

整式的乘除综合（最新名校期末真题）（解析版）

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$ 均为负数, $M = (a_1 + a_2 + \dots + a_{2014})(a_2 + a_3 + \dots + a_{2015})$,

$N = (a_1 + a_2 + \dots + a_{2015})(a_2 + a_3 + \dots + a_{2014})$, 则 M 与 N 的大小关系是 ()

A. $M = N$ B. $M > N$ C. $M < N$ D. 无法确定

【答案】B

【分析】根据换元法将, 设 $x = a_1 + a_2 + \dots + a_{2014}$, $y = a_2 + a_3 + \dots + a_{2015}$, 则 $M = xy$,
 $N = (x + a_{2015})(y - a_{2015})$, 作差即可求得大小关系.

【详解】设 $x = a_1 + a_2 + \dots + a_{2014}$, $y = a_2 + a_3 + \dots + a_{2015}$,
则 $M = xy$,

$$N = (x + a_{2015})(y - a_{2015}) = xy + a_{2015}(y - x) - a_{2015}^2,$$

$$M - N = -a_{2015}(y - x - a_{2015}) = a_1 a_{2015}$$

由于 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$ 均为负数

所以 $a_1 a_{2015}$ 为正数, 则 $M - N = a_1 a_{2015} > 0$,

$M > N$.

故选: B.

【点睛】本题考查整式的混合运算, 熟练掌握运算法则是关键, 解答时注意运用整体思想, 属难题.

2. 观察等式 $(2a-1)a^{+2}=1$, 其中 a 的取值可能是 ()

A. -2 B. 1 或 -2 C. 0 或 1 D. 1 或 -2 或 0

【答案】D

【分析】存在 3 种情况: 一种是指数为 0, 底数不为 0; 第二种是底数为 1, 指数为任意值; 第三种是底数为 -1, 指数为偶数, 分别求解可得.

【详解】情况一: 指数为 0, 底数不为 0
即: $a+2=0$, $2a-1 \neq 0$

解得: $a=-2$

情况二: 底数为 1, 指数为任意值

即: $2a-1=1$

解得： $a=1$

情况三：底数为 -1 ，指数为偶数

即： $2a-1=-1$ ，解得 $a=0$

代入 $a+2=2$ ，为偶数，成立

故答案为：D

【点睛】本题考查0指数和底数为 ± 1 的指数的特点，本题底数为 -1 的情况容易遗漏，需要关注.

3. 已知 $a=3^{55}$ ， $b=4^{44}$ ， $c=5^{33}$ ，则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ()

A. $c < a < b$ B. $c < b < a$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

【答案】A

【分析】把 a 、 b 、 c 三个数变成指数相同的幂，通过底数可得出 a 、 b 、 c 的大小关系.

【详解】解： $\because a = (3^5)^{11} = 243^{11}$ ， $b = (4^4)^{11} = 256^{11}$ ， $c = (5^3)^{11} = 125^{11}$ ，

又 $\because 125 < 243 < 256$ ，

$\therefore c < a < b$.

故选：A.

【点睛】本题考查了幂的乘方的逆运算，解答本题关键是掌握幂的乘方法则，把各数的指数变成相同.

4. 我国南宋数学家杨辉用“三角形”解释二项和的乘方规律，称之为“杨辉三角”，这个“三角形”给出了 $(a+b)^n$ ($n=1,2,3,4,\dots$) 的展开式的系数规律 (按 n 的次数由大到小的顺序)

$$1 \quad 1 \quad (a+b)^1 = a+b$$

$$1 \quad 2 \quad 1 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

...

请依据上述规律，写出 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^{2021}$ 展开式中含 x^{2019} 项的系数是 ()

A. -2021 B. 2021 C. 4042 D. -4042

【答案】D

【分析】先观察规律，再按照规律写出第一项、第二项，其中第二项 x^{2019} ，写出系数即可

【详解】解：根据规律可以发现： $\left(x - \frac{2}{x}\right)^{2021}$ 第一项的系数为 1，第二项的系数为 2021，

∴ 第一项为： x^{2021} ，

第二项为： $2021 \cdot x^{2020} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right) = -2021 \cdot x^{2020} \cdot \frac{2}{x} = -4042x^{2019}$

故选：D

【点睛】本题考查杨辉三角多项式乘法找规律的问题，观察发现式子中的规律是关键

5. 已知 $a = 22^{55}$ ， $b = 33^{44}$ ， $c = 55^{33}$ ， $d = 66^{22}$ ，则 a 、 b 、 c 、 d 的大小关系是（ ）

