人教版数学九年级全册知识点训练营——二次函数的实际应用

一、销售问题

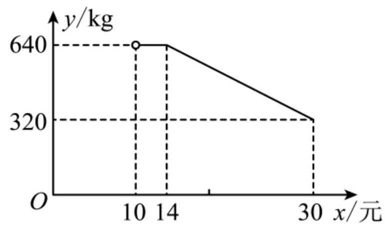
1．（2024九上·新市区月考）某超市销售一种商品，每件成本为40元，销售人员经调查发现，销售单价为100元时，每月的销售量为60件，而销售单价每降低3元，则每月可多售出9件，且要求销售单价不得低于成本．

（1）求该商品每月的销售量y（件）与销售单价x（元）之间的函数关系式；（需求自变量取值范围）

（2）若使该商品每月的销售利润为3600元，并使顾客获得更多的实惠，销售单价应定为多少元？

（3）超市的销售人员发现：当该商品每月销售量超过某一数量时，会出现所获利润反而减小的情况，为了每月所获利润最大，该商品销售单价应定为多少元？

2．（2024九下·易门模拟）某乡镇贸易公司开设了一家网店，销售当地某种农产品，已知该农产品成本为每千克 10 元，调查发现，每天销售量 y（kg）与销售单价 x（元）满足如图所示的函数关系（其中 10<x≤30）



（1）写出 y 与 x 之间的函数关系式及自变量的取值范围；

（2）当销售单价 x 为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少元？

3．（2024九下·荆门模拟）小明投资销售一种进价为每件 20 元的护眼台灯．销售过程中发现，每月销售量 y（件）与销售单价 x（元）之间的关系可近似的看作一次函数：y＝﹣ 10x+500，在销售过程中销售单价不低于成本价，而每件的利润不高于成本价的 60%．

（1）设小明每月获得利润为 w（元），求每月获得利润 w（元）与销售单价 x（元）之间的函数关系式，并确定自变量 x 的取值范围．

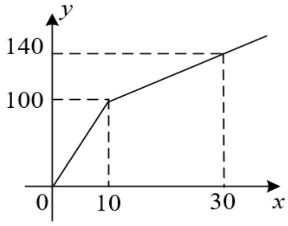
（2）当销售单价定为多少元时，每月可获得最大利润？每月的最大利润是多少？

（3）如果小明想要每月获得的利润不低于 2000 元，那么小明每月的成本最少需要多少元？（成本＝进价×销售量）

4．（2024·吉木萨尔模拟）某农户在30天内采用线部分农产品在抖音平台带货销售，已知抖音平台带货销售日销售量y_1（件）与时间x

（天）关系如图所示．另一部分农产品在线下店铺销售，农产品的日销售量y_2（件）与时间x（之间满足函数关系$y_2=ax^2+bx$，其中部分对应值如表所示．

销售时间 x（天）	0	10	20	30
日销售量y_2（件）	0	75	100	75



（1）写出y_1与x的函数关系式及自变量x的取值范围；

（2）试确定线下店铺日销售量y_2与x的函数关系式并求出线下店铺日销售量y_2的最大值；

（3）已知该农户线下销售该农产品每件利润为20元，在抖音平台销售该农产品每件利润为30元，设该农户销售农产品的日销售总利润为w，写出w与时间x的函数关系式，并判断第几天日销售总利润w最大，并求出此时最大值．

5．（2024·湖北模拟）某商场用 12000 元购进 A，B 两种文具各 200 个，文具 A 比文具 B 的进价少 20 元. 在销售过程中发现，文具 A 每天的销量 y_1(单位：个)与其销售单价 x(单位：元)有如下关系： $y_1=-x+76$,文具 B 每天的销量 y_2(单位：个)与其销售单价 z(单位：元)有如下关系： $y_2=-z+80$,，其中 x，z 均为整数.商场按照每个文具 A 和每个文具 B 的利润率相同的标准确定销售单价，并且销售单价均高于进价.

（1） 求两种文具的进价；

（2）当文具 A 的销售单价为多少元时，两种书包每天销售的总利润相同；

（3）当这两种文具每天销售的总利润的和最大时，直接写出此时文具 A 的销售单价.

