

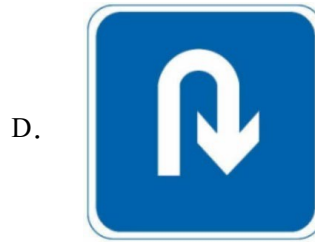
山东省济南市高新区第一实验中学 2024-2025 学年九年级上

学期数学开学测试试题

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 下列交通标志中，是中心对称图形的是 ()



2. 代数式 $4m^2 - n^2$ 因式分解的结果是 ()

A. $(2m - n)(2m + n)$

B. $4(m - n)(m + n)$

C. $(4m - n)(m + n)$

D. $(m - 2n)(m + 2n)$

3. 若正多边形的一个内角是 144° ，则这个正多边形的边数为 ()

A. 12

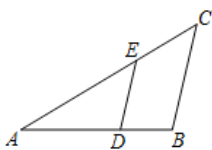
B. 10

C. 8

D. 7

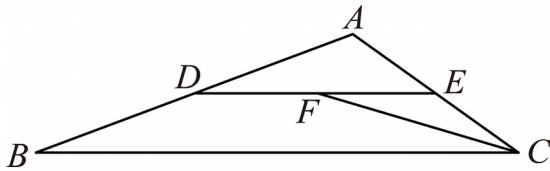
4. 如图，点 D，E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB，AC 边上，且 $DE \parallel BC$ ，如果 $AD:AB = 2:3$ ，那

么 $DE:BC$ 等于 ()



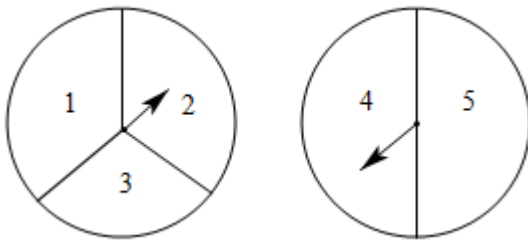
- A. 3:2 B. 2:5 C. 2:3 D. 3:5

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点， CF 平分 $\angle ACB$ ，交 DE 于点 F ，若 $AC=4$ ，则 EF 的长为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 如图，两个转盘被分成几个面积相等的扇形，分别自由转动一次，当转盘停止后，指针各指向一个数字所在的扇形（如果指针恰好指在分格线上，那么重转一次，直到指针指向某一数字为止）。将两指针所指的两个扇形中的数相加，和为6的概率是（ ）



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{6}$

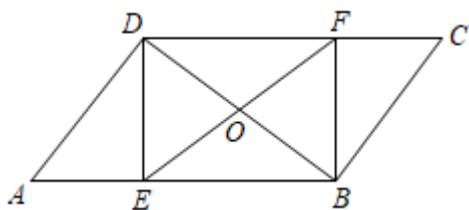
7. 每天比原计划多生产50台机器，现在生产600台机器所需时间与原计划生产450台机器所需时间相同，设原计划平均每天生产 x 台机器，根据题意，下面所列方程正确的是

()

- A. $\frac{600}{x+50} = \frac{450}{x}$ B. $\frac{600}{x-50} = \frac{450}{x}$ C. $\frac{600}{x} = \frac{450}{x+50}$ D. $\frac{600}{x} = \frac{450}{x-50}$

8. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 $BD \perp AD$ ， $AB=10$ ， $AD=6$ ， O 为 BD 的中点，

E 为边 AB 上一点，直线 EO 交 CD 于点 F ，连结 DE ， BF 。下列结论不成立的是（ ）



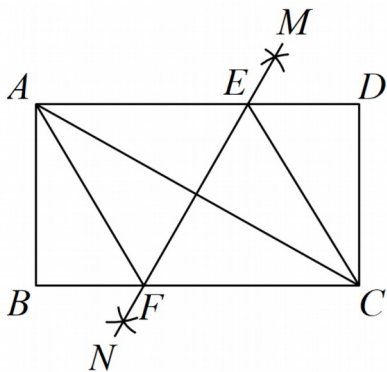
- A. 四边形 $DEBF$ 为平行四边形
- B. 若 $AE = 3.6$ ，则四边形 $DEBF$ 为矩形
- C. 若 $AE = 5$ ，则四边形 $DEBF$ 为菱形
- D. 若 $AE = 4.8$ ，则四边形 $DEBF$ 为正方形

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB < BC$ ，连接 AC ，分别以点 A ， C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的

长为半径画弧，两弧交于点 M ， N ，直线 MN 分别交 AD ， BC 于点 E ， F 。下列结论：

- ① 四边形 $AECF$ 是菱形； ② $\angle AFB = 2\angle ACB$ ； ③ $AC \cdot EF = CF \cdot CD$ ； ④ 若 AF 平分 $\angle BAC$ ，