A. $a > b > c > d$ B. $a > b > d > c$ C. $b > a > c > d$ D. $a > d > b > c$

【答案】A

【分析】先变形化简 $a = 22^{55} = (22^5)^{11}$ ， $b = 33^{44} = (33^4)^{11}$ ， $c = 55^{33} = (55^3)^{11}$ ， $d = 66^{22} = (66^2)^{11}$ ，比较 11 次幂的底数大小即可。

【详解】因为 $a = 22^{55} = (22^5)^{11}$ ， $b = 33^{44} = (33^4)^{11}$ ， $c = 55^{33} = (55^3)^{11}$ ， $d = 66^{22} = (66^2)^{11}$ ，

因为 $\frac{55^3}{66^2} = 55 \times \frac{55^2}{66^2} = 55 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 55 \times \frac{25}{36} > 1$ ，

所以 $55^3 > 66^2$ ，

所以 $(55^3)^{11} > (66^2)^{11}$ ，

故 $55^{33} > 66^{22}$ 即 $c > d$ ；

同理可证 $a > b$ ， $b > c$

所以 $a > b > c > d$ ，

故选 A.

【点睛】本题考查了幂的乘方的逆运算，熟练掌握幂的乘方及其逆运算是解题的关键。

6. 下列选项中不能运用平方差公式的有（ ）

A. $(a+b+c)(a-b+c)$

B. $(a-b+c)(-a+b-c)$

C. $(a-b+c)(a+b-c)$

D. $(-a+b+c)(-a-b-c)$

【答案】B

【分析】利用平方差公式的结构特征判断即可得到结果.

【详解】解：A. $\because (a+b+c)(a-b+c)$

$$= [(a+c)+b][(a+c)-b]$$

$$= (a+c)^2 - b^2$$

$$= a^2 + 2ac + c^2 - b^2,$$

$\therefore$ 选项 A 能运用平方差公式，不合题意；

B. $(a-b+c)(-a+b-c)$ ，不能运用平方差公式，符合题意；

C. $\because (a-b+c)(a+b-c)$

$$= [a-(b-c)][a+(b-c)]$$

$$= a^2 - (b-c)^2$$

$$= a^2 - b^2 + 2bc - c^2,$$

$\therefore$ 选项 C 能运用平方差公式，不合题意；

D. $\because (-a+b+c)(-a-b-c)$

$$= (a-b-c)(a+b+c)$$

$$= [a-(b+c)][a+(b+c)]$$

$$= a^2 - (b+c)^2$$

$$= a^2 - b^2 - 2bc - c^2,$$

$\therefore$ 选项 D 能运用平方差公式，不合题意；

故选：B.

【点睛】此题考查了平方差公式，熟练掌握公式是解本题的关键.

7. 有 n 个依次排列的整式：第 1 项是 $(x+1)$ ，用第 1 项乘以 $(x-1)$ ，所得之积记为 a_1 ，将第 1 项加上 (a_1+1) 得到第 2 项，再将第 2 项乘以 $(x-1)$ 得到 a_2 ，将第 2 项加上 (a_2+1) 得到第 3 项，以此类推；某数学兴趣小组对此展开研究，得到 4 个结论：①第 5 项为 $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ；② $a_6 = x^6 - 1$ ；③若第 2021 项的值为 0，则 $x^{2022} = 1$ ；④当 $x = -2$ 时，第 k 项的值为 $\frac{1-2^{k+1}}{3}$ ，以上结论正确的个数为（ ）个

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【分析】根据题意可得第 1 项为 $(x+1)$ ， $a_1 = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$ ，第 2 项为 $(x+1) + (x^2 - 1 + 1) = x^2 + x + 1$ ， $a_2 = (x^2 + x + 1)(x-1) = x^3 - 1$ ，第 3 项为 $(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1 + 1) = x^3 + x^2 + x + 1$ ， $a_3 = (x^3 + x^2 + x + 1)(x-1) = x^4 - 1$ ，根据变化规律解答即可。

【详解】根据题意，

第 1 项为 $(x+1)$ ，

$$a_1 = (x+1)(x-1) = x^2 - 1,$$

第 2 项为 $(x+1) + (x^2 - 1 + 1) = x^2 + x + 1$ ，

$$a_2 = (x^2 + x + 1)(x-1) = x^3 - 1,$$

第 3 项为 $(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1 + 1) = x^3 + x^2 + x + 1$ ，

$$a_3 = (x^3 + x^2 + x + 1)(x-1) = x^4 - 1,$$

.....

