云南省昆明市禄劝彝族苗族自治县第一中学 2024 届数学高三上期末综合测试模拟试题

请考生注意：

1．请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0．5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

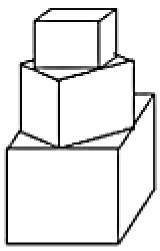
2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．音乐，是用声音来展现美，给人以听觉上的享受，熔铸人们的美学趣味．著名数学家傅立叶研究了乐声的本质，他证明了所有的乐声都能用数学表达式来描述，它们是一些形如 $a\sin bx$ 的简单正弦函数的和，其中频率最低的一项是基本音，其余的为泛音．由乐声的数学表达式可知，所有泛音的频率都是基本音频率的整数倍，称为基本音的谐波．下列函数中不能与函数 $y=0.06\sin 180000t$ 构成乐音的是（　　）

A． $y=0.02\sin 360000t$　　**B．** $y=0.03\sin 180000t$　　**C．** $y=0.02\sin 181800t$　　**D．** $y=0.05\sin 540000t$

2．有一改形塔几何体由若干个正方体构成，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点.已知最底层正方体的棱长为 8，如果改形塔的最上层正方体的边长小于 1，那么该塔形中正方体的个数至少是（　　）



A．8　　**B．7**　　**C．6**　　**D．4**

3．已知实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-2\geq 0 \\ x-2y+2\geq 0 \\ x\leq 2 \end{cases}$，则 x^2+y^2 的取值范围是（　　）

A． $\left[\dfrac{2\sqrt{5}}{5},2\sqrt{2}\right]$　　**B．** $\left[\dfrac{4}{5},8\right]$　　**C．** $\left[\dfrac{2}{5},8\right]$　　**D．** $[1,8]$

4．已知向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{m}=(4,6)$ 平行，$\vec{b}=(-5,1)$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=14$，则 $\vec{a}=$（　　）

A． $(4,6)$　　**B．** $(-4,-6)$

C． $\left(\dfrac{2\sqrt{13}}{13},\dfrac{3\sqrt{13}}{13}\right)$　　**D．** $\left(-\dfrac{2\sqrt{13}}{13},-\dfrac{3\sqrt{13}}{13}\right)$

5．已知a，b为两条不同直线，α，β，γ为三个不同平面，下列命题：①若$\alpha//\beta$，$\alpha//\gamma$，则$\beta//\gamma$；②若$a//\alpha$，$a//\beta$，则$\alpha//\beta$；③若$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则$\alpha\perp\beta$；④若$a\perp\alpha$，$b\perp\alpha$，则$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$.其中正确命题序号为(　　)

A．②③　　　　**B．**②③④　　　　**C．**①④　　　　**D．**①②③

6．将函数$f(x)=\sin(3x+\frac{\pi}{6})$的图像向右平移$m(m>0)$个单位长度，再将图像上各点的横坐标伸长到原来的**6**倍（纵坐标不变），得到函数$g(x)$的图像，若$g(x)$为奇函数，则m的最小值为（　　）

A．$\frac{\pi}{9}$　　　　**B．**$\frac{2\pi}{9}$　　　　**C．**$\frac{\pi}{18}$　　　　**D．**$\frac{\pi}{24}$

7．已知$\sin\left(\pi+\alpha\right)=\frac{4}{5}$，且$\sin 2\alpha<0$，则$\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$的值为（　　）

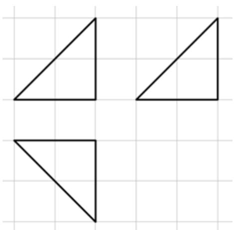
A．7　　　　**B．**-7　　　　**C．**$\frac{1}{7}$　　　　**D．**$-\frac{1}{7}$

8．已知$y=f(x)$是定义在**R**上的奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=x+\frac{2}{x}-3$．若$x\le 0$，则$f(x)\le 0$的解集是（　　）

