

汉中市 2024 届高三年级教学质量第二次检测考试

数学（文科）

（命题学校：镇巴中学）

本试卷共 23 小题，共 150 分，共 4 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $z(1+i) = 4+i$ ，则 z 的虚部为（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}i$ D. $-\frac{3}{2}i$

【答案】B

【解析】

【分析】设 $z = a + bi$ ，利用复数相等的性质与四则运算求得 z ，从而得解。

【详解】依题意，设 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)，

因为 $z(1+i) = 4+i$ ，所以 $(a+bi)(1+i) = 4+i$ ，

即 $(a-b) + (a+b)i = 4+i$ ，

$$\text{所以 } \begin{cases} a-b=4 \\ a+b=1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{5}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases},$$

则 $z = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}i$ ， z 的虚部为 $-\frac{3}{2}$ 。

故选：B.

2. 已知全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} | -3 \leq x < 3\}$ ，集合 $A = \{-2, 0, 2\}$, $B = \{-1, 0\}$ ，则 $\complement_U(A \cup B) = (\quad)$

A. $\{-3, 1\}$

B. $\{-3, 3\}$

C. $\{-3, 1, 3\}$

D. $\emptyset$

【答案】A

【解析】

【分析】根据条件，求出全集 U ，再利用集合的运算，即可求出结果.

【详解】因为 $U = \{x \in \mathbb{Z} | -3 \leq x < 3\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ ，又 $A \cup B = \{-2, -1, 0, 2\}$ ，

所以 $\complement_U(A \cup B) = \{-3, 1\}$ ，

故选：A.

3. 图1是第七届国际数学教育大会（简称 ICME-7）的会徽图案，会徽的主题图案是由如图2所示的一连串直角三角形演化而成的，其中 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_7A_8 = 1$ ，如果把图2中的直角三角形继续作下去，则第 n 个三角形的面积为 $(\quad)$



图1

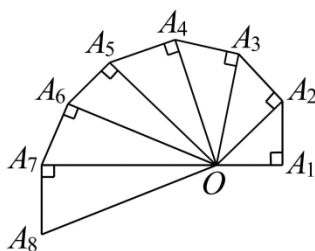


图2

A. $\frac{n}{2}$

B. $\frac{\sqrt{n}}{2}$

C. $\frac{n^2}{2}$

D. $\sqrt{n}$

【答案】B

【解析】

【分析】记 $OA_1, OA_2, \dots, OA_n$ 的长度构成的数列为 $\{a_n\}$ ，依题意可得 $a_n^2 = a_{n-1}^2 + 1$ ，即可得到 $\{a_n^2\}$ 是以1为首项，1为公差的等差数列，从而求出 a_n ，再由面积公式计算可得.

【详解】记 $OA_1, OA_2, \dots, OA_n$ 的长度构成的数列为 $\{a_n\}$ ，

由题意知， $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_7A_8 = 1$ ，且 $\angle OA_1A_2, \angle OA_2A_3, \dots, \angle OA_7A_8$ 都是直角三角形，

所以 $a_1 = 1$ ，且 $a_n^2 = a_{n-1}^2 + 1$ ，所以数列 $\{a_n^2\}$ 是以1为首项，1为公差的等差数列，

所以 $a_n^2 = 1 + (n-1) \times 1 = n$,

由 $a_n > 0$, 所以 $a_n = \sqrt{n}$.

所以第 n 个三角形的面积为 $\frac{1}{2}a_n \times 1 = \frac{\sqrt{n}}{2}$.

故选: B.

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-2 \leq 0 \\ 3x+y-2 \geq 0 \\ x-2y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + 3y$ 的最小值为 ()

A. -2

B. 2

C. -1

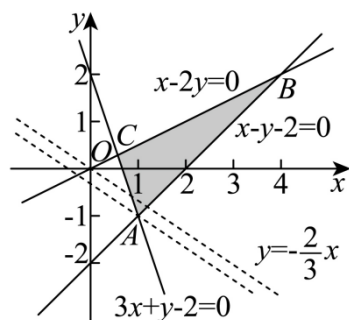
D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】根据线性约束条件画出可行域, 再数形结合求出目标函数的最优解, 即可得解;

【详解】由约束条件 $\begin{cases} x-y-2 \leq 0 \\ 3x+y-2 \geq 0 \\ x-2y \geq 0 \end{cases}$ 作出可行域如图,



联立 $\begin{cases} 3x+y-2=0 \\ x-y-2=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$, 则 $A(1, -1)$.