∴第 5 项为 $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ，故①正确；

∴ $a_6 = x^7 - 1$ ，故②错误；

若第 2021 项的值为 0，则 $x^{2021} + x^{2020} + \text{L} + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ ，

$$\therefore a_{2021} = (x^{2021} + x^{2020} + \text{L} + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x-1) = 0,$$

$$\text{即 } x^{2022} - 1 = 0,$$

∴ $x^{2022} = 1$ ，故③正确；

当 $x = -2$ 时，设 $S = (-2)^k + (-2)^{k-1} + \text{L} + (-2)^2 + (-2) + 1$ ①，

$$\therefore -2S = (-2)^{k+1} + (-2)^k + \text{L} + (-2)^3 + (-2)^2 + (-2)$$
②，

$$\text{①}-\text{②得：} 3S = 1 - (-2)^{k+1},$$

$$\therefore S = \frac{1 - (-2)^{k+1}}{3}, \text{ 故④错误；}$$

正确的有①③两个，

故选：B.

【点睛】本题考查了整式的加减和乘除，数字的变化类规律探索，解题的关键是根据已知得到变化规律.

8. 给定一个正整数 m ，任意两个整数 a 与 b 分别除以 m 所得的余数相同，我们

就说 a, b 对 m 同余, 记作 $a \equiv b \pmod{m}$. 例如: $31 \div 9 = 3 \text{ L } 4$, $49 \div 9 = 5 \text{ L } 4$, 记作 $31 \equiv 49 \pmod{9}$.

① $1949 \equiv 2023 \pmod{3}$

② 若 $a \equiv b \pmod{3}$, 则 $2a \equiv 5b \pmod{3}$

③ 若 $a \equiv b \pmod{7}$, $c \equiv d \pmod{7}$, 则 $ac \equiv bd \pmod{7}$

④ 若 $K = 1000a + 100(b+9) + 10c + d$ ($1 \leq a \leq 9, 0 \leq b, c, d \leq 9$, a, b, c, d 为整数), 则 $K \equiv (a+b+c+d) \pmod{9}$

以上说法正确的有 () 个.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【分析】按照新定义分别对各说法进行判断即可.

【详解】解: $\because 1949 \div 3 = 649 \text{ L } 2$, $2023 \div 3 = 674 \text{ L } 1$, 二者余数不同,

$\therefore$ ① 错误, 故不符合要求;

$\because a \equiv b \pmod{3}$,

$\therefore$ 记 $a \div 3 = m \text{ L } c$, $b \div 3 = n \text{ L } c$, 其中 m, n, c 均为正整数, 则 $a = 3m + c$, $b = 3n + c$,

$\therefore 2a = 3 \times 2m + 2c$, $5b = 15n + 5c = 3(5n + c) + 2c$,

$\therefore$ 整数 $2a$ 与 $5b$ 分别除以 3 所得的余数和 $2c$ 分别除以 3 所得的余数相同,

$\therefore 2a \equiv 5b \pmod{3}$,

$\therefore$ ② 正确, 故符合要求;

$\because a \equiv b \pmod{7}$, $c \equiv d \pmod{7}$,

记 $a \div 7 = m \text{ L } x$, $b \div 7 = n \text{ L } x$, $c \div 7 = p \text{ L } y$, $d \div 7 = q \text{ L } y$, 其中

m, n, p, q, x 均为正整数, 则 $a = 7m + x$, $b = 7n + x$, $c = 7p + y$, $d = 7q + y$,

$\therefore ac = (7m + x)(7p + y) = 49mp + 7(my + px) + xy$,

$bd = (7n + x)(7q + y) = 49nq + 7(ny + qx) + xy$,

$\therefore$ 整数 ac 、 bd 分别除以 7 所得的余数和 xy 除以 7 所得的余数相同,

$\therefore ac \equiv bd \pmod{7}$,

$\therefore$ ③ 正确, 故符合要求;

$\because K = 1000a + 100(b+9) + 10c + d = 9(111a + 11b + c + 100) + (a + b + c + d)$,

$\therefore$ 整数 k 与 $a+b+c+d$ 分别除以 9 所得的余数相同，

$$\therefore K \equiv (a+b+c+d) \pmod{9},$$

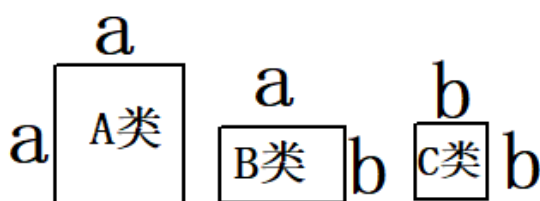
$\therefore$ ④ 正确，故符合要求；

综上，②③④ 正确，共 3 个；

故选 C.

