

## 2024 年广东省广州市越秀区培正中学中考数学二模试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 从下列一组数  $-2$ ， $\pi$ ， $-\frac{1}{2}$ ， $-0.12$ ， $0$ ， $-\sqrt{5}$  中随机抽取一个数，这个数是无理数的概率为( )

- A.  $\frac{5}{6}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{3}$

2. 下列图形是我国国产品牌汽车的标识，在这些汽车标识中，是中心对称图形的是( )



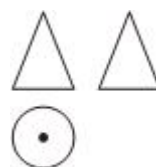
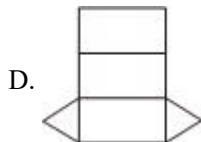
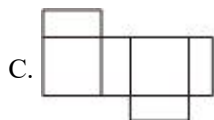
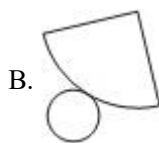
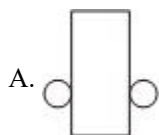
3. 某小组 7 位学生的中考体育测试成绩 (满分 60 分) 依次为 57, 60, 59, 57, 60, 58, 60, 则这组数据的众数与中位数分别是( )

- A. 60, 59                      B. 60, 57                      C. 59, 60                      D. 60, 58

4. 下列运算正确的是( )

- A.  $a^9 \div a^3 = a^6$                       B.  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{x+y} (x \geq 0, y \geq 0)$   
 C.  $(2a^2)^3 = 6a^6$                       D.  $(a - 2b)^2 = a^2 - 4b^2$

5. 如图是一个几何体的三视图，则该几何体的展开图可以是( )



6. 下列命题中，属于假命题的是( )

- A. 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角                      B. 五边形的内角和为  $540^\circ$   
 C. 四条边相等的四边形是菱形                      D. 16 的平方根是 4

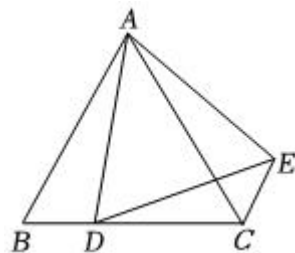
7. 若代数式  $\frac{3}{\sqrt{a+4}}$  在实数范围内有意义, 则  $a$  的取值范围是( )

- A.  $a \neq -4$                       B.  $a \geq -4$                       C.  $a > -4$                       D.  $a > -4$  且  $a \neq 0$

8.  $A$ 、 $B$  两地相距 10 千米, 甲、乙二人同时从  $A$  地出发去  $B$  地, 甲的速度是乙的速度的 2 倍, 结果甲比乙早到  $\frac{1}{3}$  小时. 设乙的速度为  $x$  千米/时, 则可列方程为( )

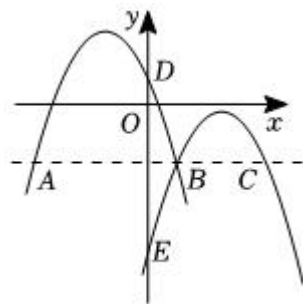
- A.  $\frac{10}{x} - \frac{10}{2x} = \frac{1}{3}$               B.  $\frac{10}{2x} - \frac{10}{x} = \frac{1}{3}$               C.  $\frac{10}{2x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$               D.  $\frac{10}{x} + \frac{1}{3} = \frac{10}{2x}$

9. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $D$  是  $BC$  边上一点, 将  $\triangle ABD$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle ACE$ , 连接  $DE$ , 则下列说法不一定正确的是( )



- A.  $\triangle ADE$  是等边三角形  
 B.  $AB \parallel CE$   
 C.  $\angle BAD = \angle DEC$   
 D.  $AC = CD + CE$

10. 如图, 抛物线  $G: y_1 = a(x+1)^2 + 2$  与抛物线  $H: y_2 = -(x-2)^2 - 1$  交于点  $B(1, -2)$ , 且分别与  $y$  轴交于点  $D, E$ . 过点  $B$  作  $x$  轴的平行线, 交抛物线于点  $A, C$ . 则以下结论:



