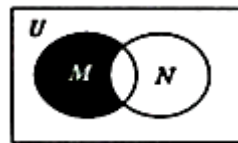


2022 年安徽省合肥市高考数学第二次质检试卷（理科）（二模）

1. 设全集 $U = R$ ，集合 $M = \{x|y = \ln(x-1)\}$ ， $N = \{x|y = \sqrt{x^2-4}\}$ ，则如图

Venn 图中阴影部分表示的集合是()



A. $(1, 2)$ B. $(1, 2]$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

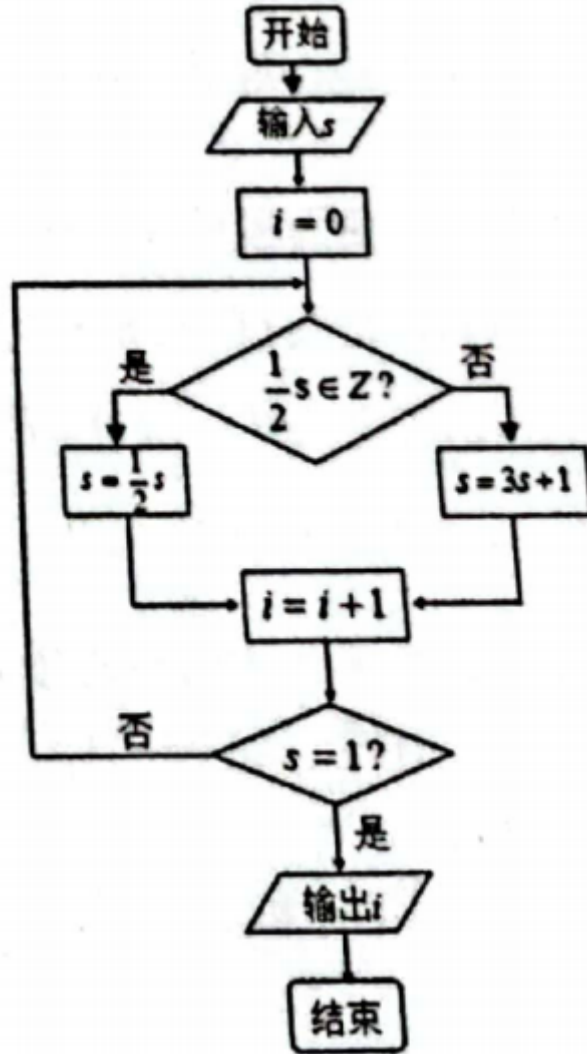
2. 设复数 z 满足 $iz - 3 - i = z$ ，则 z 的虚部为()

A. $-2i$ B. $2i$ C. -2 D. 2

3. 某市高三年级共有 14000 人参加教学质量检测，学生的数学成绩 ξ 近似服从正态分布 $N(90, \sigma^2)$ (试卷满分 150 分)，且 $P(\xi \geq 100) = 0.3$ ，据此可以估计，这次检测数学成绩在 80 到 90 分之间的学生人数为()

A. 2800 B. 4200 C. 5600 D. 7000

4. 考拉兹猜想是引人注目的数学难题之一，由德国数学家洛塔尔·考拉兹在 20 世纪 30 年代提出，其内容是：任意正整数 s ，如果 s 是奇数就乘 3 加 1，如果 s 是偶数就除以 2，如此循环，最终都能够得到 1. 如图的程序框图演示了考拉兹猜想的变换过程. 若输入 s 的值为 5，则输出 i 的值为()