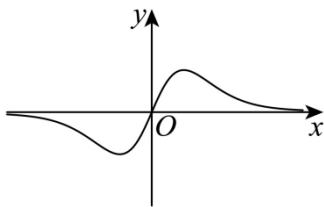
化目标函数 $z = 2x + 3y$ 为 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}z$.

由图可知, 当直线 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}z$ 过 A 时, 直线在 y 轴上的截距最小,

则 z 有最小值为 $2 \times 1 + 3 \times (-1) = -1$.

故选: C.

5. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()



A. $f(x) = \frac{-x - \sin x}{e^x + e^{-x}}$

B. $f(x) = \frac{x - \cos x}{e^x + e^{-x}}$

C. $f(x) = \frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}}$

D. $f(x) = \frac{x + \cos x}{e^x + e^{-x}}$

【答案】C

【解析】

【分析】依题意可得 $f(x)$ 为奇函数，即可排除 B、D，由函数在 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 上的函数值的特征排除 A.

【详解】由图可知 $f(x)$ 的图象关于原点对称，则 $f(x)$ 为奇函数，

对于 A： $f(x) = \frac{-x - \sin x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ，

当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时 $-x - \sin x < 0$ ， $e^x + e^{-x} > 0$ ，所以 $f(x) < 0$ ，不符合题意，故 A 错误；

对于 B： $f(x) = \frac{x - \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ，

$$f(-x) = \frac{-x - \cos(-x)}{e^{-x} + e^x} = \frac{-x - \cos x}{e^{-x} + e^x} \neq -f(x) \text{ 且 } f(-x) \neq f(x),$$

所以 $f(x) = \frac{x - \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 为非奇非偶函数，不符合题意，故 B 错误；

对于 D： $f(x) = \frac{x + \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ，

$$f(-x) = \frac{-x + \cos(-x)}{e^{-x} + e^x} = \frac{-x + \cos x}{e^{-x} + e^x} \neq -f(x) \text{ 且 } f(-x) \neq f(x),$$

所以 $f(x) = \frac{x + \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 为非奇非偶函数，不符合题意，故 D 错误；

对于 C： $f(x) = \frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ， $f(-x) = \frac{-x + \sin(-x)}{e^{-x} + e^x} = -\frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}} = -f(x)$ ，

所以 $f(x) = \frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}}$ 为奇函数，

且当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时 $x + \sin x > 0$ ， $e^x + e^{-x} > 0$ ，所以 $f(x) > 0$ ，符合题意，故 C 正确；

故选：C

6. 已知 m, n 为两条直线， α, β 为两个平面， $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n$ ，则 $m \perp \beta$ 是 $\alpha \perp \beta$ 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

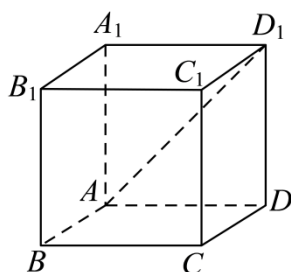
【解析】

【分析】利用面面垂直的判定定理，可得充分性成立，再通过举例说明 $\alpha \perp \beta$ ，得不出 $m \perp \beta$ ，即可得出结果.

【详解】若 $m \perp \beta$ ，因为 $m \subset \alpha$ ，所以 $\alpha \perp \beta$ ，即由 $m \perp \beta$ 可以得到 $\alpha \perp \beta$ ，

若 $\alpha \perp \beta$ ，如图，在正方体中，取平面 ADD_1A_1 为平面 α ，平面 $ABCD$ 为平面 β ，

取 AD_1 为直线 m ， CD 为直线 n ，显然有 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n, \alpha \perp \beta$ ，但 m 与 β 不垂直，即由 $\alpha \perp \beta$ 得不到 $m \perp \beta$ ，



故选：A.