- ① 抛物线  $H$  可由抛物线  $G$  向右平移 3 个单位, 再向下平移 3 个单位得到;  
 ② 无论  $x$  取何值,  $y_2$  总是负数;  
 ③ 当  $-3 < x < 1$  时, 随着  $x$  的增大,  $y_1 - y_2$  的值先增大后减小;  
 ④ 四边形  $AECD$  为正方形. 其中正确的个数是( )

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。

11. 一元二次方程  $x^2 - 8x - 9 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

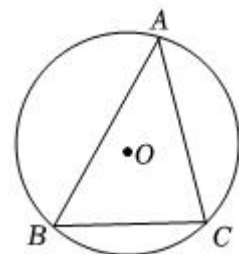
12. 分解因式:  $2023x^2 - 4046x + 2023 =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知:  $y = (m-2)x^{m^2-5}$  是反比例函数, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

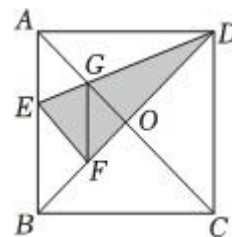
14. 若二次函数  $y = 2(x+1)^2 + 3$  的图象上有三个不同的点  $A(x_1, 4)$ 、 $B(x_1+x_2, n)$ 、 $C(x_2, 4)$ , 则  $n$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 如图,  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $BC = 6\sqrt{2}$ , 则劣弧  $BC$  的长是\_\_\_\_\_.

结果保留  $\pi$ )



16. 如图，在正方形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  交于点  $O$ ，折叠正方形  $ABCD$ ，使  $AD$  落在  $BD$  上，点  $A$  恰好与  $BD$  上的点  $F$  重合，展平后，折痕  $DE$  分别交  $AB$ ， $AC$  于点  $E$ ， $G$ ，连接  $GF$ ，下列结论：①  $AE = AG$ ；②  $\tan \angle AGE = 2$ ；③  $S_{\triangle DOG} = S_{\text{四边形} EFOG}$ ；④  $BE = 2OG$ . 其中一定正确的是\_\_\_\_\_.



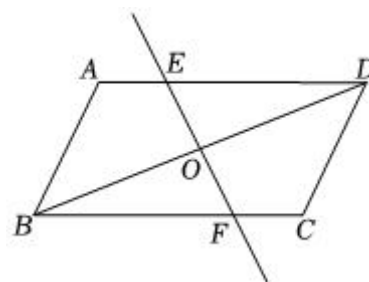
三、计算题：本大题共 1 小题，共 4 分。

17. 计算： $|-3| + \sqrt{12} + (\pi - 2)^0 - (\frac{1}{2})^{-2} - 6 \tan 30^\circ$ .

四、解答题：本题共 8 小题，共 68 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

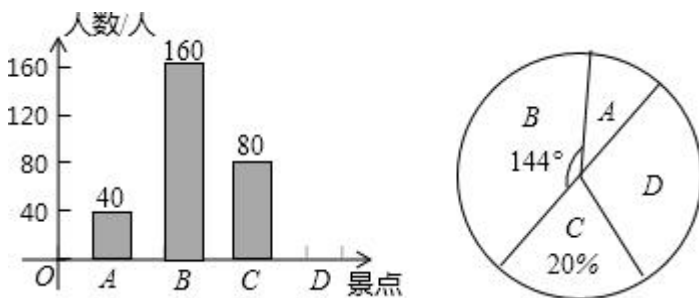
18. (本小题 4 分)

已知：如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $O$  为对角线  $BD$  的中点，过点  $O$  的直线  $EF$  分别交  $AD$ ， $BC$  于  $E$ ， $F$  两点，求证： $OE = OF$ .