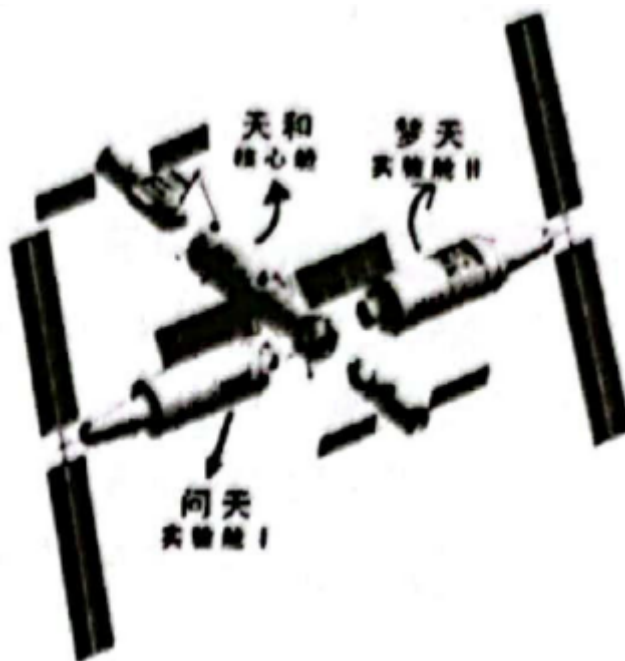


- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. 设 α 为第二象限，若 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{5}$ ，则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 等于()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

6. 中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱。假设中国空间站要安排甲，乙，丙，丁，戊 5 名航天员开展实验，其中天和核心舱安排 3 人，问天实验舱与梦天实验舱各安排 1 人。若甲、乙两人不能同时在一个舱内做实验，则不同的安排方案共有()



- A. 8 种 B. 14 种 C. 20 种 D. 116 种

7. 函数 $f(x) = e^{x+4} - e^{-x}$ (e 是自然对数的底数) 的图象关于()

- A. 直线 $x = -e$ 对称 B. 点 $(-e, 0)$ 对称 C. 直线 $x = -2$ 对称 D. 点 $(-2, 0)$ 对称

8. 将函数 $y = \sin x$ 的图像上各点横坐标缩短为原来 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变) 后, 再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数

$y = f(x)$ 的图像当 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$ 时, $f(x)$ 的值域为()

- A. $[-1, 1]$ B. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ C. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ D. $[-\frac{1}{2}, 1]$

9. 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , A 为抛物线 C 上一点, 以 F 为圆心, $|FA|$ 为半径的圆交抛物线 C 的准线 l 于 M, N 两点, $|MN| = 2\sqrt{3}p$, 则直线 AF 的斜率为()

- A. ± 1 B. $\pm\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$

10. 已知直线 $l_1: mx - y = 0 (m \in R)$ 过定点 A , 直线 $l_2: x + my + 4 - 2m = 0$ 过定点 B , l_1 与 l_2 的交点为 C , 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为()

- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 5 D. 10

11. 在四面体 $ABCD$ 中, $\angle ACB = \angle ADC = \frac{\pi}{2}$, $AD = DC = CB = 2$, 二面角 $B - AC - D$ 的大小为 $\frac{2\pi}{3}$,

则四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为()

- A. $\frac{16}{3}\pi$ B. $\frac{40}{3}\pi$ C. 16π D. 24π

12. 过平面内一点 P 作曲线 $y = |\ln x|$ 两条互相垂直的切线 l_1, l_2 , 切点为 P_1, P_2 (P_1, P_2 不重合), 设直线 l_1, l_2 分别与 y 轴交于点 A, B , 则下列结论正确的个数是()

① P_1P_2 两点的横坐标之积为定值;

- ②直线 P_1P_2 的斜率为定值；
 ③线段 AB 的长度为定值；
 ④三角形 ABP 面积的取值范围为 $(0, 1]$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

13. 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (-1, 2)$, $\overrightarrow{BC} = (2t, t+5)$, 若 A, B, C 三点共线, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , A 为双曲线 C 右支上一点, O 为坐标原点. 若 $\triangle MOF$ 为等边三角形, 则双曲线 C 的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b + 2\cos B + b\cos A = 6$, $a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为线段 AD 的中点, 设平面 A_1BC_1 与平面 CC_1E 的交线为 l , 则直线 l 与 BE 所成角的余弦值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = 1$, 且 $S_n = a_{n+1} - 3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

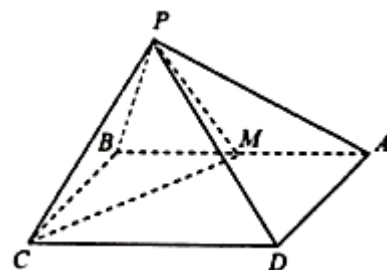
(2) 已知数列 $\{c_n\}$ 满足 $\underline{\hspace{2cm}}$, 记 T_n 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $T_n < 2$.

