专练03 几何综合（A卷解答题）

1．如图，从点 O 引射线 OM，ON，点 A，B 分别在射线 OM，ON 上，点 C 为平面内一点，连接 AC，BC，有$\angle ACB=\angle O$．

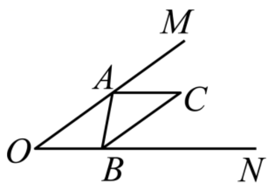


图1

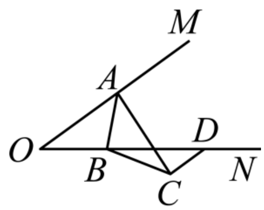


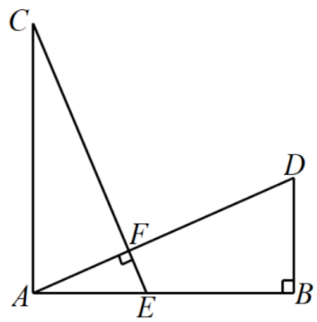
图2

(1)如图 1，若 $AO\parallel BC$，求证：$AC\parallel ON$；

(2)如图 2，若$\angle ABC=\angle ABO$，$AC\perp OM$，请求出$\angle CBD$和$\angle O$的度数的等量关系式；

(3)在（2）的条件下，过点 C 作 $CD\parallel OM$ 交射线 ON 于点 D．当$\angle CDN=8\angle CBD$时，求$\angle ABC$的度数．

2．如图，在$\triangle CAE$中，$\angle CAE=90°$，过点 A 作 $AF\perp CE$ 于点 F，延长 AF 至点 D，使 $AD=CE$，过点 D 作 AE 的垂线，垂足为点 B．



(1)求证：$\triangle CAE\cong\triangle ABD$；

(2)若 E 为 AB 的中点，$AC=2$：

①求 AF 的长；

②连接 BF，求 BF 的长．

3．如图，已知 $MN//BF$，$AB//DE$，$AC//DF$，点 E 在点 C 右侧．

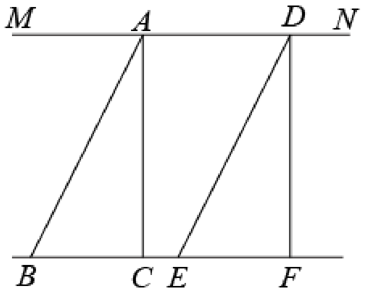


图1

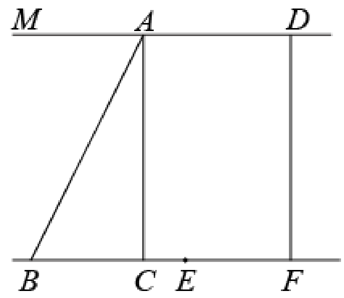


图2

(1)如图 1，求证：$\angle ABC=\angle ADE$；

(2)如图 2，点 G 是 DE 上一点，连接 AG，已知 $AC\perp BF$，$AG\perp DE$．

①若 $AD=EG$，且 $DE=7$，$AG=3$，求线段 DG 的长；

②若 $AD=20$，点 E 到 AD 的距离与线段 AG 的长度之比为 5：4，求线段 DE 的长．

4．已知，$\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 都是等边三角形，点 B，C，E 三点不在一条直线上（如图 1）．

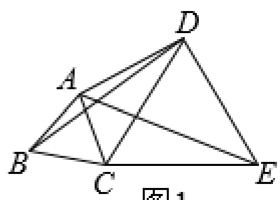


图1

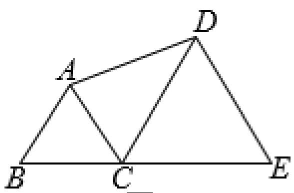


图2

(1)求证：$BD=AE$；

(2)若$\angle ADC$=30°，AD=4，CD=5，求 BD 的长；

(3)若点 B，C，E 三点在一条直线上（如图 2），且$\triangle ABC$ 和$\triangle DCE$ 的边长分别为 3 和 5，求 AD 的长．