19. (本小题 6 分)

随着春天气温变暖，某校组织同学们分别到  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四个景点进行春游活动，学校把学生前往四个地方的人数做了统计，得到下列两幅不完整的统计图，如图所示：



(1) 本次参加春游活动学生总人数有\_\_\_\_\_人，在扇形统计图中，去  $D$  景点活动的人数对应扇形的圆心角的度数是\_\_\_\_\_度；

(2) 请你将条形统计图补充完整;

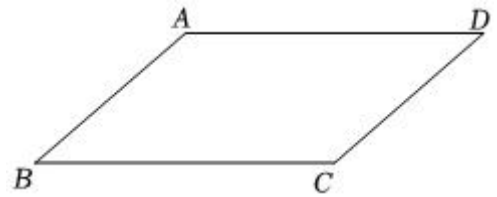
(3) 本次春游活动中, 学校分配给九年级学生甲、乙、丙三辆车, 小明与小华都可以从这三辆车中任选一辆搭乘, 求小明与小华同车的概率 (要求画出树状图或列表).

20. (本小题 6 分)

如图,  $\square ABCD$  中,  $AB = 2$ ,  $AD = 2, BC = \sqrt{6}$ .

(1) 利用尺规作  $\angle ABC$  的平分线  $BE$ , 交  $AD$  于点  $E$ ; (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 记  $DE = a$ , 先化简  $T = \frac{1}{a-3} \div \frac{a+2}{a^2-9} - \frac{a}{a+2}$ , 再求  $T$  的值.

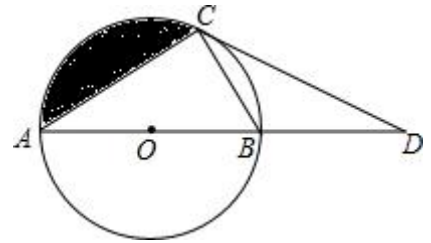


21. (本小题 8 分)

如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$  在  $\odot O$  上, 点  $D$  在  $AB$  延长线上, 且  $\angle BCD = \angle A$ .

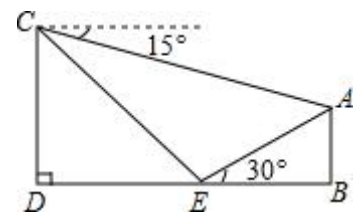
(1) 求证:  $DC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ , 求图中阴影部分的面积.



22. (本小题 10 分)

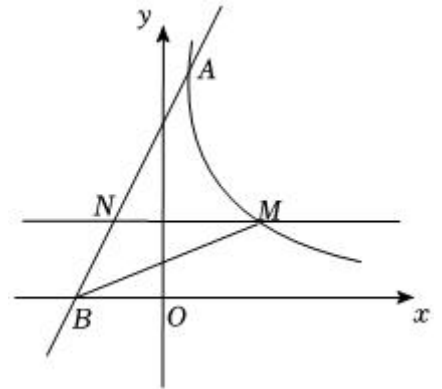
如图, 活动课上, 小玥想要利用所学的数学知识测量某个建筑地所在山坡  $AE$  的高度, 她先在山脚下的点  $E$  处测得山顶  $A$  的仰角是  $30^\circ$ , 然后, 她沿着坡度  $i = 1:1$  的斜坡按速度 20 米/分步行 15 分钟到达  $C$  处, 此时, 测得点  $A$  的俯角是  $15^\circ$ . 图中点  $A, B, E, D, C$  在同一平面内, 且点  $D, E, B$  在同一水平直线上, 求出建筑地所在山坡  $AE$  的高度  $AB$ . (精确到 0.1 米, 参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ).



23. (本小题 10 分)

如图, 直线  $y = 2x + 6$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $A(1, m)$ , 与  $x$  轴交于点  $B$ , 直线  $y = n (0 < n < 6)$  交反比例函数的图象于点  $M$ , 交  $AB$  于点  $N$ .