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，曲线 C 上的点 M 满足

$\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2M} = 0, \angle MF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$ ，则双曲线的离心率为 ()

A. $\sqrt{3} + 1$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

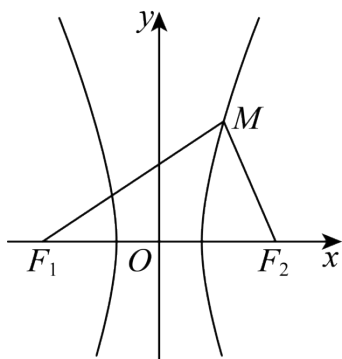
D. $\sqrt{3} - 1$

【答案】A

【解析】

【分析】利用 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2M} = 0, \angle MF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$ ，可得 $|MF_1| = \sqrt{3}c, |MF_2| = c$ ，结合双曲线的定义，即可求得双曲线的离心率.

【详解】因为 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2M} = 0, \angle MF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$ ，所以 $MF_1 \perp MF_2$ ，



又 $|F_1F_2| = 2c$ ，所以 $|MF_1| = \sqrt{3}c$ ， $|MF_2| = c$ ，

所以 $|MF_1| - |MF_2| = \sqrt{3}c - c = 2a$ ，

则 $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$ ，即双曲线的离心率为 $\sqrt{3}+1$ 。

故选：A.

8. 一组样本数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数为 $\bar{x}$ ，方差为 s^2 ，标准差为 s ，下列说法正确的是（ ）

A. 这组数据的中位数为 x_3

B. $3x_1+1, 3x_2+1, 3x_3+1, 3x_4+1, 3x_5+1$ 的平均数为 $3\bar{x}$

C. $x_1+1, x_2+1, x_3+1, x_4+1, x_5+1$ 的方差为 s^2+1

D. $3x_1, 3x_2, 3x_3, 3x_4, 3x_5$ 的标准差为 $3s$

【答案】D

【解析】

【分析】利用中位数的意义判断 A；计算平均数判断 B；计算方差判断 CD.

【详解】依题意， $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5\bar{x}$ ， $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 5s^2$ ，

对于 A，数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 不一定是按大小顺序排列而成的，A 错误；

对于 B， $\frac{3x_1+1+3x_2+1+3x_3+1+3x_4+1+3x_5+1}{5} = \frac{15\bar{x}+5}{5} = 3\bar{x}+1$ ，B 错误；

对于 C， $\frac{x_1+1+x_2+1+x_3+1+x_4+1+x_5+1}{5} = \frac{5\bar{x}+5}{5} = \bar{x}+1$ ，

$\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 [(x_i+1) - (\bar{x}+1)]^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = s^2$ ，C 错误；

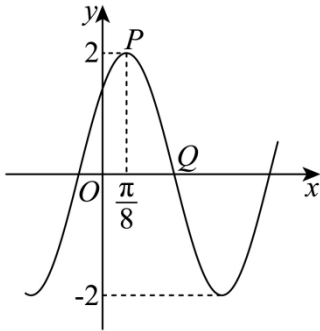
对于 D, $\frac{3x_1+3x_2+3x_3+3x_4+3x_5}{5}=3\bar{x}$, $\frac{1}{5}\sum_{i=1}^5(3x_i-3\bar{x})^2=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^59(x_i-\bar{x})^2=9s^2$,

所以 $3x_1, 3x_2, 3x_3, 3x_4, 3x_5$ 的标准差为 $3s$, D 正确.

故选: D

9. 函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, 0<\varphi<\frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示, P, Q 为图象上两点, 对于向量

$\vec{a}=(1,0), \vec{a} \cdot \vec{PQ}=\frac{\pi}{4}$, 为了得到 $g(x)=2\sin 4x$ 的图象, 需要将 $f(x)$ 图象上所有点的坐标 ()



- A. 横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
- B. 横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位
- C. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
- D. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位

【答案】D

【解析】

【分析】根据图象及题设条件, 求出 ω, φ , 从而得到 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$, 再利用图象的平移变换, 即可求出结果.