6．（2024 八下·苍南月考）

	草莓销售问题
素材1	草莓是一种具有丰富营养和独特风味的水果，被誉为“水果皇后”．近期，“富兴”草莓园的草莓已成熟，可以进行采摘销售．销售渠道除了直接销售到城区外，还可以让市民去草莓园区内采摘购买．  

素材2	今年 4 月第三周，该草莓园在城区和园区内的销售价格分别是 15 元/千克和 20 元/千克，一共销售了 1000 千克，销售总收入为 17000 元.
素材3	为了促进销量，进而增加销售收入，该草莓园决定 4 月第四周将城区每千克售价降低 $x(x>0)$ 元，园区内每千克售价打 9 折，预计城区和园区内的销量将分别比第三周增加$20x\%$和30%.
	问题解决
任务1	该草莓园今年 4 月第三周城区和园区内分别销售了多少千克草莓？
任务2	若该草莓园今年 4 月第四周销售总额为w元，请你用含x的代数式表示w.
任务3	若预计该草莓园今年 4 月第四周销售收入为 20280 元，求x的值.

二、百分率问题

7.（2024 九上·衡东期末）每年 10 月至 12 月是永兴冰糖橙上市的最好季节．某果园 2021 年的冰糖橙销量为 3 万千克，2023 年销量为4．32万千克，已知每年销量增长率 a 相等．

（1）求销量增长率 a；

（2）某水果商以 90 元/箱从果园进货，再以 100 元/箱卖出，每周可以卖出 100 箱．该水果商想涨价销售，每箱每涨价 1 元，每周销量减少 4 箱．设每周销售冰糖橙获利 W 元，每箱涨价 x 元（水果商每周至少卖出 80 箱）．写出 W（元）与涨价 x（元/箱）之间的函数关系式；求出水果商每周销售冰糖橙利润 W 的最大值．

8.（2023 九上·长沙月考）随旅游业的快速发展，外来游客对住宿的需求明显增大，某宾馆拥有的床位数不断增加．

（1）该宾馆床位数从 2021 年底的 200 个增长到 2023 年底的 288 个，求该宾馆这两年（从 2021 年底到 2023 年底）拥有的床位数的年平均增长率；

（2）该宾馆打算向游客出售了一款纪念工艺品，每件成本 50 元，为了合理定价，现投放市场进行试销．据市场调查，销售单价是 100 元时，每天的销售量是 50 件，若销售单价每降低 1 元，每天就可多售出 5 件。若该馆想要每天的销售利润达到 4000 元，且销量尽可能大，应该如何定价？

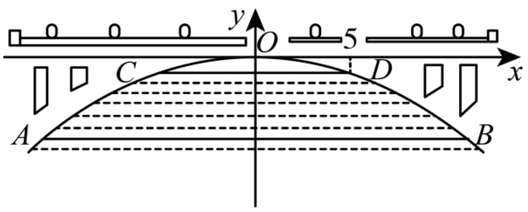
9．（2022 九上·武隆期末）中国新冠疫苗研发成功，举世瞩目，疫情得到有效控制，国内旅游业也逐渐回温，我市某酒店有 A、B 两种房间，A 种房间房价每天 200 元，B 种房间房价每天 300 元，今年 2 月，该酒店登记入住了 120 间，总营业收入 28000 元．

（1）求今年 2 月该酒店 A 种房间入住了多少间？

（2）该酒店为提高房间入住量，增加营业收入，大力借助网络平台进行宣传，同时将 A 种房间房价调低 2a 元，将 B 种房间房价下调 a%，由此，今年 3 月，该酒店吸引了大批游客入住，A、B 两种房间入住量都比 2 月增加了$\frac{5}{2}$a%，总营业收入在 2 月的基础上增加了 a%，求 a 的值．

三、拱桥问题

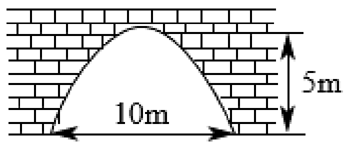
10．（2024 九上·北京市月考）如图，有一座抛物线形拱桥，在正常水位时水面 AB 的宽为 20 米，如果水位上升 3 米，则水面 CD 的宽是 10 米．