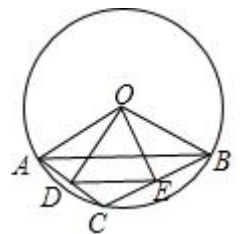
- (1) 直接写出:  $m$  的值为\_\_\_\_\_,  $k$  的值为\_\_\_\_\_;
- (2) 连接  $BM$ , 当  $n$  为何值时,  $\triangle BMA$  的面积最大?
- (3) 当  $\triangle BMN$  的面积最大时, 直接写出不等式  $\frac{k}{x} > n$  的解集.



24. (本小题 12 分)

如图, 半径为 4 的  $\odot O$  中, 弦  $AB$  的长度为  $4\sqrt{3}$ , 点  $C$  是劣弧  $\widehat{AB}$  上的一个动点, 点  $D$  是弦  $AC$  的中点, 点  $E$  是弦  $BC$  的中点, 连接  $DE$ 、 $OD$ 、 $OE$ .

- (1) 求  $\angle AOB$  的度数;
- (2) 当点  $C$  沿着劣弧  $\widehat{AB}$  从点  $A$  开始, 逆时针运动到点  $B$  时, 求  $\triangle ODE$  的外心  $P$  所经过的路径的长度;
- (3) 分别记  $\triangle ODE$ ,  $\triangle CDE$  的面积为  $S_1$ ,  $S_2$ , 当  $S_1^2 - S_2^2 = 21$  时, 求弦  $AC$  的长度.



25. (本小题 12 分)

已知抛物线  $y = x^2 - x - m^2 - m$ .

- (1) 求证: 抛物线与  $x$  轴必定有公共点;
- (2) 若  $P(a, y_1)$ ,  $Q(-2, y_2)$  是抛物线上的两点, 且  $y_1 > y_2$ , 求  $a$  的取值范围;
- (3) 设抛物线与  $x$  轴交于点  $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ , 点  $A$  在点  $B$  的左侧, 与  $y$  轴负半轴交于点  $C$ , 且  $|x_1| + |x_2| = 3$ ,

若点  $D$  是直线  $BC$  下方抛物线上一点, 连接  $AD$  交  $BC$  于点  $E$ , 记  $\triangle ACE$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle DCE$  的面积为  $S_2$ , 求  $\frac{S_2}{S_1}$  是否有最值? 若有, 求出该最值; 若没有, 请说明理由.

## 答案和解析

### 1. 【答案】D

【解析】解：这组数据共有6个数，其中无理数有 $\pi$ ， $-\sqrt{5}$ ，共2个，

$\therefore$  随机抽取一个数，这个数是无理数的概率 $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ .

故选：D.

首先确定这组数据的负数的个数，然后再利用概率的公式求解即可.

本题主要考查的是概率公式，熟记概率公式是解题的关键.

### 2. 【答案】B

【解析】解：由题意知，A、C选项中的图形是轴对称图形，D选项中的图形既不是轴对称也不是中心对称图形，B选项是中心对称图形，

故选：B.

根据中心对称的定义得出结论即可.

本题主要考查中心对称的知识，熟练掌握中心对称的定义是解题的关键.

### 3. 【答案】A

【解析】解：将57，60，59，57，60，58，60，按照从小到大排列是：

57，57，58，59，60，60，60，

故这组数据的众数是60，中位数是59，

故选A.

把题目中数据按照从小到大的顺序排列，即可得到这组数据的众数和中位数，本题得以解决.

本题考查众数和中位数，解题的关键是明确众数和中位数的定义，会找一组数据的众数和中位数.

### 4. 【答案】A

【解析】解：A.  $\because a^9 \div a^3 = a^6$ ， $\therefore$  此选项的计算正确，故此选项符合题意；

B.  $\because \sqrt{x}$ ， $\sqrt{y}$ 不是同类二次根式，不能合并， $\therefore$  此选项的计算错误，故此选项不符合题意；

C.  $\because (2a^2)^3 = 8a^6$ ， $\therefore$  此选项的计算错误，故此选项不符合题意；

D.  $\because (a-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$ ， $\therefore$  此选项的计算错误，故此选项不符合题意；

故选：A.