5．如图 1，E 是正方形 $ABCD$ 边 AD 上一点，过点 C 作 $CF \perp CE$，交 AB 的延长线于点 F．

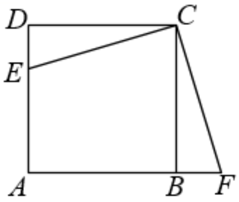


图 1

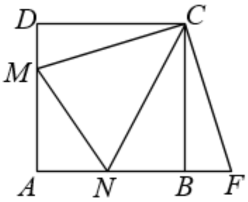


图 2

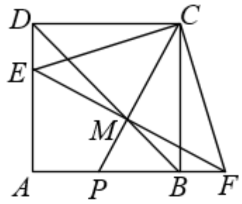


图 3

(1)求证：$\triangle CDE \cong \triangle CBF$；

(2)如图 2，若正方形边长为 6，线段 DA 上有一动点 M 从点 D 出发，以 1 个单位长度每秒沿 DA 向 A 运动．同时线段 BA 上另一动点 N 从点 B 出发，以 2 个单位长度每秒沿 BA 向 A 运动，当点 N 到达点 A 后点 M 也停止运动．连接 MN，点 N 的运动时间为 t，$\triangle CMN$ 的面积为 S，求 S 关于 t 的函数关系式；

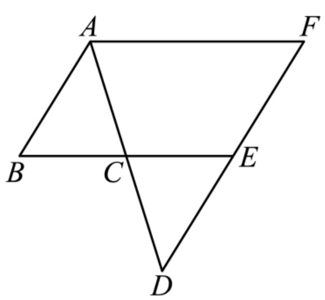
(3)如图 3，连接 BD，连接 EF 交 DB 于点 M，连接 CM 并延长，交 AB 于点 P，已知 $AB=4$，$DE=1$，求 PB 的长．

6．如图，在△ABC 中，延长 AC 至点 D，使 CD＝AC，过点 D 作 DE∥AB 交 BC 的延长线于点 E，延长 DE 至点 F，使 EF＝DE．连接 AF．

（1）求证：DE＝AB；

（2）求证：AF∥BE；

（3）当 AC＝BC 时，连接 AE，求证：AE^2+DE^2＝AD^2．



7．[阅读理解]

如图，在△ABC 中，AB＝4，AC＝6，BC＝7，过点 A 作直线 BC 的垂线，垂足为 D，求线段 AD 的长．

解：设 BD＝x，则 CD＝7﹣x．

∵AD⊥BC，

∴∠ADB＝∠ADC＝90°．

在 Rt△ABD 中，AD^2＝AB^2﹣BD^2，

在 Rt△ACD 中，AD^2＝AC^2﹣CD^2，

∴AB^2﹣BD^2＝AC^2﹣CD^2．

又∵AB＝4，AC＝6，

∴4^2﹣x^2＝6^2﹣（7﹣x）^{2}．

解得 $x=\dfrac{29}{14}$，

∴$BD=\dfrac{29}{14}$．

∴$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\dfrac{3\sqrt{255}}{14}$．

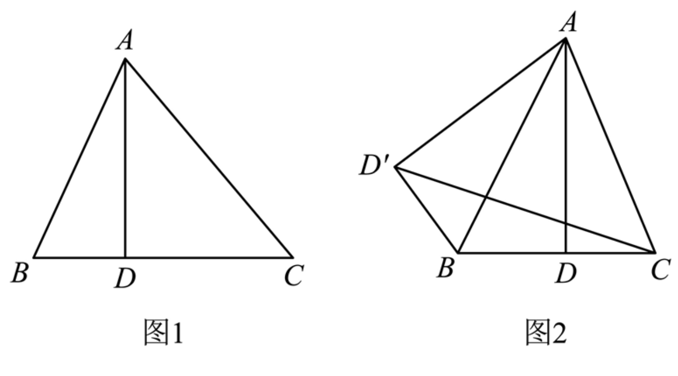
[知识迁移]

（1）在△ABC 中，AB＝13，AC＝15，过点 A 作直线 BC 的垂线，垂足为 D．

i）如图 1，若 BC＝14，求线段 AD 的长；

ii）若 AD＝12，求线段 BC 的长．

（2）如图 2，在△ABC 中，$AB=\dfrac{25}{4}\sqrt{5}$，$AC=\dfrac{5\sqrt{29}}{2}$，过点 A 作直线 BC 的垂线，交线段 BC 于点 D，将△ABD 沿直线 AB 翻折后得到对应的△ABD'，连接 CD′，若 $AD=\dfrac{25}{2}$，求线段 CD' 的长．