（1）建立如图所示的直角坐标系，求此抛物线的解析式；

（2）当水位在正常水位时，有一艘宽为 6 米的货船经过这里，船舱上有高出水面 3.6 米的长方体货物（货物与货船同宽）．问：此船能否顺利通过这座拱桥？

11．（2024 九上·朝阳月考）如图，是一座古拱桥的截面图，拱桥桥洞的上沿是抛物线形状，当水面的宽度为 10m 时，桥洞与水面的最大距离是 5m．



（1）求抛物线的表达式；

（2）因为上游水库泄洪，水面宽度变为 6m，求水面上涨的高度．

12．（湖北省武汉市新洲区邾城街 2024-2025 学年九年级上学期 9 月考数学试题）【实践探究】

数学课题学习小组，为了研究学习二次函数问题，他们经历了实践——应用——探究的过程：

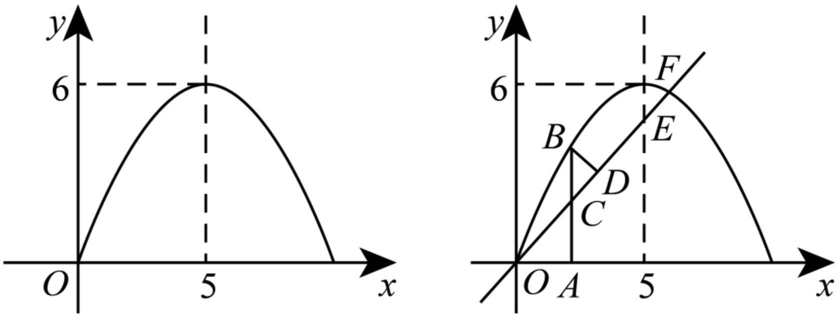


图1　　　　图2

（1）实践：他们对一条抛物线形拱桥进行测量，测得当拱顶高离水面$6m$时，水面宽$10m$，并画出了拱桥截面图，建立了如图 1 所示的直角坐标系，求该抛物线的解析式；

（2）应用：按规定，船通过拱桥时，顶部与拱桥顶部在竖直方向上的高度差至少为$0.5m$．一场大雨，让水面上升了$0.2m$，为了确保安全，问该拱桥能否让宽度为$6m$、高度为$3.2m$的货船通过？请通过计算进行说明（货船看作长方体）；

（3）探究：该课题学习小组为进一步探索抛物线的有关知识，他们借助上述抛物线模型，并过原点作一条$y=x$的直线OF，交抛物线于点F，交抛物线对称轴于点E，提出了以下问题，

如图 2，B 为直线OF上方抛物线上一动点，过 B 作BA垂直于x轴，交x轴于 A，交直线OF于 C，过点 B 作BD垂直于直线OF，交直线OF于 D，则$BD+CD$的最大值为______________________．

13．（2024 九下·青岛模拟）如图 1，一段高架桥的两墙A，B由抛物线一部分ACB连接，为确保安全，在抛物线一部分ACB内修建了一个菱形支架$ODCE$，抛物线的最高点C到AB的距离$OC=4$米，$\angle ODC=60°$，点D，E在抛物线一部分ACB上，以AB所在的直线为x轴，OC所在的直线为y轴，建立平面直角坐标系xOy，确定一个单位长度为 1 米．

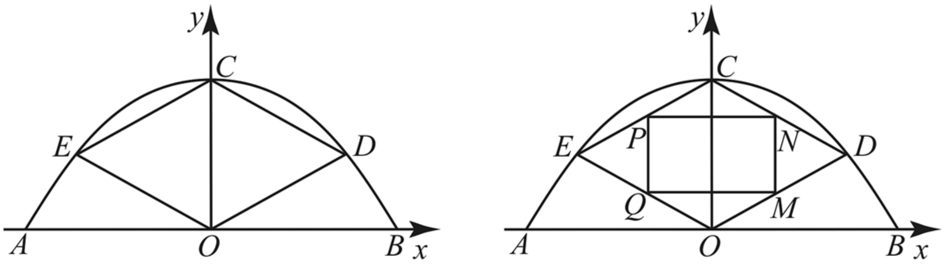


图1　　　　图2

（1）求此抛物线对应的函数表达式；

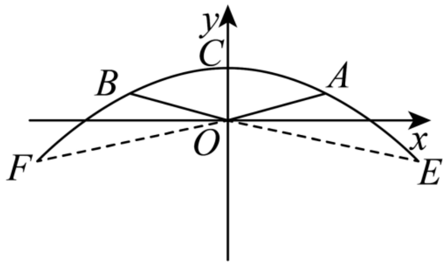
（2）求高架桥两端的A,B的距离；

（3）如图 2，现在将菱形$ODCE$做成广告牌，且在菱形内再做一个内接矩形$MNPQ$广告牌，已知矩形$MNPQ$广告牌的价格为 80 元/米^2，其余部分广告牌的价格为 160 元/米^2，试求菱形广告牌所需的最低费用．