【点睛】本题考查了新定义的运算，多项式乘多项式等知识．解题的关键在于理解题意．

9. 用如图所示的正方形和长方形卡片若干张，拼成一个边长为 $a+2b$ 的正方形，需要 B 类卡片的张数为 ()



A. 6

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】D

【分析】根据大正方形的边长，可求出大正方形的面积为 $(a+2b)^2$ ，根据完全平方公式，分解为 3 部分，刚好就是 A、B、C 这 3 类图形面积部分.其中，分解的 ab 部分的系数即为 B 类卡片的张数.

【详解】大正方形的面积为： $(a+2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$

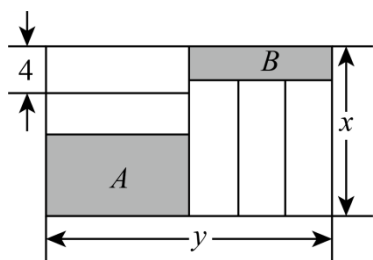
其中 a^2 为 A 类卡片的面积， $\therefore$ 需要 A 类卡片一张；

同理，需要 B 类卡片 4 张，C 类卡片 4 张.

故选 D.

【点睛】本题考查了完全平方公式在几何图中的应用，遇到这类题目，需要想办法先将题干转化为我们学习过的数学知识，然后再求解.

10. 如图，长为 y (cm)，宽为 x (cm) 的大长方形被分割为 7 小块，除阴影 A，B 外其余 5 块是形状、大小完全相同的小长方形，其较短的边长为 4cm，下列说法中正确有 ()



- ①小长方形的较长边为 $y-12$ ；
 ②阴影 A 的一条较短边和阴影 B 的一条较短边之和为 $x-y+4$ ；
 ③若 x 为定值，则阴影 A 和阴影 B 的周长和为定值；
 ④当 $x=20$ 时，阴影 A 和阴影 B 的面积和为定值.

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】B

【分析】观察图形，由大长方形的长及小长方形的宽，可得出小长方形的长为 $(y-12)\text{cm}$ ，说法①符合题意；②由大长方形的宽及小长方形的长、宽，可得出阴影 A 、 B 的较短边长，将其相加可得出阴影 A 的较短边和阴影 B 的较短边之和为 $(2x-y+4)\text{cm}$ ，说法②不符合题意；由阴影 A 、 B 的相邻两边的长度，利用长方形的周长计算公式可得出阴影 A 和阴影 B 的周长之和为 $2(2x+4)$ ，结合 x 为定值可得出说法③符合题意；由阴影 A 、 B 的相邻两边的长度，利用长方形的面积计算公式可得出阴影 A 和阴影 B 的面积之和为 $(xy-20y+240)\text{cm}^2$ ，代入 $x=20$ 可得出说法④符合题意.

【详解】解：∵大长方形的长为 $y\text{cm}$ ，小长方形的宽为 4cm ，

∴小长方形的长为 $y-3\times 4=(y-12)\text{cm}$ ，说法①符合题意；

∵大长方形的宽为 $x\text{cm}$ ，小长方形的长为 $(y-12)\text{cm}$ ，小长方形的宽为 4cm ，

∴阴影 A 的较短边为 $x-2\times 4=(x-8)\text{cm}$ ，

阴影 B 的较短边为 $x-(y-12)=(x-y+12)\text{cm}$ ，

∴阴影 A 的较短边和阴影 B 的较短边之和为 $x-8+x-y+12=(2x-y+4)\text{cm}$ ，说法②不符合题意；

∴阴影 A 的较长边为 $(y-12)\text{cm}$ ，较短边为 $(x-8)\text{cm}$ ，

阴影 B 的较长边为 $3\times 4=12(\text{cm})$ ，较短边为 $(x-y+12)\text{cm}$ ，

∴阴影 A 的周长为 $2(y-12+x-8)=2(x+y-20)\text{cm}$ ，

阴影 B 的周长为 $2(12+x-y+12)=2(x-y+24)\text{cm}$ ，

∴阴影 A 和阴影 B 的周长之和为 $2(x+y-20)+2(x-y+24)=2(2x+4)\text{cm}$,

∴若 x 为定值, 则阴影 A 和阴影 B 的周长之和为定值, 说法③符合题意;