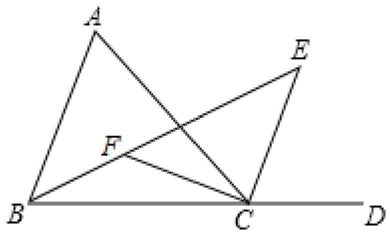


8．如图，在△ABC 中，∠ABC 的角平分线与外角∠ACD 的角平分线相交于点 E．

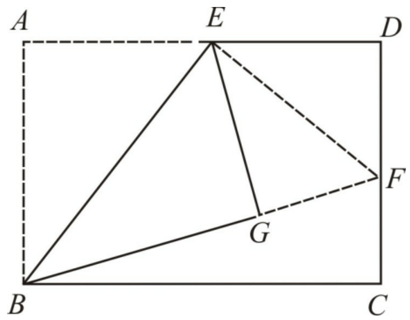
（1）设∠A＝α，用含 α 的代数式表示∠E 的度数；

（2）若 EC∥AB，AC＝4，求线段 CE 的长；

（3）在（2）的条件下，过点 C 作∠ACB 的角平分线交 BE 于点 F，若 CF＝3，求边 AB 的长．



9．如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$\angle A=\angle D=90°$，点 E 是 AD 的中点，连接 BE，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$，且点 G 在四边形 $ABCD$ 内部，延长 BG 交 DC 于点 F，连接 EF．



（1）求证：$\triangle EGF\cong\triangle EDF$；

（2）求证：$BG=CD$；

（3）若点 F 是 CD 的中点，$BC=8$，求 CD 的长．

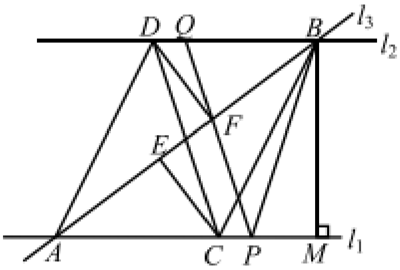
10．如图，直线$l_1//l_2$，直线l_3交直线l_1于点A，交直线l_2于点B，点C,D分别在直线l_1，l_2上，过点C作$CE\perp l_3$于点E，过点D作$DF\perp l_3$于点F，有$CE=DF$，连接AD,BC．

（1）求证：$AD//BC$；

（2）P,Q是直线l_1，l_2上的两点，连接CD,BP,PQ，过点B作$BM\perp l_1$于点M．若$CM=CE,PQ=BP,PQ//CD$，且$AM=2,BM=\dfrac{3}{2}$．

①求线段CM和AC的长；

②求线段BQ的长．



11．在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=BC$，点D．F是线段AB上两点，连结CD，过A作$AE\perp CD$于点E，过点F作$FM\perp CD$于点M．

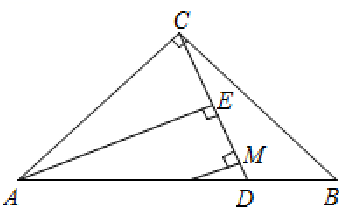


图1

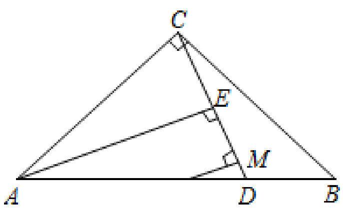


图2

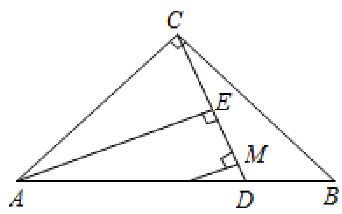


图3

（1）如图1，若点E是CD的中点，求$\angle CAE$的大小；

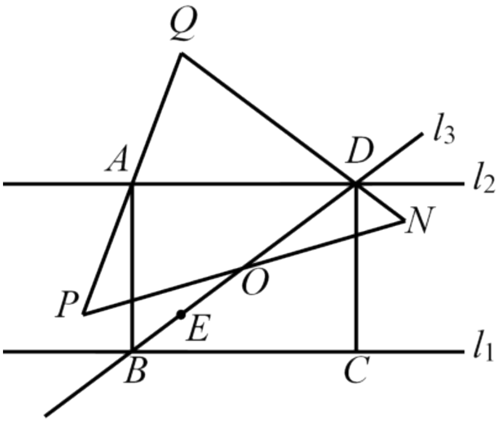
（2）如图2，若点D是线段BF的中点，求证：$CE=FM$；

（3）如图3，若点F是线段AB的中点，$AE=\sqrt{7}$，$CE=1$，求FM的值．

12．如图，直线 $l_1 \parallel l_2$，直线 l_3 交直线 l_1 于点 B，交直线 l_2 于点 D，O 是线段 BD 的中点．过点 B 作 $BA \perp l_2$ 于点 A，过点 D 作 $DC \perp l_1$ 于点 C，E 是线段 BD 上一动点（不与点 B，D 重合），点 E 关于直线 AB，AD 的对称点分别为 P，Q，射线 PO 与射线 QD 相交于点 N，连接 PQ.