【详解】设 $f(x)$ 的最小正周期为 T , 如图, 易知 $P(\frac{\pi}{8}, 2)$, $Q(\frac{\pi}{8}+\frac{T}{4}, 0)$, 所以 $\vec{PQ}=(\frac{T}{4}, -2)$,

又 $\vec{a}=(1,0), \vec{a} \cdot \vec{PQ}=\frac{\pi}{4}$, 所以 $\frac{T}{4}=\frac{\pi}{4}$, 得到 $T=\pi$, 所以 $\frac{2\pi}{\omega}=\pi$, 即 $\omega=2$,

又由图象知, $f(x)$ 过点 $(\frac{\pi}{8}, 2)$, 所以 $2 \times \frac{\pi}{8} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, 即 $\varphi = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$,

又 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 得到 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$,

为了得到 $g(x) = 2\sin 4x$ 的图象, 需要将 $f(x)$ 图象上所有点的坐标横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$

(纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位,

故选: D.

10. 已知 $\odot M: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$, 直线 $l: 2x + y + 2 = 0$, P 为 l 上的一动点, A, B 为 $\odot M$ 上任意不重合的两点, 则 $\cos \angle APB$ 的最小值为 ()

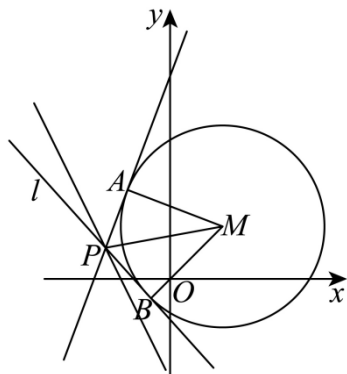
- A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意分析得当 PA, PB 分别为圆的切线, 且 MP 最小时, $\angle APB$ 最大, 此时 $\cos \angle APB$ 最小, 再利用二倍角公式即可得解.

【详解】由题意得 $\odot M$ 的标准方程为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$, 所以圆心 $M(1,1)$, 半径为 2, 所以圆心 M 到直线 l 的距离为 $\frac{|2+1+2|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5} > 2$, 所以直线 l 与 $\odot M$ 相离,



所以当 PA, PB 分别为圆的切线, 且 $|MP|$ 最小时,

$$\sin \angle APM = \frac{|AM|}{|PM|} = \frac{2}{|PM|} \text{ 最大, 又 } 0 < \angle APM < \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } \angle APM \text{ 最大,}$$

所以 $\angle APB = 2\angle APM$ 最大, 此时 $\cos \angle APB$ 最小,

$$\text{此时 } \cos \angle APB = \cos 2\angle APM = 1 - 2\sin^2 \angle APM = 1 - 2 \times \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = -\frac{3}{5}.$$

故选: D.

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^3 - 3x^2 - 2x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = f(x) - mx$ 有 4 个零点, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{e})$ B. $(-2, 0] \cup \{\frac{1}{e}\}$ C. $(-2, 0] \cup \{\frac{1}{4}\}$ D. $(-\infty, 0] \cup (\frac{1}{4}, \frac{1}{e})$

【答案】C

【解析】

【分析】确定 $x=0$ 是函数 $g(x)$ 的零点，在 $x \neq 0$ 时，利用函数零点的定义分离参数，构造函数

$h(x) = \frac{f(x)}{x}$ ，利用导数及二次函数的性质数形结合求出范围.

【详解】由 $g(x) = 0$ ，得 $mx = f(x)$ ，而当 $x = 0$ 时， $f(x) = 0$ ，即 0 是 $g(x)$ 的一个零点，

$$\text{当 } x \neq 0 \text{ 时, } m = \frac{f(x)}{x} = \begin{cases} -x^2 - 3x - 2, & x < 0 \\ \frac{\ln x}{x}, & x > 0 \end{cases}, \text{ 令 } h(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x - 2, & x < 0 \\ \frac{\ln x}{x}, & x > 0 \end{cases},$$

依题意，直线 $y = m$ 与函数 $y = h(x)$ 的图象有 3 个公共点，

当 $x < 0$ 时， $h(x) = -x^2 - 3x - 2 = -(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$ ，当且仅当 $x = -\frac{3}{2}$ 时取等号，