从① $c_n = \frac{a_{n+2}}{(a_{n+1}-1)(a_{n+1}-2)}$ ② $c_n = \frac{\log_2 a_{n+2}}{a_{n+1}}$ 两个条件中任选一个, 补充在第(2)问中的横线上并作答.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2AD$, 点 M 为边 AB 的中点. 以 CM 为折痕把 $ABCM$ 折起, 使点 B 到达点 P 的位置, 使得 $\angle PMB = \frac{\pi}{3}$, 连结 PA, PB, PD .

(1) 证明: 平面 $PMC \perp$ 平面 $AMCD$;

(2) 求直线 PC 与平面 PAD 所成角的正弦值.



19. 通信编码信号利用 BEC 信道传输, 如图 1, 若 BEC 信道传输成功, 则接收端收到的信号与发来的信号完全相同; 若 BEC 信道传输失败, 则接收端收不到任何信号.

传统通信传输技术采用多个信道各自独立传输信号 (以两个信道为例, 如图 2).

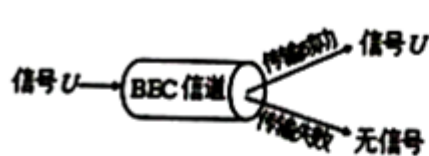


图1

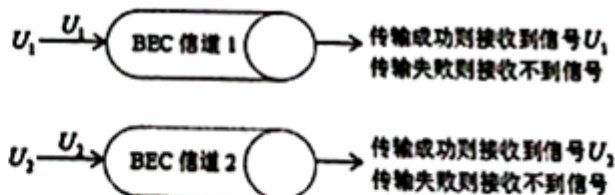


图2

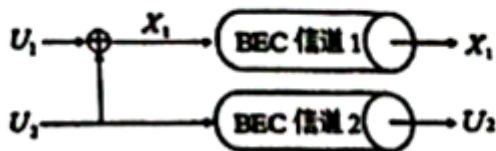


图3

华为公司 5G 信道编码采用土耳其通讯技术专家 *Erdal Arıkan* 教授的极化码技术 (以两个相互独立的 BEC 信道传输信号为例):

如图 3, 信号 U_2 直接从信道 2 传输; 信号 U_1 在传输前先与 U_2 “异或” 运算得到信号 X_1 , 再从信道 1 传输. 接收端对收到的信号, 运用 “异或” 运算性质进行解码, 从而得到或得不到发送的信号 U_1 或 U_2 .

(注: “异或” 是一种 2 进制数学逻辑运算. 两个相同数字 “异或” 得到 0, 两个不同数字 “异或” 得到 1, “异或” 运算用符号 “ $\oplus$ ” 表示: $0 \oplus 0 = 0$, $1 \oplus 1 = 0$, $1 \oplus 0 = 1$, $0 \oplus 1 = 1$. “异或” 运算性质: $A \oplus B = C$, 则 $A = C \oplus B$).

假设每个信道传输成功的概率均为 p ($0 < p < 1$). $U_1, U_2 = \{0, 1\}$.

(1) 在传统传输方案中, 设 “信号 U_1 和 U_2 均被成功接收” 为事件 A , 求 $P(A)$;

(2) 对于极化码技术:

① 求信号 U_1 被成功解码 (即根据 BEC 信道 1 与 2 传输的信号可确定 U_1 的值) 的概率;

② 若对输入信号 U_1 赋值 (如 $U_1 = 0$) 作为已知信号, 接收端只解码信号 U_2 , 求信号 U_2 被成功解码的概率.