A．$[-2,-1]$　　　　**B．**$(-\infty,-2]\cup[-1,0]$

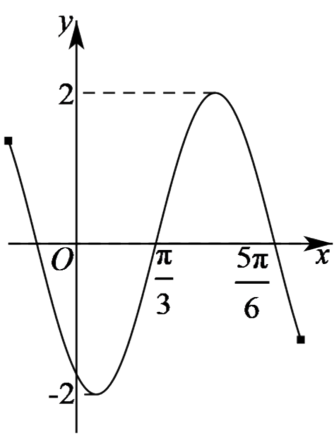
C．$(-\infty,-2]\cup[-1,0)$　　　　**D．**$(-\infty,-2)\cup(-1,0]$

9．如图，网格纸上小正方形的边长为**1**，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的表面积（　　）



A．$6+2\sqrt{3}$　　　　**B．**$6+2\sqrt{2}$　　　　**C．**$4+4\sqrt{2}$　　　　**D．**$4+4\sqrt{3}$

10．已知函数$f\left(x\right)=2\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi\le\pi\right)$的图象如图所示，则下列说法错误的是（　　）



A．函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{17\pi}{12},-\frac{11\pi}{12}\right]$ 上单调递减

B．函数 $f(x)$ 在 $\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$ 上单调递增

C．函数 $f(x)$ 的对称中心是 $\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},0\right)(k\in Z)$

D．函数 $f(x)$ 的对称轴是 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{5\pi}{12}(k\in Z)$

11．设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_4=a_4+3$，则 $a_2=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

12．设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则"$a_1<0$"是"$S_{2021}<0$"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，向量 $\vec{a}=$（4，－ n），$\vec{b}=$（S_n，n+3）.若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则数列$\{\frac{1}{na_n}\}$前 2020 项和为_____

14．设 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\le 0\\ x-y+2\ge 0\\ y+m\ge 0\end{cases}$，若 $z=2x+y$ 的最小值是 -1，则 m 的值为_________.

15．等腰直角三角形 ABC 内有一点 P，$PA=1$，$PB=\sqrt{2}$，$PC=2$，$\angle A=90°$，则 ΔABC 面积为______.

16．在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左顶点为 A，右焦点为 F，过 F 作 x 轴的垂线交双曲线于点 P，Q.若 ΔAPQ 为直角三角形，则该双曲线的离心率是______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）手工艺是一种生活态度和对传统的坚持，在我国有很多手工艺品制作村落，村民的手工技艺世代相传，有些村落制造出的手工艺品不仅全国闻名，还大量远销海外.近年来某手工艺品村制作的手工艺品在国外备受欢迎，该村村民成立了手工艺品外销合作社，为严把质量关，合作社对村民制作的每件手工艺品都请 3 位行家进行质量把关，质量把关程序如下：（i）若一件手工艺品 3 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为 A 级；（ii）若仅有 1 位行家认为质量不过关，再由另外 2 位行家进行第二次质量把关，若第二次质量把关这 2 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为 B 级，若第二次质量把关这 2 位行家中有 1 位或 2 位认为质量不过关，则该手工艺品质量为 C 级；（iii）若有 2 位或 3 位行家认为质量不过关，则该手工艺品质量为 D

级.已知每一次质量把关中一件手工艺品被1位行家认为质量不过关的概率为$\frac{1}{3}$，且各手工艺品质量是否过关相互独立.

（1）求一件手工艺品质量为B级的概率；

（2）若一件手工艺品质量为A，B，C级均可外销，且利润分别为900元，600元，300元，质量为D级不能外销，利润记为100元.

①求10件手工艺品中不能外销的手工艺品最有可能是多少件；

②记1件手工艺品的利润为X元，求X的分布列与期望.

18.（12分）已知函数$f\left(x\right)=\tan x+a\sin 2x-2x\left(0\le x<\frac{\pi}{2}\right)$.

（1）若$a=0$，求函数$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）若$f\left(x\right)\ge 0$恒成立，求实数a的取值范围.

19.（12分）已知函数$f\left(x\right)=\frac{\sin x}{x}$，$g\left(x\right)=x\cdot\cos x-\sin x$.