14．（2024 九下·柳州月考）

许多数学问题源于生活．雨伞是生活中的常用物品，我们用数学的眼光观察撑开后的雨伞（如图①）、可以发现数学研究的对象——抛物线．在如图②所示的直角坐标系中，伞柄在 y 轴上，坐标原点 O 为伞骨OA，OB的交点．点 C 为抛物线的顶点，点 A，B 在抛物线上，OA，OB关于 y 轴对称．$OC=1$分米，点 A 到 x 轴的距离是0.6分米，A，B 两点之间的距离是 4 分米．

图①



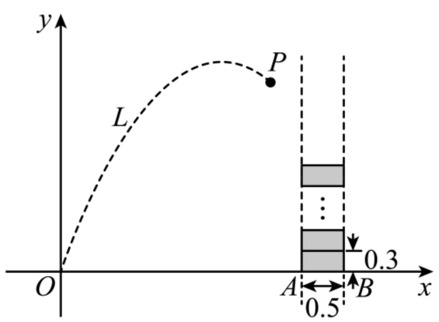
图②

（1）求抛物线的表达式；

（2）分别延长AO，BO交抛物线于点 F，E，求 E，F 两点之间的距离．

四、抛物问题

15．（2024 九上·秦皇岛期末）在平面直角坐标系中，从原点 O 向右上方沿抛物线 L 发出一个小球 P，当小球 P 达到最大高度 3 时，小球 P 移动的水平距离为 2．

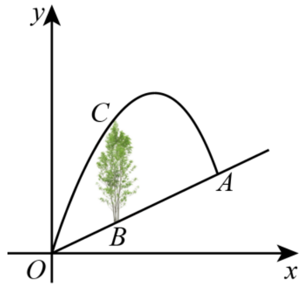


（1）求抛物线 L 的函数解析式；

（2）求小球 P 在 x 轴上的落点坐标；

（3）在 x 轴上的线段AB处，竖直向上摆放着若干个无盖儿的长方体小球回收箱，已知$OA=3$，且每个回收箱的宽、高分别是0.5、0.3，当小球 P 恰好能落入回收箱内（不含边缘）时，求竖直摆放的回收箱的个数．

16．（2024·青海） 在如图所示的平面直角坐标系中，有一斜坡OA，从点 O 处抛出一个小球，落到点$A(3,\frac{3}{2})$处．小球在空中所经过的路线是抛物线$y=-x^2+bx$的一部分．

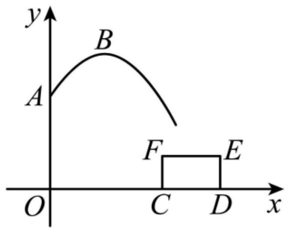


（1）求抛物线的解析式；

（2）求抛物线最高点的坐标；

（3）斜坡上点 B 处有一棵树，点 B 是OA的三等分点，小球恰好越过树的顶端 C，求这棵树的高度．

17．（2024九下·杭州模拟）将小球（看作一点）从距离地面$3m$高的点A处向右发射，建立如图所示的平面直角坐标系，小球沿抛物线$y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$运动．



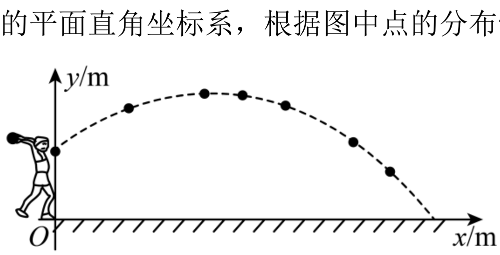
（1）若当小球运动的水平距离为$1m$时，小球达到最大高度．

①求小球达到的最大高度；

②当小球前方无障碍物时，求小球落地时的水平距离．

（2）若小球的正前方$4m$（$OC=4m$）处有一个截面为长方形的球筐$CDEF$，其中长CD为$2m$，宽DE为$1m$，若要使小球落入筐中，求b的取值范围．