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 F , 右顶点为 A , 离心率为 $\frac{1}{2}$, M 为椭圆 C 上一动点,

$\triangle FAM$ 面积的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 M 的直线 $l: y = kx + 1$ 与椭圆 C 的另一个交点为 N , P 为线段 MN 的中点, 射线 OP 与椭圆交于点 D . 点 Q 为直线 OP 上一动点, 且 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OD}^2$, 求证: 点 Q 在定直线上.

21. 已知函数 $f(x) = e^x + \cos x - ex$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

(1) 证明: 函数 $f(x)$ 只有一个极值点;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = t$ ($t \in \mathbb{R}$) 在 $(0, \pi)$ 上有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 证明: $f'(\frac{x_1 + x_2}{2}) < 0$.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{2}t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴非负半

轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{a}{\cos 2\theta}$ ($a > 0, \rho \in R$).

(1) 求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若直线 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \in R$) 与直线 l 交于点 M , 直线 $\theta = \frac{\pi}{6}$ ($\rho \in R$) 与曲线 C 交于点 A, B , 且 $AM \perp BM$, 求实数 a 的值.

23. 已知函数 $f(x) = 2|x + 1| + |x + 2|$ 的最小值为 m .

(1) 求 m ;

(2) 已知 a, b, c 为正数, 且 $abc = \sqrt{2}m$, 求 $(a + b)^2 + c^2$ 的最小值.

答案和解析

1. 【答案】A

【解析】解：∵全集 $U = R$ ，集合 $M = \{x|y = \ln(x-1)\} = \{x|x > 1\}$ ，

$$N = \{x|y = \sqrt{x^2 - 4}\} = \{x|x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\},$$

$$\therefore \complement_R N = \{x|-2 < x < 2\},$$

则 Venn 图中阴影部分表示的集合为 $M \cap (\complement_R N) = \{x|1 < x < 2\}$.

故选：A.

根据条件求出 $\complement_R N$ ，由 Venn 图中阴影部分表示的集合为 $M \cap (\complement_R N)$ 求解即可.

本题考查集合的运算，考查交集、补集定义、不等式的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

2. 【答案】C

【解析】解：∵ $iz - 3 - i = z$ ，

$$\therefore z(-1+i) = 3+i,$$

$$\therefore z = \frac{3+i}{-1+i} = \frac{(3+i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = -1-2i,$$

故 z 的虚部为 -2 .

故选：C.

根据已知条件，结合复数虚部的概念，以及复数代数形式的乘除法运算，即可求解.

本题考查了复数虚部的概念，以及复数代数形式的乘除法运算，需要学生熟练掌握公式，属于基础题.

3. 【答案】A

【解析】解：∵ ξ 近似服从正态分布 $N(90, \sigma^2)$ (试卷满分 150 分)，且 $P(\xi \geq 100) = 0.3$ ，

$$\therefore P(\xi \leq 80) = 0.3,$$

$$\therefore P(80 \leq \xi < 90) = \frac{1 - 0.3 \times 2}{2} = 0.2,$$

$$\therefore \text{这次检测数学成绩在 } 80 \text{ 到 } 90 \text{ 分之间的学生人数} = 14000 \times 0.2 = 2800,$$

故选：A.

利用正态分布的对称性可得 $P(\xi \leq 80)$ ，可得 $P(80 \leq \xi < 90)$ ，即可得出结论.

本题考查了正态分布的性质及其应用，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

4. 【答案】C

【解析】解：模拟程序的运行，可得：

$$s = 5, \quad i = 0,$$

$$\text{不满足条件 } \frac{1}{2}s \in Z, \quad s = 16, \quad i = 1,$$

$$\text{不满足条件 } s = 1, \text{ 执行循环体, 满足条件 } \frac{1}{2}s \in Z, \quad s = 8, \quad i = 2,$$

不满足条件 $s = 1$ ，执行循环体，满足条件 $\frac{1}{2}s \in Z$ ， $s = 4$ ， $i = 3$ ，

不满足条件 $s = 1$ ，执行循环体，满足条件 $\frac{1}{2}s \in Z$ ， $s = 2$ ， $i = 4$ ，

不满足条件 $s = 1$ ，执行循环体，满足条件 $\frac{1}{2}s \in Z$ ， $s = 1$ ， $i = 5$ ，

此时，满足条件 $s = 1$ ，退出循环，输出 i 的值为 5.