（Ⅰ）判断函数$g\left(x\right)$在区间$\left(0,3\pi\right)$上零点的个数，并证明；

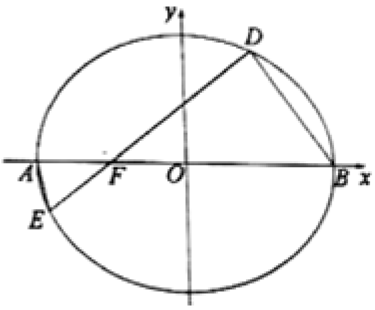
（Ⅱ）函数$f\left(x\right)$在区间$\left(0,3\pi\right)$上的极值点从小到大分别为x_1，x_2，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)<0$

20.（12分）在ΔABC中，角A, B, C所对的边分别为a, b, c，若$\vec{m}=(a,b-c)$，$\vec{n}=\left(\sin A-\sin B,\sin B+\sin C\right)$，$\vec{p}=(1,2)$，且$\vec{m}\perp\vec{n}$.

（1）求角C的值；

（2）求$\vec{n}\cdot\vec{p}$的最大值.

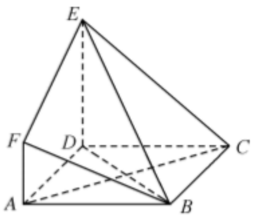
21.（12分）如图，在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$．且经过点$(1，\frac{3}{2})$，$A$，$B$分别为椭圆$C$的左、右顶点，过左焦点$F$的直线$l$交椭圆$C$于$D$，$E$两点（其中$D$在$x$轴上方）.



（1）求椭圆C的标准方程；

（2）若ΔAEF与ΔBDF的面积之比为1：7，求直线l的方程.

22.（10 分）如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的菱形，$DE \perp$ 平面 $ABCD, AB \perp AD, AF // DE, DE = 3AF$.



（1）求证：$AC \perp$ 平面 BDE；

（2）若 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 $60°$，求二面角 $F-BE-D$ 的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由基本音的谐波的定义可得 $f_1 = nf_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,利用 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ 可得 $\omega_1 = n\omega_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,即可判断选项.

【详解】

由题,所有泛音的频率都是基本音频率的整数倍,称为基本音的谐波,

由 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$,可知若 $f_1 = nf_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,则必有 $\omega_1 = n\omega_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,

故选:C

【点睛】

本题考查三角函数的周期与频率,考查理解分析能力.

2、A

【解析】

则从下往上第二层正方体的棱长为：$\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，从下往上第三层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=4$，

从下往上第四层正方体的棱长为：$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，以此类推，能求出改形塔的最上层正方体的边长小于 1 时该塔形中正方体的个数的最小值的求法.

【详解】

最底层正方体的棱长为 8，

则从下往上第二层正方体的棱长为：$\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，

从下往上第三层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=4$，

从下往上第四层正方体的棱长为：$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

从下往上第五层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=2$，

从下往上第六层正方体的棱长为：$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

从下往上第七层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=1$，

从下往上第八层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴改形塔的最上层正方体的边长小于 1，那么该塔形中正方体的个数至少是 8.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查正方体有关计算，属于基础题.

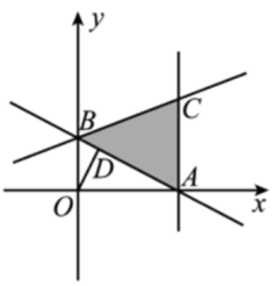
3、B

【解析】

画出可行域，根据可行域上的点到原点距离，求得 x^2+y^2 的取值范围.

【详解】

由约束条件作出可行域是由 $A(2,0)$，$B(0,1)$，$C(2,2)$ 三点所围成的三角形及其内部，如图中阴影部分，而 x^2+y^2 可理解为可行域内的点到原点距离的平方，显然原点到 AB 所在的直线 $x+2y-2=0$ 的距离是可行域内的点到原点距离的最小值，此时 $x^2+y^2=OD^2=\left(\frac{OA\cdot OB}{AB}\right)^2=\frac{4}{5}$，点 C 到原点的距离是可行域内的点到原点距离的最大值，此时 $x^2+y^2=2^2+2^2=8$.所以 x^2+y^2 的取值范围是 $\left[\frac{4}{5},8\right]$.