（1）求证：点 A 是 PQ 的中点；

（2）请判断线段 QN 与线段 BD 是否相等，并说明理由．



13．在等腰△ABC 与等腰△ADE 中，$AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE$，且点 D、E、C 三点在同一条直线上，连接 BD.

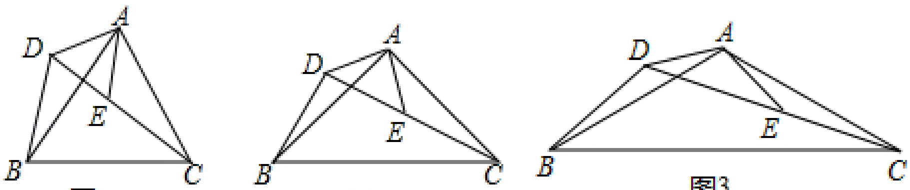


图1　　图2　　图3

（1）如图 1，求证：△ADB≌△AEC

（2）如图 2，当$\angle BAC=\angle DAE=90°$时，试猜想线段 AD，BD，CD 之间的数量关系，并写出证明过程；

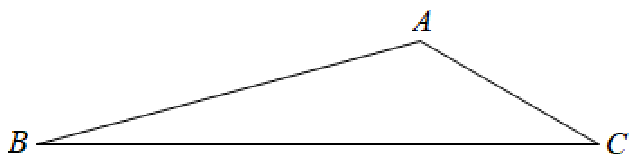
（3）如图 3，当$\angle BAC=\angle DAE=120°$时，请直接写出线段 AD，BD，CD 之间的数量关系式为：________（不写证明过程）

14．如图，在△ABC中，$\angle ABC=15°$，$AB=\sqrt{2}$，$BC=2$，以AB为直角边向外作等腰直角△BAD，且$\angle BAD=90°$；以BC为斜边向外作等腰直角△BEC，连接DE．

（1）按要求补全图形；

（2）求DE长；

（3）直接写出△ABC的面积．



15．我们定义：对角线互相垂直的四边形叫做垂美四边形．

（1）如图1，垂美四边形$ABCD$的对角线AC，BD交于O．求证：$AB^2+CD^2=AD^2+BC^2$；

（2）如图2，分别以Rt△ACB的直角边AC和斜边AB为边向外作正方形$ACFG$和正方形$ABDE$，连结BE，CG，GE．

①求证：四边形$BCGE$是垂美四边形；

②若$AC=4$，$AB=5$，求GE的长．

16．如图1，已知矩形$ABCD$，连接AC，将△ABC沿AC所在直线翻折，得到△AEC，AE交CD于点F．

（1）求证：$DF=EF$；

（2）如图2，若$\angle BAC=30°$，点G是AC的中点，连接DE，EG，求证：四边形$ADEG$是菱形．

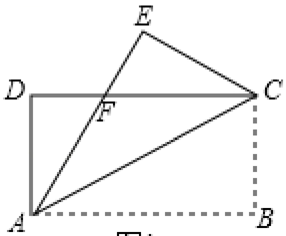


图1

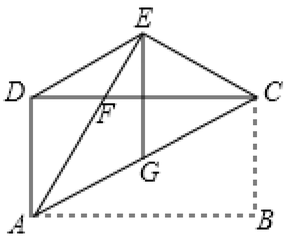


图2

17．图 1，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=8$，P 为线段 BC 上一点，连接 AP，过点 B 作 $BQ\perp AP$，交 CD 于点 Q．将 $\triangle BQC$ 沿 BQ 所在直线对折得到 $\triangle BQC'$，延长 QC' 交于点 N．

（1）求证：$BP=CQ$．

（2）若 $BP=\dfrac{1}{3}PC$，求 AN 的长．

（3）如图 2，延长 QN 交 BA 的延长线于点 M，若 $BP=x(0<x<8)$，记 $\triangle BMC'$ 的面积为 S，求 S 与 x 之间的函数关系式．

