

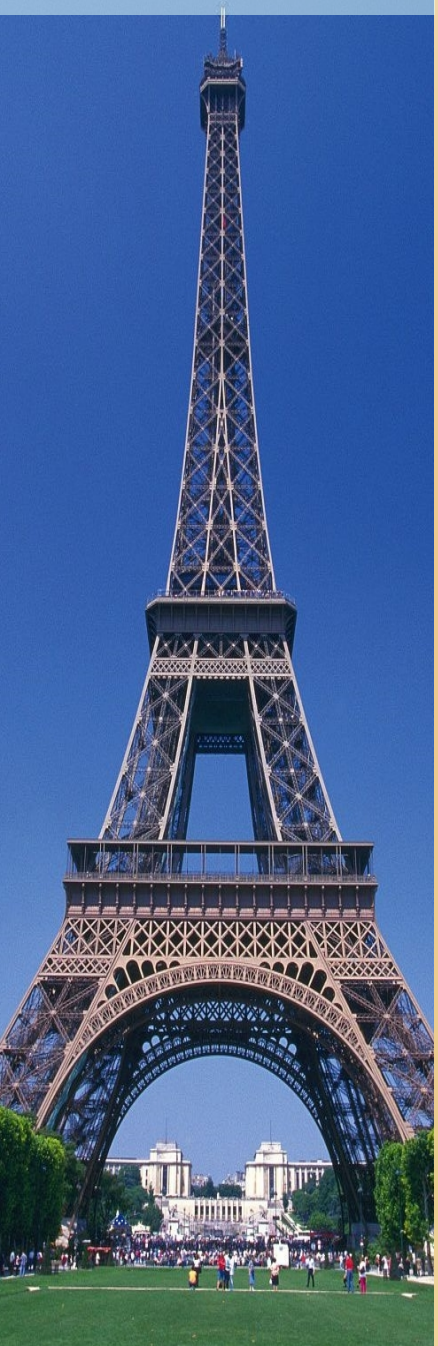
第一章 §1 不等式的性质

## 1.2 不等式的性质

## 学习目标

- 1.理解不等式的性质，并掌握不等式的性质.
- 2.能运用不等式的性质证明简单的不等式、解决不等式的简单问题.

# 内容索引



**问题导学**

---

**题型探究**

---

**达标检测**

---

# 问题导学



## 知识点 不等式的性质

(1)性质1(对称性): 如果 $a > b$ , 那么  $b < a$ ;

如果 $b < a$ , 那么  $a > b$ .

(2)性质2(传递性): 如果 $a > b$ ,  $b > c$ , 那么  $a > c$ .

(3)性质3(加法性质): 如果 $a > b$ , 那么  $a + c > b + c$ .

①移项法则: 如果 $a + b > c$ , 那么  $a > c - b$ .

②推论(加法法则): 如果 $a > b$ ,  $c > d$ , 那么  $a + c > b + d$ .



(4)性质4(乘法性质): 如果 $a>b$ ,  $c>0$ , 那么  $ac>bc$ ;

如果 $a>b$ ,  $c<0$ , 那么 $ac<bc$ .

①推论1(乘法法则): 如果 $a>b>0$ ,  $c>d>0$ , 那么  $ac>bd$ .

②推论2(平方法则): 如果 $a>b>0$ , 那么 $a^2 > b^2$ .

③推论3(乘方法则): 如果 $a>b>0$ , 那么 $a^n > b^n$ ( $n$ 为正整数).

④推论4(开方法则): 如果 $a>b>0$ , 那么 $a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$ ( $n$ 为正整数).



# 题型探究



例1 判断下列命题是否正确，并说明理由.

(1)若  $a > b > 0$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ;

解 正确.因为  $a > b > 0$ ，所以  $ab > 0$ .

两边同乘以  $\frac{1}{ab}$ ，得  $a \cdot \frac{1}{ab} > b \cdot \frac{1}{ab}$ ，得  $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ .



(2)若  $c > a > b > 0$ , 则  $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$ ;

**解 正确.因为  $c-a > 0$ ,  $c-b > 0$ ,**

且  $c-a < c-b$ , 所以  $\frac{1}{c-a} > \frac{1}{c-b} > 0$ .

又  $a > b > 0$ , 所以  $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$ .

(3)若 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ , 则  $ad > bc$ ;

解 不正确.因为 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ , 所以 $\frac{a}{c} - \frac{b}{d} > 0$ ,

即 $\frac{ad-bc}{cd} > 0$ ,

所以 $\begin{cases} ad-bc > 0, \\ cd > 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} ad-bc < 0, \\ cd < 0, \end{cases}$

即 $ad > bc$ 且 $cd > 0$ 或 $ad < bc$ 且 $cd < 0$ .

(4) 设  $a, b$  为正实数, 若  $a - \frac{1}{a} < b - \frac{1}{b}$ , 则  $a < b$ .

**解** 正确. 因为  $a - \frac{1}{a} < b - \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ ,

所以  $a^2b - b < ab^2 - a \Rightarrow a^2b - ab^2 - b + a < 0$

$\Rightarrow ab(a - b) + (a - b) < 0 \Rightarrow (a - b)(ab + 1) < 0$ ,

所以  $a - b < 0$ , 即  $a < b$ .

## 反思与感悟 (1)利用不等式的性质判断命题真假的技巧

①要判断一个命题为真命题，必须严格证明；

②要判断一个命题为假命题，或者举反例，或者由题中条件推出与结论相反的结果.其中，举反例在解选择题时用处很大.

## (2)运用不等式的性质判断命题真假的三点注意事项

①倒数法则要求两数同号；

②两边同乘以一个数，不等号方向是否改变要视此数的正负而定；

③同向不等式可以相加，异向不等式可以相减.

跟踪训练1 下列命题中正确的是 ②④ .(填序号)

①若  $a > b > 0$ ,  $c > d > 0$ , 那么  $\sqrt{\frac{a}{d}} < \sqrt{\frac{b}{c}}$ ;

②若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $a^2 + b^2 + 5 \geq 2(2a - b)$ ;

③若  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a > b$ , 则  $a^2 > b^2$ ;

④若  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a > b$ , 则  $\frac{a}{c^2 + 1} > \frac{b}{c^2 + 1}$ .

## 类型二 利用不等式的性质证明不等式

例 2 已知  $a > b > 0$ ,  $c < d < 0$ , 求证:  $\frac{b}{a-c} < \frac{a}{b-d}$

证明  $\because c < d < 0$ ,

$\therefore -c > -d > 0$ .

又  $a > b > 0$ ,

$\therefore a - c > b - d > 0$ ,

$\therefore 0 < \frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-d}$

又  $0 < b < a$ ,

$\therefore \frac{b}{a-c} < \frac{a}{b-d}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/667123061101010003>