故选：B

【点睛】

本小题考查线性规划，两点间距离公式等基础知识；考查运算求解能力，数形结合思想，应用意识.

4、B

【解析】

设$\vec{a}=\left(x,y\right)$，根据题意得出关于x、y的方程组，解出这两个未知数的值，即可得出向量$\vec{a}$的坐标.

【详解】

设$\vec{a}=\left(x,y\right)$，且$\vec{m}=\left(4,6\right)$，$\vec{b}=\left(-5,1\right)$，

由$\vec{a}//\vec{m}$得$6x=4y$，即$3x=2y$，①，由$\vec{a}\cdot\vec{b}=-5x+y=14$，②，

所以$\begin{cases}3x=2y\\-5x+y=14\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-4\\y=-6\end{cases}$，因此，$\vec{a}=\left(-4,-6\right)$.

故选：B.

【点睛】

本题考查向量坐标的求解，涉及共线向量的坐标表示和向量数量积的坐标运算，考查计算能力，属于中等题.

5、C

【解析】

根据直线与平面，平面与平面的位置关系进行判断即可.

【详解】

根据面面平行的性质以及判定定理可得，若$\alpha//\beta$，$\alpha//\gamma$，则$\beta//\gamma$，故①正确；

若$a//\alpha$，$a//\beta$，平面α,β可能相交，故②错误；

若$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则α,β可能平行，故③错误；

由线面垂直的性质可得，④正确；

故选：C

【点睛】

本题主要考查了判断直线与平面，平面与平面的位置关系，属于中档题.

6、C

【解析】

根据三角函数的变换规则表示出$g(x)$，根据$g(x)$是奇函数，可得m的取值，再求其最小值.

【详解】

解：由题意知，将函数 $f(x)=\sin(3x+\frac{\pi}{6})$ 的图像向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度，得 $y=\sin\left[3\left(x-m\right)+\frac{\pi}{6}\right]$，再将

$y=\sin\left[3x-3m+\frac{\pi}{6}\right]$ 图像上各点的横坐标伸长到原来的 6 倍（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图像，

$\therefore g(x)=\sin(\frac{1}{2}x-3m+\frac{\pi}{6})$，

因为 $g(x)$ 是奇函数，

所以 $-3m+\frac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，解得 $m=\frac{\pi}{18}-\frac{k\pi}{3},k\in Z$，

因为 $m>0$，所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{18}$.

故选：C

【点睛】

本题考查三角函数的变换以及三角函数的性质，属于基础题.

7、A

【解析】

由 $\sin\left(\pi+\alpha\right)=\frac{4}{5}$ 及 $\sin 2\alpha<0$ 得到 $\sin\alpha$ 、$\cos\alpha$，进一步得到 $\tan\alpha$，再利用两角差的正切公式计算即可.

【详解】

因为 $\sin\left(\pi+\alpha\right)=\frac{4}{5}$，所以 $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$，又 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha<0$，所以 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，

$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$，所以 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=\frac{-1-\frac{4}{3}}{1-\frac{4}{3}}=7$.

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数诱导公式、二倍角公式以及两角差的正切公式的应用，考查学生的基本计算能力，是一道基础题.

8、B

【解析】

利用函数奇偶性可求得 $f\left(x\right)$ 在 $x<0$ 时的解析式和 $f\left(0\right)$，进而构造出不等式求得结果.

【详解】

Q $f\left(x\right)$ 为定义在 R 上的奇函数，$\therefore f\left(0\right)=0$.