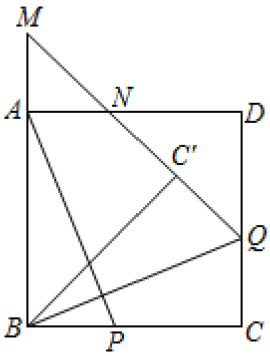
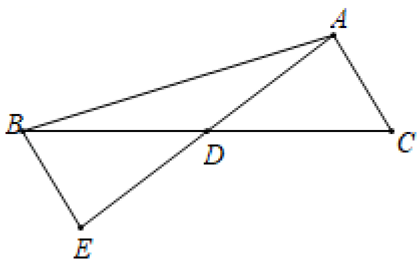


图2

18．在△*ABC* 中，*AB*＝13，*AC*＝5，*BC* 边上的中线 *AD*＝6，点 *E* 在 *AD* 的延长线上，且 *ED*＝*AD*．



（1）求证：$BE\parallel AC$；

（2）求$\angle CAD$的大小；

（3）求点A到BC的距离．

专练03 几何综合（A卷解答题）

1．如图，从点 O 引射线 OM，ON，点 A，B 分别在射线 OM，ON 上，点 C 为平面内一点，连接 AC，BC，有$\angle ACB=\angle O$.

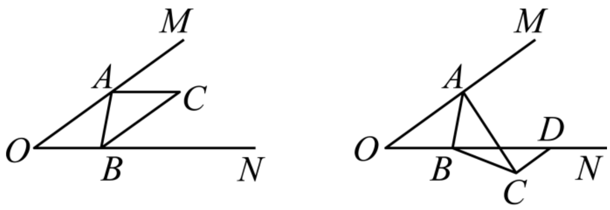


图1　　　　图2

(1)如图1，若 $AO\parallel BC$，求证：$AC\parallel ON$；

(2)如图2，若$\angle ABC=\angle ABO$，$AC\perp OM$，请求出$\angle CBD$ 和$\angle O$ 的度数的等量关系式；

(3)在（2）的条件下，过点 C 作 $CD\parallel OM$ 交射线 ON 于点 D．当$\angle CDN=8\angle CBD$ 时，求$\angle ABC$ 的度数．

【答案】(1)答案见解析

(2)$\angle CBD+2\angle O=90°$，理由见解析

(3)$99°$

【详解】（1）证明：∵$AO\parallel BC$，

∴$\angle OAB=\angle CBA$，

在△OAB 和△CBA 中，

$$\begin{cases}\angle O=\angle ACB\\ \angle OAB=\angle CBA\\ AB=BA\end{cases},$$

∴△OAB≌△CBA（AAS），

∴$\angle ABO=\angle BAC$，

∴$AC\parallel ON$；

（2）解：$\angle CBD+2\angle O=90°$，理由如下：

在△AOB 和△ACB 中，

$$\begin{cases}\angle O=\angle ACB\\ \angle ABO=\angle ABC\\ AB=BA\end{cases},$$

∴△AOB≌△ACB（AAS），

∴$\angle OAB=\angle CAB$，

∵$AC\perp OM$，

∴$\angle OAC=90°$，

∴$\angle OAB=\angle CAB=45°$，

$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = \angle ABO = 180° - 45° - \angle O = 135° - \angle O$，

即$\angle ABD + \angle CBD = 135° - \angle O$，

$\because \angle ABD = \angle O + \angle OAB = \angle O + 45°$，

$\therefore \angle O + 45° + \angle CBD = 135° - \angle O$，

$\therefore \angle CBD + 2\angle O = 90°$；

（3）解：$\because \angle CDN = \angle CBD + \angle BCD$，$\angle CDN = 8\angle CBD$，

$\therefore \angle BCD = 7\angle CBD = \angle BCA + \angle ACD = \angle O + \angle ACD$，

$\because CD \parallel OM$，

$\therefore \angle ACD = \angle OAC = 90°$，

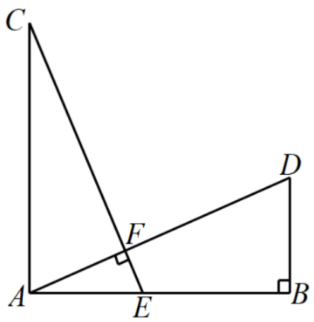
$\therefore 7\angle CBD = \angle O + 90°$，