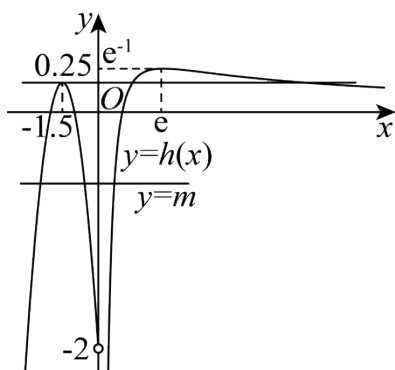
当 $x > 0$ 时， $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ ，求得 $h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ，

当 $0 < x < e$ 时， $h'(x) > 0$ ，当 $x > e$ 时， $h'(x) < 0$ ，

因此函数 $h(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递增，在 $(e, +\infty)$ 上单调递减， $h(e) = \frac{1}{e} > \frac{1}{4}$ ，

当 $0 < x \leq 1$ 时， $h(x) \leq h(1) = 0$ ，当 $x > 1$ 时， $h(x) > 0$ 恒成立，

在同一坐标系内作出直线 $y = m$ 与函数 $y = h(x)$ 的图象，



观察图象知，当 $-2 < m \leq 0$ 或 $m = \frac{1}{4}$ 时，直线 $y = m$ 与函数 $y = h(x)$ 的图象有 3 个公共点，

则当 $-2 < m \leq 0$ 或 $m = \frac{1}{4}$ 时，方程 $m = \frac{f(x)}{x}$ 有 3 个解，即 $g(x) = f(x) - mx$ 有 4 个零点，

所以 m 的取值范围为 $-2 < m \leq 0$ 或 $m = \frac{1}{4}$.

故选：C

12. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $2S_n = a_n + \frac{2}{a_n}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项积为 T_n 且 $T_n = S_n^2$

，下列说法错误的是（ ）

A. $S_n = \sqrt{2n}$

B. $\{b_n\}$ 为递减数列

C. $b_{2024} = \frac{2024}{2023}$

D. $a_n = \sqrt{2}(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$

【答案】B

【解析】

【分析】根据 a_n 与 S_n 及 b_n 与 T_n 的关系，利用等差数列的定义及通项公式，结合数列的性质即可求解.

【详解】当 $n=1$ 时， $2a_1 = a_1 + \frac{2}{a_1}$ ，解得 $a_1 = \pm\sqrt{2}$ （负舍），

当 $n \geq 2$ 时， $2S_n = S_n - S_{n-1} + \frac{2}{S_n - S_{n-1}}$ ，即 $S_n^2 - S_{n-1}^2 = 2$ ，且 $S_1^2 = 2$ ，

所以数列 $\{S_n^2\}$ 是首项为 2，公差为 2 的等差数列，

所以 $S_n^2 = 2 + 2 \cdot (n-1) = 2n$ ，

又 $a_n > 0$ ，所以 $S_n = \sqrt{2n}$ ，故 A 正确；

当 $n \geq 2$ 时，有 $a_n = \sqrt{2n} - \sqrt{2(n-1)} = \sqrt{2}(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$ ，

取 $n=1$ 时， $a_1 = \sqrt{2}(\sqrt{1} - \sqrt{1-1}) = \sqrt{2}$ 此式也满足 a_1 ，

故数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \sqrt{2}(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$ ，故 D 正确；

因为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项积为 T_n 且 $T_n = S_n^2$ ，

所以 $T_n = b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdots b_n = S_n^2 = 2n$ ，

当 $n=1$ 时， $b_1 = 2$ ，

当 $n \geq 2$ 时， $b_n = \frac{T_n}{T_{n-1}} = \frac{2n}{2(n-1)} = \frac{n}{n-1} = \frac{n-1+1}{n-1} = 1 + \frac{1}{n-1}$ ，

显然 $n=1$ 不适用，故数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = \begin{cases} 2, n=1 \\ 1 + \frac{1}{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ ，

显然 $b_1 = b_2 = 2$ ，所以数列 $\{b_n\}$ 不是递减数列，故 B 错误，

由当 $n \geq 2$ 时， $b_n = \frac{n}{n-1}$ ，得 $b_{2024} = \frac{2024}{2024-1} = \frac{2024}{2023}$ ，故 C 正确，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/668112052026006063>