故选：C.

由已知中的程序语句可知：该程序的功能是利用循环结构计算 s 的值并输出变量 i 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案.

本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，是基础题.

5. 【答案】B

【解析】解：∵ α 为第二象限，若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{10}}{5}$ ，

∴ $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{5}}{5} < 0$ ，∴ $\alpha + \frac{\pi}{4}$ 为第三象限角， $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) < 0$.

再根据 $\sin^2(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \cos^2(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1$ ，求得 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})}{\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})} = \frac{1}{2}$ ，

故选：B.

由条件利用同角三角函数的基本关系，以及三角函数在各个象限中的符号，求得 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 和 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值，可得 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值.

本题主要考查同角三角函数的基本关系，以及三角函数在各个象限中的符号，属于基础题.

6. 【答案】B

【解析】解：根据题意，分 2 步进行分析：

①在 5 名航天员中选出 3 人，在天和核心舱工作，甲乙不能同时入选，有 $C_5^3 - C_3^1 = 7$ 种安排方法，

②剩下 2 人安排到问天实验舱与梦天实验舱工作，有 2 种情况，

则有 $7 \times 2 = 14$ 种安排方法，

故选：B.

根据题意，分 2 步进行分析：①在 5 名航天员中选出 3 人，在天和核心舱工作，甲乙不能同时入选，②剩下 2 人安排到问天实验舱与梦天实验舱工作，由分步计数原理计算可得答案.

本题考查排列组合的应用，注意排除法的应用，属于基础题.

7. 【答案】D

【解析】解：由 $f(x) = e^{x+4} - e^{-x}$ ，可得 $f(x-4) = e^x - e^{-x+4}$ ，

$$f(-x) = e^{-x+4} - e^x,$$

$$\text{所以 } f(x-4) + f(-x) = 0,$$

则 $f(x)$ 的图象关于点 $(-2, 0)$ 对称.

故选：D.

计算 $f(x-4)$ ， $f(-x)$ 可得 $f(x-4) + f(-x) = 0$ ，可得 $f(x)$ 的图象的对称性.

本题考查函数的对称性的判断，考查方程思想和运算能力、推理能力，属于基础题.

8. 【答案】C

【解析】解：将函数 $y = \sin x$ 的图像上各点横坐标缩短为原来 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变) 后，得到 $y = \sin 2x$ 的图像，

再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图像，

$$\text{因为 } x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}],$$

$$\text{所以 } 2x + \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}],$$

$$\text{所以 } f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) \in [-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1].$$

故选：C.

由已知通过函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像变换可求 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ，进而根据正弦函数的性质即可求解.

本题考查了函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像变换以及正弦函数的性质，考查了函数思想的应用，属于基础题.

9. 【答案】D

【解析】解：由题意可知： $|FA| = |FM| = R$ ，

设准线与 x 轴交于 H ，

$$\text{因为 } |MN| = 2\sqrt{3}p,$$

$$\text{所以 } |MH| = \sqrt{3}p, \text{ 且 } |FH| = p,$$

$$\text{所以 } |FA| = |FM| = \sqrt{|FH|^2 + |MH|^2} = 2p,$$

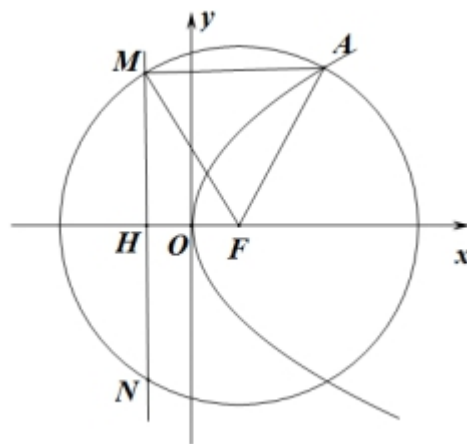
设 $A(x_0, y_0)$ ，由抛物线定义可知 $|FA| = x_0 + \frac{p}{2}$ ，

$$\text{所以 } x_0 = \frac{3p}{2},$$

代入抛物线中得 $y_0 = \pm\sqrt{3}p$ ，

$$\text{所以 } A(\frac{3p}{2}, \pm\sqrt{3}p), \text{ 且 } F(\frac{p}{2}, 0),$$

所以直线 AF 的斜率为 $\pm\sqrt{3}$.