由（2）得，$7\times(90° - 2\angle O) = \angle O + 90°$，

$\therefore \angle O = 36°$，

$\therefore \angle ABC = 135° - \angle O = 99°$．

2．如图，在$\triangle CAE$中，$\angle CAE = 90°$，过点A作$AF \perp CE$于点F，延长AF至点D，使$AD = CE$，过点D作AE的垂线，垂足为点B．



(1)求证：$\triangle CAE \cong \triangle ABD$；

(2)若E为AB的中点，$AC = 2$：

①求AF的长；

②连接BF，求BF的长．

【答案】(1)见解析

(2)①$\frac{2\sqrt{5}}{5}$；②$\frac{2\sqrt{10}}{5}$

【解析】（1）

证明：$\because AF \perp CE$于点F，$BD \perp AB$于点B，

$\therefore \angle AFC = 90°$，$\angle B = 90°$，

$\because \angle CAE = 90°$，

$\therefore \angle CAE = \angle B$，

$\because \angle C + \angle CAF = 90°$，$\angle BAD + \angle CAF = 90°$，

∴∠C＝∠BAD，

在△CAE 和△ABD 中，

$$\begin{cases}\angle C=\angle BAD \\ \angle CAE=\angle B \\ CE=AD\end{cases},$$

∴△CAE≌△ABD（AAS）.

（2）

解：①如图 2，∵AC＝AB＝2，E 为 AB 的中点，

∴AE＝BE＝$\frac{1}{2}AB$＝1，

∴CE＝$\sqrt{AC^2+AE^2}$＝$\sqrt{2^2+1^2}$＝$\sqrt{5}$，

∵$S_{\triangle}CAE$＝$\frac{1}{2}CE$•AF＝$\frac{1}{2}AC$•AE，

∴$\frac{1}{2}$×$\sqrt{5}AF$＝$\frac{1}{2}$×2×1，

∴AF＝$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴AF 的长为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

②如图 2，作 BG⊥BF 交 AD 的延长线于点 G，则∠FBG＝90°，

∴∠EBF＝∠DBG＝90°－ ∠DBE，

∵∠BEF+∠AEC＝180°，∠BDG+∠BDA＝180°，且∠AEC＝∠BDA，

∴∠BEF＝∠BDG，

∵AE＝BE，AE＝BD，

∴BE＝BD，

在△BEF 和△BDG 中，

$$\begin{cases}\angle EBF=\angle DBG \\ BE=BD \\ \angle BEF=\angle BDG\end{cases},$$

∴△BEF≌△BDG（ASA），

∴BF＝BG，EF＝DG，

∵∠AFE＝90°，

∴EF＝$\sqrt{AE^2-AF^2}$＝$\sqrt{1^2-(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2}$＝$\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴DG＝$\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∵AD＝CE＝$\sqrt{5}$，

$\therefore DF=AD-AF=\sqrt{5}-\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore FG=DF+DG=\frac{3\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

$\because BF^2+BG^2=FG^2$，

$\therefore 2BF^2=\left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2$，$\therefore BF=\frac{2\sqrt{10}}{5}$，$\therefore BF$ 的长为$\frac{2\sqrt{10}}{5}$．

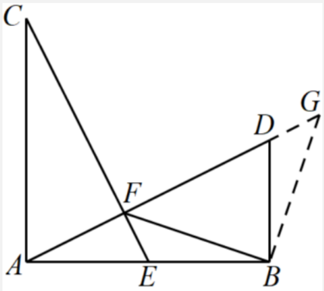


图2

3．如图，已知 $MN//BF$，$AB//DE$，$AC//DF$，点 E 在点 C 右侧．

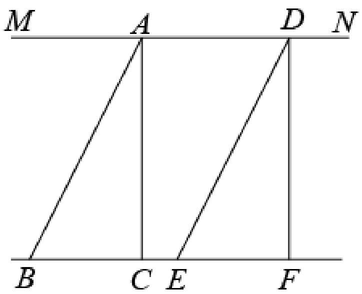


图1

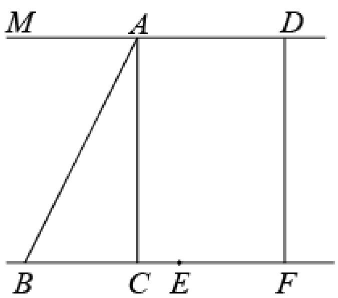


图2

(1)如图 1，求证：$\angle ABC=\angle ADE$；

(2)如图 2，点 G 是 DE 上一点，连接 AG，已知 $AC\perp BF$，$AG\perp DE$．

①若 $AD=EG$，且 $DE=7$，$AG=3$，求线段 DG 的长；

②若 $AD=20$，点 E 到 AD 的距离与线段 AG 的长度之比为 5：4，求线段 DE 的长．

【答案】(1)见解析(2)25

【解析】(1)