A.根据同底数幂相除法则进行计算，然后判断即可；

B.先判断 $\sqrt{x}$ , $\sqrt{y}$ 是不是同类二次根式,能否合并,然后判断即可;

C.根据积的乘方和幂的乘方法则进行计算,然后判断即可;

D.根据完全平方公式进行计算,然后判断即可.

本题主要考查了整式和二次根式的有关运算,解题关键是熟练掌握同底数幂乘除法、积的乘方和幂的乘方法则.

### 5.【答案】B

【解析】解:∵主视图和左视图是三角形,

∴该几何体是锥体,

∴俯视图是圆,

∴该几何体是圆锥,

∴该几何体的展开图可以是



故选: B.

由主视图和俯视图可得此几何体为柱体,根据左视图是圆可判断出此几何体为圆柱,再根据圆柱展开图的特点即可求解.

此题考查由三视图判断几何体,三视图里有两个相同可确定该几何体是柱体,锥体还是球体,由另一个视图确定其具体形状.同时考查了几何体的展开图.

### 6.【答案】D

【解析】解:半圆(或直径)所对的圆周角是直角是真命题,故A是真命题,不符合题意;

五边形的内角和为 $(5-2)\times 180^\circ=540^\circ$ ,故B是真命题,不符合题意;

四条边相等的四边形是菱形,故C是真命题,不符合题意;

16的平方根是 $\pm 4$ ,故D是假命题,符合题意;

故选: D.

根据圆周角定理,多边形内角和定理,菱形的判定和平方根概念逐项判断即可.

本题考查命题与定理,解题的关键是掌握圆周角定理,多边形内角和定理,菱形的判定和平方根概念.

### 7.【答案】C

【解析】解:由题意得: $a+4>0$ ,

解得: $a>-4$ ,

故选：C.

根据二次根式的被开方数是非负数、分母不为零列出不等式，解不等式得到答案.

本题考查的是二次根式有意义的条件，熟记二次根式的被开方数是非负数、分母不为零是解题的关键.

8.【答案】A

【解析】【分析】

根据甲乙速度关系得出两人所行走的时间，进而得出等式方程即可.

此题考查了由实际问题抽象出分式方程，解决行程问题根据时间找出等量关系是解决本题的关键.

【解答】

解：乙的速度为  $x$  千米/时，则甲的速度是  $2x$  千米/时，

根据题意可得：
$$\frac{10}{x} - \frac{10}{2x} = \frac{1}{3}.$$

故选 A.

9.【答案】C

【解析】解：由旋转得， $AD = AE$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ADE$  是等边三角形，

故 A 选项正确，不符合题意；

由旋转得， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle B = \angle ACE$ ，

$\therefore \triangle ABC$  是等边三角形，

$\therefore \angle B = \angle BAC = \angle ACE = 60^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CE$ ，

故 B 选项正确，不符合题意；

由旋转得， $BD = CE$ ，

$\therefore \triangle ABC$  是等边三角形，

$\therefore AC = BC = CD + BD = CD + CE$ ，

故 D 选项正确，不符合题意；

根据已知条件不能得出  $\angle BAD = \angle DEC$ ，

故 C 选项不正确，符合题意.

故选：C.

由旋转得， $AD = AE$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ ，则可得  $\triangle ADE$  是等边三角形；根据旋转以及等边三角形的判定可得  $\triangle ABC$  是等边三角形， $\angle B = \angle BAC = \angle ACE = 60^\circ$ ，则  $AB \parallel CE$ ；由旋转得， $BD = CE$ ，由等边

三角形的性质可得  $AC = BC$ ，进而可得  $AC = BC = CD + BD = CD + CE$ ，即可得出答案。

本题考查旋转的性质、等边三角形的判定与性质、平行线的判定，熟练掌握旋转的性质、等边三角形的判定与性质、平行线的判定是解答本题的关键。

10. 【答案】 C

【解析】解：抛物线  $G: y_1 = a(x+1)^2 + 2$  与抛物线  $H: y_2 = -(x-2)^2 - 1$  交于点  $B(1, -2)$ ，代入得：

$$-2 = a(1+1)^2 + 2,$$

解得：  $a = -1$ ，

$$\therefore y = -(1+1)^2 + 2,$$

①  $\because$  抛物线  $l_1: y_1 = -(x+1)^2 + 2$  的顶点为  $(-1, 2)$ ，抛物线  $l_2: y_2 = -(x-2)^2 - 1$  的顶点为  $(2, -1)$ ，