18．（2024·河南模拟）掷实心球是河南中招体育考试素质类选考项目之一．王阳同学查阅资料了解到实心球从出手到落地的过程中，其竖直高度 y（单位：m）可近似看作水平距离 x（单位：m）的二次函数．他利用先进的高速抓拍相机记录了某次投掷后实心球在空中运动的过程，经测量发现，当$x=2$与$x=6$时实心球在同一高度，当$x=4$时$y=3.6$，当$x=5$时$y=3.5$，根据上述数据建立如图所示的平面直角坐标系，根据图中点的分布情况，王阳发现其图象是抛物线的一部分．



请根据以上信息，回答下列问题：

（1）此次投掷过程中，实心球在空中的最大高度是_____________m．

（2）求满足条件的抛物线的解析式.

（3）根据中招体育考试评分标准（男生版），在投掷过程中，实心球从起点到落地点的水平距离大于或等于 10m时，即可得满分 15 分．王阳在此次投掷中是否得到满分？请说明理由.

五、喷水问题

19.（2024 九上·良庆开学考）2024 年巴黎奥运会 8 月 6 日单人 10 米决赛中，全红婵以 425.60 分的总分夺得第一获得金牌，陈芋汐位列第二获得银牌．在精彩的比赛过程中，全红婵选择了一个极具难度的$207C$（向后翻腾三周半抱膝）．如图 2 所示，建立平面直角坐标系xOy．如果她从点$A(3,10)$起跳后的运动路线可以看作抛物线的一部分，从起跳到入水的过程中她的竖直高度y（单位：米）与水平距离x（单位：米）近似满足函数关系式$y=a(x-h)^2+k(a<0)$.

图1

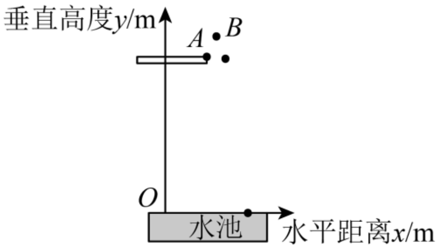


图2

水平距离 x/m	3	h	4	4.5
竖直高度 y/m	10	11.25	10	6.25

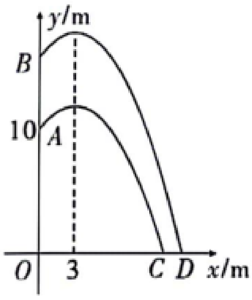
（1）在平时训练完成一次跳水动作时，全红婵的水平距离x与竖直高度y的几组数据如上：根据上述数据，直接写出h的值为______，直接写出满足的函数关系式：______；

（2）比赛当天的某一次跳水中，全红婵的竖直高度y与水平距离x近似满足函数关系：$y=-5x^2+40x-68$，记她训练的入水点的水平距离为d_1；比赛当天入水点的水平距离为d_2，则d_1______d_2（填＞，＝，＜）；

（3）在（2）的情况下，全红婵起跳后到达最高点B开始计时，若点B到水平面的距离为c，则她到水面的距离y与时间t之间近似满足$y=-5t^2+c$，如果全红婵在达到最高点后需要 1.4 秒的时间才能完成极具难度的$207C$动作，请通过计算说明，她当天的比赛能否成功完成此动作？

20.（2024·从江模拟）高楼火灾越来越受到重视，某区消防中队开展消防技能比赛，如图，在一废弃高楼距地面 10m 的点 A 和其正上方点B处各设置了一个火源.消防员来到火源正前方，水枪喷出的水流看作抛物线的一部分(水流出口与地面的距离忽略不计)，第一次灭火时，站在水平地面上的点C处，水流恰好到达点A处，且水流的最大高度为 12m.待A处火熄灭后，消防员退到点D

处，调整水枪进行第二次灭火，使水流恰好到达点B处，已知点D到高楼的水平距离为 12m，假设两次灭火时水流的最高点到高楼的水平距离均为 3m.建立如图所示的平面直角坐标系，水流的高度$y(m)$与到高楼的水平距离$x(m)$之间的函数关系式为$y=ax^2+bx+c$.