证明$\because AB\parallel DE$，

$\therefore\angle ABC=\angle DEF$，

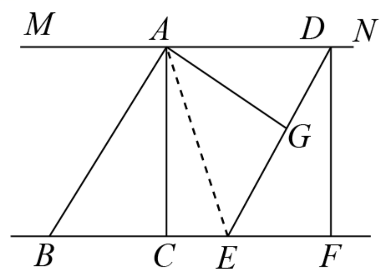
$\because MN\parallel BF$，

$\therefore\angle ADE=\angle DEF$，

$\therefore\angle ABC=\angle ADE$；

(2)

解：连接 AE，如图所示：



①由题知 $AG\perp DE$，$AD=EG$，$DE=7$，

设 AD 长为 x，则 DG 长为 $7-x$，

在直角三角形△AGD 中，由勾股定理可得：$AD2=AG2+DG2$

即 $x^2=3^2+(7-x)^2$，

解得 $x=\dfrac{29}{7}$，

$\therefore DG=7-x=\dfrac{20}{7}$

②$\because AC\perp BF$，

∴点 E 到 AD 的距离为 AC 的长，由题知 $AG\perp DE$，

在∨ADE 中，由三角形面积相等得：$\dfrac{1}{2}AD\times AC=\dfrac{1}{2}DE\times AG$，

$\because \dfrac{AC}{AG}=\dfrac{5}{4}$，

$\therefore \dfrac{AC}{AG}=\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{5}{4}$，

$\because AD=20$，

$\therefore DE=25$．

4．已知，△ABC 和△DCE 都是等边三角形，点 B，C，E 三点不在一条直线上（如图 1）．

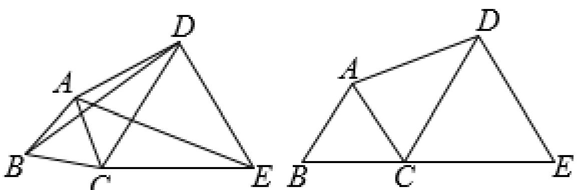


图1　图2

(1)求证：$BD=AE$；

(2)若$\angle ADC=30^\circ$，$AD=4$，$CD=5$，求 BD 的长；

(3)若点 B，C，E 三点在一条直线上（如图 2），且△ABC 和△DCE 的边长分别为 3 和 5，求 AD 的长．

【答案】(1)见解析

(2)$BD=\sqrt{41}$；

(3)$AD=\sqrt{19}$．

【详解】（1）证明：∵△ABC 和△DCE 是等边三角形，

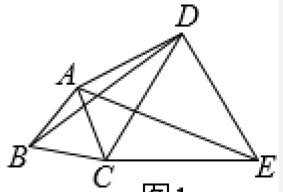


图1

∴$BC=AC$，$DC=EC$，$\angle ACB=\angle DCE$=60°，

∴$\angle ABC+\angle ACD=\angle DCE+\angle ACD$，

即$\angle BCD=\angle ACE$，

在△BCD 与△ACE 中，

$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE \\ CD=CE \end{cases},$$

∴△BCD≌△ACE（SAS），

∴$BD=AE$；

（2）解：∵△DCE 等式等边三角形，

∴$\angle CDE$=60°，$CD=DE$=5，

∵$\angle ADC$=30°，

∴$\angle ADE=\angle ADC+\angle CDE$=30°+60°=90°，

在 Rt△ADE 中，AD=4，DE=5，

∴$AE=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$，

∴$BD=\sqrt{41}$；

（3）解：如图 2，过 A 作 $AH\perp CD$ 于 H，

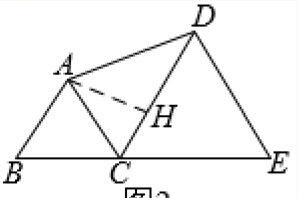


图2

∵点 B，C，E 三点在一条直线上，∴$\angle BCA+\angle ACD+\angle DCE$=180°，

∵△ABC 和△DCE 都是等边三角形，

∴$\angle BCA=\angle DCE$=60°，∴$\angle ACD$=60°，∴$\angle CAH$=30°，

在 Rt△ACH 中，$CH=\frac{1}{2}AC=\frac{3}{2}$，

由勾股定理得 $AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，∴$DH=CD-CH=5-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$，

在 $Rt\triangle ADH$ 中，$AD=\sqrt{(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{7}{2})^2}=\sqrt{19}$.