当 $x<0$ 时，$-x>0$，$\therefore f\left(-x\right)=-x-\frac{2}{x}-3$，

$\because f\left(x\right)$为奇函数，$\therefore f\left(x\right)=-f\left(-x\right)=x+\dfrac{2}{x}+3\left(x<0\right)$，

由$\begin{cases}x<0\\x+\dfrac{2}{x}+3\leq 0\end{cases}$得：$x\leqslant -2$或$-1\leq x<0$；

综上所述：若$x\leq 0$，则$f\left(x\right)\leq 0$的解集为$\left(-\infty,-2\right]\cup\left[-1,0\right]$.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数奇偶性的应用，涉及到利用函数奇偶性求解对称区间的解析式；易错点是忽略奇函数在$x=0$处有意义时，$f\left(0\right)=0$的情况.

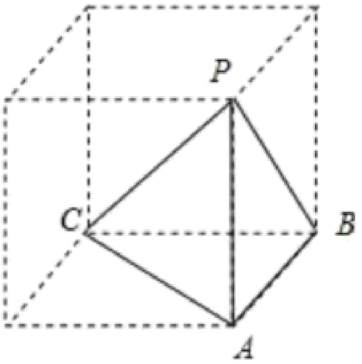
9、**C**

【解析】

画出几何体的直观图，利用三视图的数据求解几何体的表面积即可.

【详解】

解：几何体的直观图如图，是正方体的一部分，***P*−*ABC***，



正方体的棱长为**2**，

该几何体的表面积：

$\dfrac{1}{2}\times2\times2+\dfrac{1}{2}\times2\times2+\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=4+4\sqrt{2}$.

故选**C**.

【点睛】

本题考查三视图求解几何体的直观图的表面积，判断几何体的形状是解题的关键.

10、**B**

【解析】

根据图象求得函数$y=f\left(x\right)$的解析式，结合余弦函数的单调性与对称性逐项判断即可.

【详解】

由图象可得，函数的周期$T=2\times\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)=\pi$，所以$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

将点$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$代入$f\left(x\right)=2\cos\left(2x+\varphi\right)$中，得$2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{2}\left(k\in Z\right)$，解得$\varphi=2k\pi-\frac{7\pi}{6}\left(k\in Z\right)$，由

$0<\varphi\leq\pi$，可得$\varphi=\frac{5\pi}{6}$，所以$f\left(x\right)=2\cos\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)$.

令$2k\pi\leq 2x+\frac{5\pi}{6}\leq 2k\pi+\pi\left(k\in Z\right)$，得$k\pi-\frac{5\pi}{12}\leq x\leq k\pi+\frac{\pi}{12}\left(k\in \mathbf{Z}\right)$，

故函数$y=f\left(x\right)$在$\left[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{12}\right]\left(k\in Z\right)$上单调递减，

当$k=-1$时，函数$y=f\left(x\right)$在$\left[-\frac{17}{12}\pi,-\frac{11}{12}\pi\right]$上单调递减，故 **A** 正确；

令$2k\pi-\pi\leq 2x+\frac{5\pi}{6}\leq 2k\pi\left(k\in Z\right)$，得$k\pi-\frac{11\pi}{12}\leq x\leq k\pi-\frac{5\pi}{12}\left(k\in Z\right)$，

故函数$y=f\left(x\right)$在$\left[k\pi-\frac{11\pi}{12},k\pi-\frac{5\pi}{12}\right]\left(k\in Z\right)$上单调递增.

当$k=2$时，函数$y=f\left(x\right)$在$\left[\frac{13\pi}{12},\frac{19\pi}{12}\right]$上单调递增，故 **B** 错误；

令$2x+\frac{5\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}\left(k\in Z\right)$，得$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\left(k\in Z\right)$，故函数$y=f\left(x\right)$的对称中心是$\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},0\right)\left(k\in Z\right)$，故 **C** 正确；

令$2x+\frac{5\pi}{6}=k\pi\ \left(k\in Z\right)$，得$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{5\pi}{12}\ \left(k\in Z\right)$，故函数$y=f\left(x\right)$的对称轴是$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{5\pi}{12}\ \left(k\in Z\right)$，故 **D** 正确.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查由图象求余弦型函数的解析式，同时也考查了余弦型函数的单调性与对称性的判断，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

11、**C**

【解析】

利用等差数列的性质化简已知条件，求得a_2的值.

【详解】