则 $CF = \sqrt{3}AB$ 。其中正确结论的个数是（ ）



- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

10. 已知多项式 $M = 2x^2 - 3x - 2$ ，多项式 $N = x^2 - ax + 3$ 。

①若 $M = 0$ ，则代数式 $\frac{13x}{x^2 - 3x - 1}$ 的值为 $\frac{26}{3}$ ；

②当 $a = -3$ ， $x \geq 4$ 时，代数式 $M - N$ 的最小值为 -14 ；

③当 $a = 0$ 时，若 $M \cdot N = 0$ ，则关于 x 的方程有两个实数根；

④当 $a = 3$ 时，若 $|M - 2N + 2| + |M - 2N + 15| = 13$ ，则 x 的取值范围是 $-\frac{7}{3} < x < 2$ 。

以上结论正确的个数是 ()

A. 0 个

B. 1 个

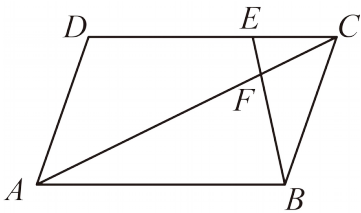
C. 2 个

D. 3 个

二、填空题

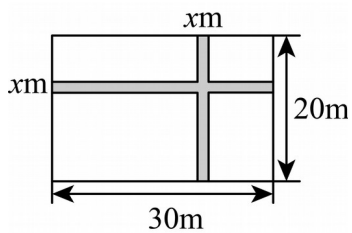
11. 当 x 时，分式 $\frac{1}{3x-2}$ 有意义。

12. 如图，已知 $\square ABCD$ 中，点 E 在 CD 上， $\frac{CE}{ED} = \frac{1}{2}$ ， BE 交对角线 AC 于点 F 。则 $\frac{CF}{AF} =$ 。



13. 如图，在宽为 20m ，长为 30m 的矩形地面上修建两条宽均为 $x\text{m}$ 的小路（阴影），余

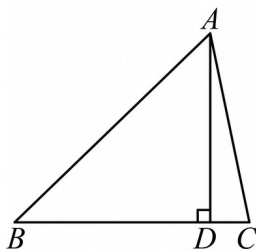
下部分作为草地，草地面积为 551m^2 ，根据图中数据，求得小路宽 x 的值为_____。



14. 清朝数学家梅文鼎在著作《平三角举要》中，对南宋数学家秦九韶提出的计算三角形面积的“三斜求积术”给出了一个完整的证明，证明过程中创造性地设计直角三角形，得

出了一个结论：如图， AD 是锐角 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，则 $BD = \frac{1}{2} \left(BC + \frac{AB^2 - AC^2}{BC} \right)$ ，

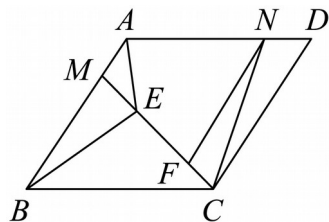
当 $AB = 7, BC = 6, AC = 5$ 时，则 $\triangle ABC$ 的面积为___.



15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $CD = 4$ ， M, N 分别是边 AB, AD 的动点，满

足 $AM = DN$ ，连接 CM, CN ， E 是边 CM 上的动点， F 是 CM 上靠近 C 的四等分点，连接

AE, BE, NF ，当 $\triangle CFN$ 面积最小时， $\frac{1}{2}BE + AE$ 的最小值为___.



三、解答题

16. 计算

(1) $3x^2 - 4x = 1$;

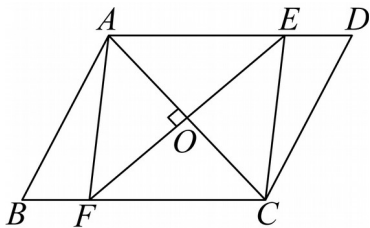
(2) $(3y-2)^2 = (2y-3)^2$.

17. 先化简，再求值： $(\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2}$ ，请在 2, -2 , 0, 3 当中选一个合适的数代

入求值.