5．如图 1，E 是正方形 $ABCD$ 边 AD 上一点，过点 C 作 $CF\perp CE$，交 AB 的延长线于点 F .

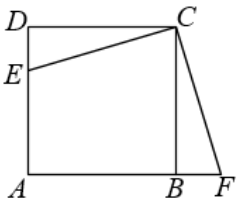


图 1

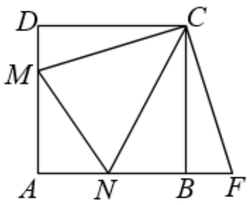


图 2

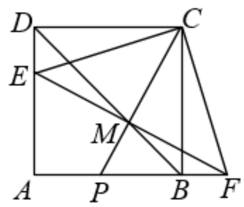


图 3

(1)求证：$\triangle CDE\cong\triangle CBF$；

(2)如图 2，若正方形边长为 6，线段 DA 上有一动点 M 从点 D 出发，以 1 个单位长度每秒沿 DA 向 A 运动. 同时线段 BA 上另一动点 N 从点 B 出发，以 2 个单位长度每秒沿 BA 向 A 运动，当点 N 到达点 A 后点 M 也停止运动．连接 MN，点 N 的运动时间为 t，$\triangle CMN$ 的面积为 S，求 S 关于 t 的函数关系式；

(3)如图 3，连接 BD，连接 EF 交 DB 于点 M，连接 CM 并延长，交 AB 于点 P，已知 $AB=4$，$DE=1$，求 PB 的长.

【答案】(1)见解析

(2) $S=-t^2+18$

(3) 2.4

【解析】（1）

解：∵四边形 $ABCD$ 为正方形

$\therefore\angle D=\angle DCB=\angle CBF=90^\circ$，$DC=BC$

$\therefore\angle1+\angle2=90^\circ$

$\because CF\perp CE$

$\therefore\angle ECF=90^\circ$，即 $\angle2+\angle3=90^\circ$

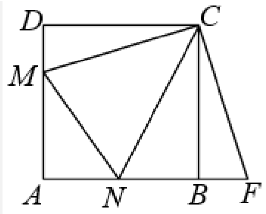
$\therefore\angle1=\angle3$

在 ΔCDE 和 ΔCBF 中 $\begin{cases}\angle CDE=\angle CBF\\ CD=CB\\ \angle1=\angle3\end{cases}$，

$\therefore\Delta CDE\cong\Delta CBF(ASA)$.

（2）

由题意，$DM=t$，$BN=2t$



$\therefore AM=6-t$， $AN=6-2t$

$\therefore S=S_{正方形ABCD}-S_{\Delta CDM}-S_{\Delta CBN}-S_{\Delta AMN}$

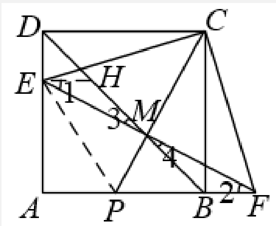
$=6\times 6-6\cdot t\cdot\frac{1}{2}-6\cdot 2t\cdot\frac{1}{2}-(6-t)\cdot(6-2t)\cdot\frac{1}{2}$

$=36-3t-6t-18+9t-t^2$

$=-t^2+18$

（3）

作 $EH\perp AD$ 交 BD 于 H，连接 PE



$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore AB=AD=4$， $\angle A=90^\circ$， $\angle EDH=45^\circ$

$\because EH\perp AD$，

$\therefore \angle DEH=\angle A=90^\circ$.

$\therefore DE=EH=1$， $EH\parallel AF$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$

$\because \Delta CDE\cong\Delta CBF$，

$\therefore DE=BF=1$， $CE=CF$

$\therefore EH=BF$

在 ΔEHM 和 ΔFBM 中， $\begin{cases}\angle 1=\angle 2\\ \angle 3=\angle 4\\ EH=FB\end{cases}$，

$\therefore \Delta EHM\cong\Delta FBM(AAS)$，

$\therefore EM=FM$，

$\because CE=CF$

$\therefore CP$ 垂直平分 EF，

$\therefore PE=PF$

设 $PB=x$，