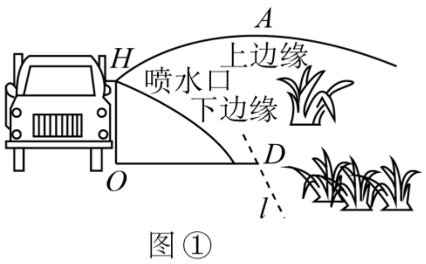


（1）求消防员第一次灭火时水流所在抛物线的解析式；

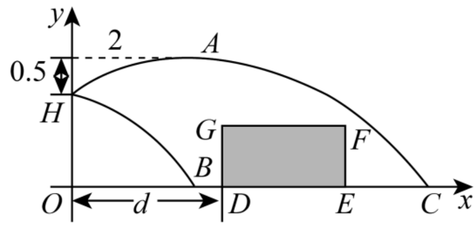
（2）若两次灭火时水流所在抛物线的形状相同，求 A，B 之间的距离；

（3）若消防员站在到高楼水平距离为 9m 的地方，想要扑灭距地面高度 12m~18m 范围内的火苗，当水流最高点到高楼的水平距离始终为 3m 时，求a的取值范围.

21.（2024 九下·银川模拟）如图①，灌溉车沿着平行于绿化带底部边线 l 的方向行驶，为绿化带浇水．喷水口 H 离地竖直高度$OH=1.5$米．如图②，可以把灌溉车喷出水的上、下边缘抽象为平面直角坐标系中两条抛物线的部分图象；把绿化带横截面抽象为矩形$DEFG$，其水平宽度$DE=2$米，竖直高度$EF=1$米．下边缘抛物线可以看作由上边缘抛物线向左平移得到，上边缘抛物线最高点 A 离喷水口的水平距离为 2 米，高出喷水口0.5米，灌溉车到 l 的距离OD为 d 米．



图①



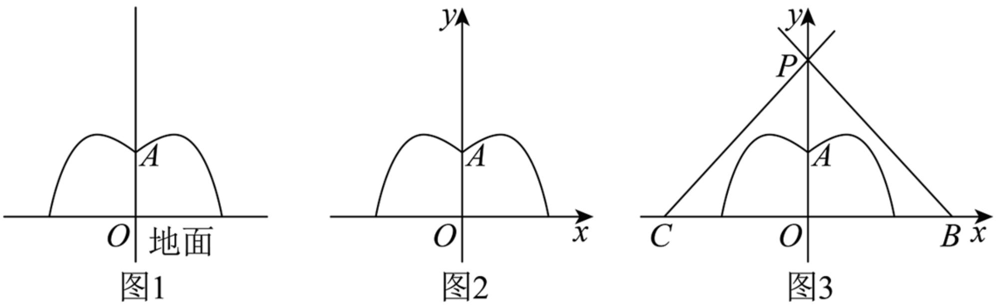
图②

（1）求上边缘抛物线的函数表达式，并求喷出水的最大射程OC；

（2）求下边缘抛物线与 x 轴的正半轴交点 B 的坐标；

（3）要使灌溉车行驶时喷出的水能浇灌到整个绿化带（即矩形$DEFC$位于上边缘抛物线和下边缘抛物线所夹区域内），求 d 的取值范围．

22.（2024 九下·大庆模拟）某公园要在小广场建造一个喷泉景观．在小广场中央 O 处垂直于地面安装一个高为 1.25 米的花形柱子OA，安置在柱子顶端 A 处的喷头向外喷水，水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下，且在过OA的任一平面上抛物线路径如图 1 所示，为使水流形状较为美观，设计成水流在距OA的水平距离为 1 米时达到最大高度，此时离地面 2.25 米．



（1）以点 O 为原点建立如图 2 所示的平面直角坐标系，水流到OA水平距离为 x 米，水流喷出的高度为 y 米，求出在第一象限内的抛物线解析式（不要求写出自变量的取值范围）；

（2）张师傅正在喷泉景观内维修设备期间，喷水管意外喷水，但是身高 1.76 米的张师傅却没有被水淋到，此时他离花形柱子OA的距离为 d 米，求 d 的取值范围；

（3）为了美观，在离花形柱子 4 米处的地面 B、C 处安装射灯，射灯射出的光线与地面成$45°$角，如图 3 所示，光线交汇点 P 在花形柱子OA的正上方，其中光线BP所在的直线解析式为$y=-x+4$，求光线与抛物线水流之间的最小垂直距离.

