=2\cos^2x+\cos x-1=2t^2+t-1$

$y=2t^2+t-1$在$[0,1]$上单调递增，所以$f(x)\in[-1,2]$，$f(x)$的值域为$[-1,2]$，③错误；

综上，正确的个数只有一个，故选 B.

【点睛】

本题主要考查三角函数的性质应用.

11、A

【解析】

先求出集合$A=\left(0,3\right]$，化简$f\left(x\right)=-2\sin^2x+2\sin x+1$，令$\sin x=t\in\left(0,1\right]$，得$g\left(t\right)=-2t^2+2t+1$由二次函数的性质即可得值域.

【详解】

由$\begin{cases}\sin x>0\\ 9-x^2\geq 0\end{cases}\Rightarrow 0<x\leq 3$，得$A=(0,3]$，$f(x)=\cos 2x+2\sin x=-2\sin^2 x+2\sin x+1$，令$\sin x=t$，

$\because x\in(0,3]$，$\therefore t\in(0,1]$，所以得$g(t)=-2t^2+2t+1$，$g(t)$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上递增，在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上递减，

$g(1)=1, g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$，所以$g(t)\in\left[1,\frac{3}{2}\right]$，即$f(x)$的值域为$\left[1,\frac{3}{2}\right]$

故选 A

【点睛】

本题考查了二次不等式的解法、二次函数最值的求法，换元法要注意新变量的范围，属于中档题

12、B

【解析】

利用正态分布密度曲线的对称性可得出$P(X<0)=P(X>2)$，进而可得出结果.

【详解】

$\because X:\ N(1,4)$，所以，$P(X<0)=P(X>2)=0.3$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用正态分布密度曲线的对称性求概率，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、0

【解析】

先化简函数$f(x)$的解析式，在求出$f'(x)$，从而求得$f'(1)$的值.

【详解】

由题意，函数$f(x)=C_n^0x^{2n-1}-C_n^1x^{2n}+C_n^2x^{2n+1}-\cdots+C_n^r(-1)^rx^{2n-1+r}+\cdots C_n^n(-1)^nx^{3n-1}$

可化简为$f(x)=x^{2n-1}\left[C_n^0-C_n^1x+C_n^2x^2-\ldots+C_n^r(-1)^rx^r+\ldots+C_n^nx^n\right]=x^{2n-1}(1-x)^n$，

所以$f'(x)=(2n-1)x^{2n-2}(1-x)^n-x^{2n-1}n(1-x)^{n-1}=x^{2n-2}(1-x)^{n-1}[2n-1-(3n-1)x]$，

所以$f'(1)=0$.

故答案为：0.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/666155210212010141