18. $\square ABCD$ 的对角线 AC 的垂直平分线与边 AD 、 BC 分别交于 E , F , 求证：四边形

$AFCE$ 是菱形？



19. 某班甲、乙两名同学被推荐到学校艺术节上表演节目，计划用葫芦丝合奏一首乐曲，要合奏的乐曲是用游戏的方式在《月光下的凤尾竹》与《彩云之南》中确定一首。

游戏规则如下：在一个不透明的口袋中装有分别标有数字 1, 2, 3, 4 的四个小球（除标号外，其余都相同），甲从口袋中任意摸出 1 个小球，小球上的数字记为 a 。在另一个不透明的口袋中装有分别标有数字 1, 2 的两张卡片（除标号外，其余都相同），乙从口袋里任意摸出 1 张卡片卡片上的数字记为 b 。然后计算这两个数的和，即 $a+b$ ，若 $a+b$ 为奇数，则演奏《月光下的凤尾竹》，否则，演奏《彩云之南》。

(1) 用列表法或画树状图法中的一种方法，求 (a, b) 所有可能出现的结果总数；

(2) 你认为这个游戏公平不？如果公平，请说明理由；如果不公平，哪一首乐曲更可能被选中？

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m - 1 = 0$.

(1) 当 m 取何值时，这个方程有两个不相等的实数根？

(2) 若方程的两根都是正数，求 m 的取值范围；

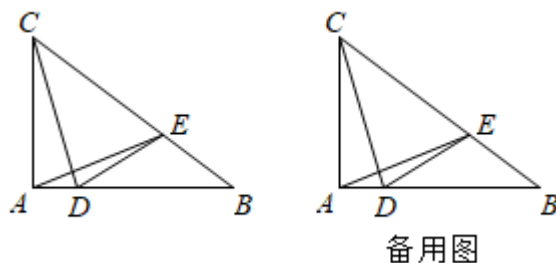
(3) 设 x_1, x_2 是这个方程的两个实数根, 是否存在 m , 使得 $1 - x_1x_2 = x_1^2 + x_2^2$, 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. 党的二十大报告提出: “加快建设高质量教育体系, 发展素质教育”. 为扎实做好育人工作, 某校深入开展“阳光体育”活动. 该校计划购买乒乓球拍和羽毛球拍用于“阳光体育大课间”和学生社团活动. 已知一副羽毛球拍比一副乒乓球拍多 30 元, 且用 1000 元购买乒乓球拍的数量和用 2000 元购买羽毛球拍的数量相等.

(1) 求每副乒乓球拍和每副羽毛球拍的价格;

(2) 学校计划采购乒乓球拍和羽毛球拍共 100 副, 且乒乓球拍的数量不超过羽毛球拍数量的 2 倍, 要想花费的资金总额最少, 则最多购买乒乓球拍多少副? 资金总额最少为多少元?

22. 如图, $Rt\triangle ABC$ 的两条直角边 $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 3\text{ cm}$, 点 D 沿 AB 从 A 向 B 运动, 速度是 1 cm/秒 , 同时, 点 E 沿 BC 从 B 向 C 运动, 速度为 2 cm/秒 . 动点 E 到达点 C 时运动终止. 连接 DE 、 CD 、 AE .



(1) 当动点运动几秒时, $\triangle BDE \sim \triangle ABC$?

(2) 当动点运动几秒时, $\triangle BDE$ 的面积为 1.8 cm^2 ?

(3) 在运动过程中是否存在某一时刻 t , 使 $CD \perp DE$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

23. 阅读材料, 解答问题:

材料 1

为了解方程 $(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$ ，如果我们把 x^2 看作一个整体，然后设 $y = x^2$ ，则原方程可

化为 $y^2 - 13y + 36 = 0$ ，经过运算，原方程的解为 $x_{1,2} = \pm 2$ ， $x_{3,4} = \pm 3$ 。我们把以上这种解决问题的方法通常叫做换元法。

材料 2

已知实数 m, n 满足 $m^2 - m - 1 = 0$ ， $n^2 - n - 1 = 0$ ，且 $m \neq n$ ，显然 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$

的两个不相等的实数根，由韦达定理可知 $m + n = 1$ ， $mn = -1$ 。

根据上述材料，解决以下问题：

(1) 直接应用：

方程 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ 的解为_____；

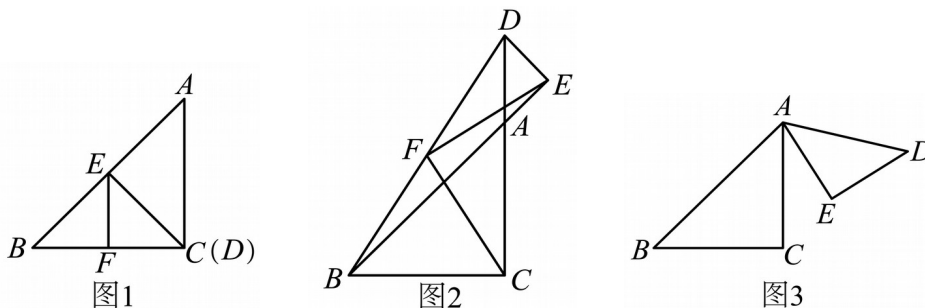
(2) 间接应用：

已知实数 a, b 满足： $2a^4 - 7a^2 + 1 = 0$ ， $2b^4 - 7b^2 + 1 = 0$ 且 $a \neq b$ ，求 $a^4 + b^4$ 的值；