$\therefore l_2$  可由  $l_1$  向右平移 3 个单位，再向下平移 3 个单位得到；

故①正确；

$$② \because (x-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore -(x-2)^2 \leq 0,$$

$$\therefore y_2 = -(x-2)^2 - 1 \leq -1 < 0,$$

$\therefore$  无论  $x$  取何值，  $y_2$  总是负数；

故②正确；

$$③ \because y_1 - y_2 = -(x+1)^2 + 2 - [-(x-2)^2 - 1] = -6x + 6,$$

$\therefore$  随着  $x$  的增大，  $y_1 - y_2$  的值减小；

故③错误；

④ 设  $AC$  与  $DE$  交于点  $F$ ，

$$\because \text{当 } y = -2 \text{ 时， } -(x+1)^2 + 2 = -2,$$

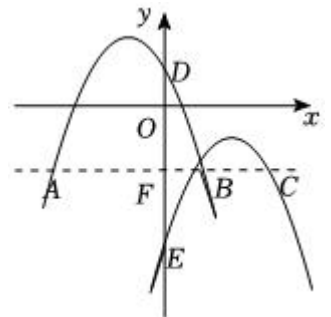
解得：  $x = -3$  或  $x = 1$ ，

$\therefore$  点  $A(-3, -2)$ ，

$$\text{当 } y = -2 \text{ 时， } -(x-2)^2 - 1 = -2,$$

解得：  $x = 3$  或  $x = 1$ ，

$\therefore$  点  $C(3, -2)$ ，



$$\therefore AF = CF = 3, AC = 6,$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y_1 = 1, y_2 = -5,$$

$$\therefore DE = 6, DF = EF = 3,$$

$\therefore$  四边形  $AECD$  为平行四边形,

$$\therefore AC = DE,$$

$\therefore$  四边形  $AECD$  为矩形,

$$\therefore AC \perp DE,$$

$\therefore$  四边形  $AECD$  为正方形.

故④正确.

故选:  $C$ .

①由非负数的性质, 即可证得  $y_2 = -(x-2)^2 - 1 \leq -1 < 0$ , 即可得无论  $x$  取何值,  $y_2$  总是负数;

②求得抛物线的顶点左边, 由抛物线的顶点左边, 即可得  $l_2$  可由  $l_1$  向右平移 3 个单位, 再向下平移 3 个单位得到;

③由  $y_1 - y_2 = -(x+1)^2 + 2 - [-(x-2)^2 - 1] = -6x + 6$ , 可得随着  $x$  的增大,  $y_1 - y_2$  的值减小;

④首先求得点  $A, C, D, E$  的坐标, 即可证得  $AF = CF = DF = EF$ , 又由  $AC \perp DE$ , 即可证得四边形  $AECD$  为正方形.

此题考查了待定系数法求二次函数的解析式、非负数的性质、二次函数的平移以及正方形的判定. 解答本题的关键是熟练掌握方程思想与数形结合思想的应用.

11. 【答案】  $x_1 = 9, x_2 = -1$

【解析】解:  $\because x^2 - 8x - 9 = 0,$

$$\therefore (x-9)(x+1) = 0,$$

则  $x-9 = 0$  或  $x+1 = 0,$

解得  $x_1 = 9, x_2 = -1,$

故答案为:  $x_1 = 9, x_2 = -1.$

利用因式分解法求解即可.

本题主要考查解一元二次方程的能力, 熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法: 直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法, 结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

12. 【答案】  $2023(x-1)^2$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/666222142231010212>