六、行程问题

23.（2023 九上·椒江月考）2022 年$C919$大型客机取得合格证，客机着陆后滑行距离g（单位：米）关于滑行时间t（单位：秒）的函数解析式是$g=54t-\frac{3}{2}t^2$，则该飞机着陆后滑行最长时间为__________秒.

24.（2024·从江模拟）据统计，每年因汽车追尾而造成的交通事故占交通事故总数的70%以上.注意车速，保持车距是行车安全中必须遵守的.某公路上正在行驶的甲车，发现前方道路有一辆乙车并开始减速，减速后甲车行驶的路程s(单位：m)与时间t(单位：s)的关系如表所示.

时间t(单位：s)	0	1	2	3	4	…
行驶的路程s(单位：m)	0	15	28	n	48	…

（1）根据所得数据中甲车行驶的路程s(单位：m)与时间t(单位：s)的变化规律，利用初中所学函数知识求出s与t之间的函数关系式，并写出n的值；

（2）若乙车因事故抛锚在距甲车50米处，甲车是否会追尾抛锚的车辆？试说明理由；

（3）乙车以$4m/s$的速度匀速行驶，若要避免发生追尾事故，甲车至少在距离乙车多少米处开始刹车？

25.（2024·南宁月考）综合与实践

南宁轨道交通 5 号线（Nanning Rail Transit Metro Line

5)，是南宁市第五条建成运营的轨道交通线路，于 2017 年 9 月 7 日全线开工建设，于 2021 年 12 月 16 日开通运营一期工程（国凯大道站至金桥客运站），南宁轨道交通 5 号线是广西首条采用全自动无人驾驶模式运行的地铁线路．数学小组成员了解到 5 号线地铁列车准备进入某站时在距离停车线 256 米处开始减速.他们想了解列车从减速开始，经过多少秒在停车线处停下？为解决这一问题，数学小组建立函数模型来描述地铁列车车头离停车线的距离 s(米）与时间 t(秒)的函数关系，再应用该函数解决相应问题.

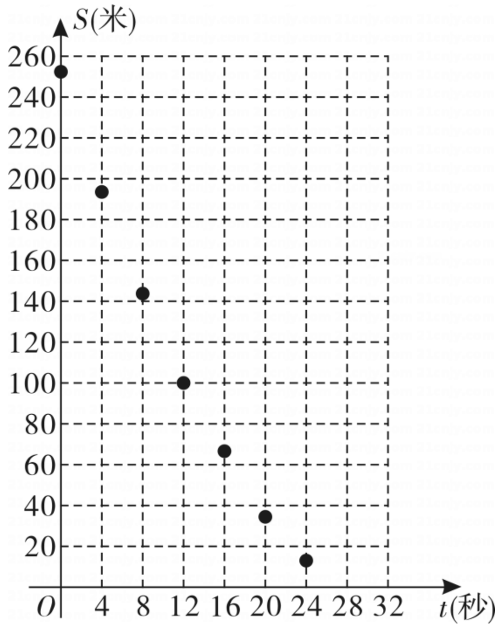
【建立模型】

①收集数据

t（秒）	0	4	8	12	16	20	24	…
s（米）	256	196	144	100	64	36	16	…

②建立平面直角坐标系

为了观察s（米）与t（秒）的关系，建立如图所示的平面直角坐标系.



③描点连线

④猜想模型

（1）请在平面直角坐标系中将表中未描出的点补充完整，并用平滑的曲线依次连接；

（2）根据图象以及数据关系，它可能是我们所学习过的____▲____函数图象（选填“一次、“二次”或“反比例”）．请你选择合适的数据求出该函数的表达式（不要求写出自变量取值范围）；

（3）【问题解决】

地铁从减速开始，经过多少秒在停车线处停下?

（4）【拓展应用】已知 5 号地铁列车在该地铁站经历的过程如下：