∴阴影 A 的较长边为 $(y-12)\text{cm}$, 较短边为 $(x-8)\text{cm}$,

阴影 B 的较长边为 $3\times 4=12(\text{cm})$, 较短边为 $(x-y+12)\text{cm}$,

∴阴影 A 的面积为 $(y-12)(x-8)=(xy-12x-8y+96)\text{cm}^2$,

阴影 B 的面积为 $12(x-y+12)=(12x-12y+144)\text{cm}^2$,

∴阴影 A 和阴影 B 的面积之和为

$xy-12x-8y+96+12x-12y+144=(xy-20y+240)\text{cm}^2$,

当 $x=20$ 时, $xy-20y+240=240(\text{cm}^2)$, 说法④符合题意,

综上所述, 正确的说法有①③④, 共 3 个,

故选: B.

【点睛】本题考查了列代数式以及整式的混合运算, 根据图形分别表示出相关边长并能熟练运用整式加减的运算法则是解题的关键.

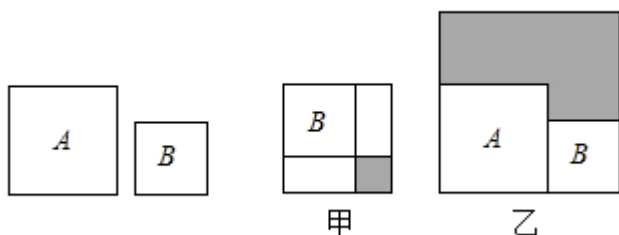
二、填空题

11. 实践操作: 现有两个正方形 A , B . 如图所示进行两种方式摆放:

方式 1: 将 B 放在 A 的内部, 得甲图;

方式 2: 将 A , B 并列放置, 构造新正方形得乙图.

问题解决: 对于上述操作, 若甲图和乙图阴影部分的面积分别为 1 和 12, 则正方形 A , B 的面积之和为_____.



【答案】13

【分析】设正方形 A , B 的边长各为 a , b ($a>b$), 得图甲中阴影部分的面积为 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=1$, 可解得 $a-b=1$, 图乙中阴影部分的面积为

$(a+b)^2-(a^2+b^2)=2ab=12$, 可得 $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=1+2\times 12=25$, 可得 $a+b=5$,

进而求得 a 与 b 的值即可求解.

【详解】解：设正方形 A , B 的边长各为 a 、 b ($a > b$),

得图甲中阴影部分的面积为 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 1$

解得 $a-b=1$ 或 $a-b=-1$ (舍去),

图乙中阴影部分的面积为 $(a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab = 12$,

可得 $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab = 1 + 2 \times 12 = 25$,

解得 $a+b=5$ 或 $a+b=-5$ (舍去),

联立得 $\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=5 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$,

$\therefore a^2 + b^2 = 3^2 + 2^2 = 13$,

$\therefore$ 正方形 A , B 的面积之和为 13.

故答案为: 13.

【点睛】此题考查了灵活利用乘法公式求图形面积问题的能力, 关键是能根据图形列出对应的算式.

12. 设 n 为正整数, 若 $n^2 + 9n - 3$ 是完全平方数, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】4 或 19

【分析】将 $n^2 + 9n - 3$ 转化成一个完全平方数再加一个数, 只有这个数为 0 时, 原式是完全平方数, 求出 n 再判断, 即可得出答案.

【详解】解: ① $n^2 + 9n - 3 = n^2 + 2n + 7n - 3 = (n^2 + 2n + 1) + (7n - 4) = (n+1)^2 + (7n-4)$,
 $\therefore n^2 + 9n - 3$ 是完全平方数,

$\therefore (n+1)^2 + (7n-4)$ 是完全平方数,

$\therefore 7n-4=0$,

$\therefore n = \frac{4}{7}$ (不是正整数, 不符合题意),

② $n^2 + 9n - 3 = n^2 + 4n + 5n - 3 = (n^2 + 4n + 4) + (5n - 7) = (n+2)^2 + (5n-7)$,

$\therefore n^2 + 9n - 3$ 是完全平方数,

$\therefore (n+2)^2 + (5n-7)$ 是完全平方数,

$\therefore 5n-7=0$,

$\therefore n = \frac{7}{5}$ (不是正整数, 不符合题意),

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/667122000133006115>