故选：D.

根据题意求出点A坐标，即可求出直线AF的斜率.

本题考查了抛物线的定义及直线与抛物线的综合运用，作出图象是解答本题的关键，属于中档题.

10. 【答案】C

【解析】解：直线 $l_1: mx - y = 0 (m \in R)$ 过定点 $A(0, 0)$ ，直线 $l_2: x + my + 4 - 2m = 0$ 过定点 $B(-4, 2)$ ，

$$\text{联立} \begin{cases} mx - y = 0 \\ x + my + 4 - 2m = 0 \end{cases}, \text{消去 } m \text{ 得 } (x+2)^2 + (y-1)^2 = 5,$$

又 $A(0, 0)$ ， $B(-4, 2)$ 在圆 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ ，且AB为圆的直径，

$$\text{故 } |CA|^2 + |CB|^2 = 20 \geq 2|CA||CB|,$$

所以 $|CA||CB| \leq 10$ ，

当且仅当 $CA = CB = \sqrt{10}$ 时取等号， $\triangle ABC$ 面积 $S = \frac{1}{2}|CA| \cdot |CB|$ 的最大值5.

故选：C.

先由已知求出A，B，然后联立方程消去参数可得P的轨迹方程，结合圆的性质及基本不等式可求.

本题主要考查了直线恒过定点，圆方程的求解，最值问题，考查了学生的综合应用能力和计算能力.

11. 【答案】B

【解析】解：取AC中点E，AB中点F，连接DE，EF，DF，

$$\text{则 } EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC,$$

$$AD = DC = 2, \angle ADC = \frac{\pi}{2},$$

所以E是直角 $\triangle ADC$ 的外心，

$$DE \perp AC, DE = \sqrt{2}, \angle ACB = \frac{\pi}{2}, BC = 2,$$

所以 $EF = 1$ ， $EF \perp AC$ ，

$$\text{所以 } \angle DEF \text{ 是二面角 } D-AC-B \text{ 的平面角, } \angle DEF = \frac{2\pi}{3},$$

F是AB中点，则F是直角 $\triangle ACB$ 的外心，

由 $DE \perp AC$ ， $EF \perp AC$ ， $DE \cap EF = E$ ， $DE, EF \subset \text{平面 } DEF$ ，

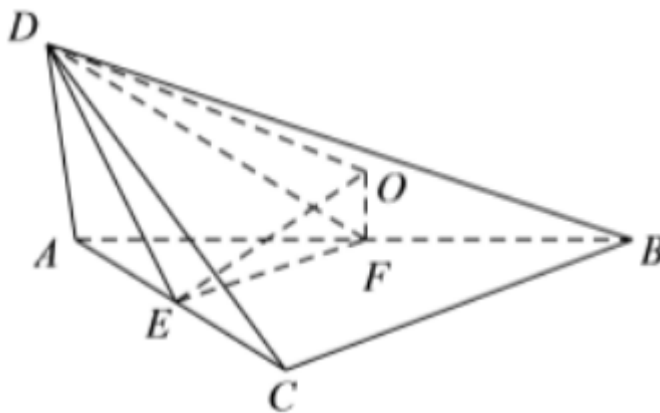
所以 $AC \perp \text{平面 } DEF$ ，

$AC \subset \text{平面 } ADC$ ，所以平面 $DEF \perp \text{平面 } ADC$ ，

同理平面 $DEF \perp \text{平面 } ABC$ ，

平面 $DEF \cap \text{平面 } ADC = DE$ ，平面 $DEF \perp \text{平面 } ABC$ ，

在平面EDF内过E作 $EO \perp DE$ ，则 $EO \perp \text{平面 } ADC$ ，



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/667003021156006025>