(3) 拓展应用：

已知实数 x, y 满足： $\frac{1}{m^4} + \frac{1}{m^2} = 7$ ， $n^2 - n = 7$ 且 $n > 0$ ，求 $\frac{1}{m^4} + n^2$ 的值。

24. 如图所示， $\triangle ABC$ ， $\triangle ADE$ 为等腰三角形， $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ 。



(1) 如图 1，点 E 在 AB 上，点 D 与 C 重合， F 为线段 BD 的中点，则线段 EF 与 FC 的数量

关系是_； $\angle EFD$ 的度数为_；

(2)如图2，在图1的基础上，将 $\triangle ADE$ 绕 A 点顺时针旋转到如图2的位置，其中 D 、 A 、

C 在一条直线上， F 为线段 BD 的中点，则线段 EF 与 FC 是否存在某种确定的数量关系和位置关系？证明你的结论；

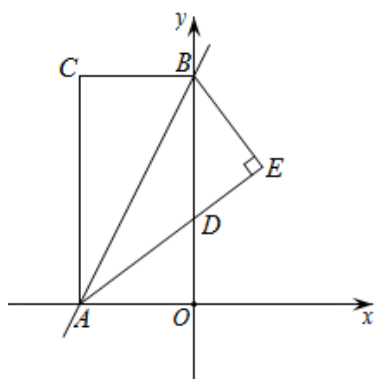
(3)若 $\triangle ADE$ 绕 A 点任意旋转一个角度到如图3的位置， F 为线段 BD 的中点，连接 EF 、

FC ，请你完成图3，请猜想线段 EF 与 FC 的关系，并验证你的猜想.

25. 矩形 $AOBC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示，点 A 在 x 轴的负半轴上，点 B 在 y

轴的正半轴上，连接 AB ，将 $\triangle ABC$ 沿 AB 折叠得 $\triangle ABE$ ， AE 交 y 轴于点 D ，线段 OD 、 OA

的长是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根，且 $OA > OD$.



(1)请直接写出点 A 的坐标为_____，点 D 的坐标为_____；

(2)点 P 为直线 AB 上一点，连接 PO 、 PD ，当 $\triangle POD$ 的周长最小时，求点 P 的坐标；

(3)点 M 在 x 轴上，点 N 在直线 AB 上，坐标平面内是否存在点 Q ，使以 B 、 M 、 N 、 Q 为顶点的四边形为正方形？若存在，请直接写出满足条件的点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10												
答案	B	A	B	C	B	B	A	D	C	B												

1. B

【分析】 本题考查中心对称图形的识别，熟练掌握其定义是解题的关键。在平面内，把一个图形绕某个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形就是中心对称图形，据此进行判断即可。

【详解】 解：A中，不是中心对称图形，故不符合题意；

B中，是中心对称图形，故符合题意；

C中，不是中心对称图形，故不符合题意；

D中，不是中心对称图形，故不符合题意；

故选：B.

2. A

【分析】 直接根据平方差公式分解因式得出答案；

【详解】 $4m^2 - n^2 = (2m)^2 - n^2 = (2m+n)(2m-n)$ ，

故选：A.

【点睛】 本题考查了因式分解的方法，正确掌握运算方法是解题的关键。

3. B

【分析】 本题需先根据已知条件设出正多边形的边数，再根据正多边形的计算公式得出结果即可。

【详解】 解：设这个正多边形是正 n 边形，根据题意得：

$$(n-2) \times 180^\circ \div n = 144^\circ,$$

解得： $n=10$.

故选：B.

【点睛】 本题主要考查了正多边形的内角，在解题时要根据正多边形的内角公式列出式子是本题的关键。

4. C

【分析】 由平行线分线段成比例定理即可得出结果。

【详解】 $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore DE:BC=AD:AB=2:3.$$

故答案选: C.

【点睛】本题考查了平行线分线段成比例, 解题的关键是熟练掌握平行线分线段成比例.

5. B

【分析】本题考查的是三角形中位线定理、等腰三角形的判定, 掌握三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半是解题的关键. 根据三角形中位线定理得到 $DE \parallel BC$,

进而证明 $\angle BCF = \angle EFC$, 根据角平分线的定义、等腰三角形的判定定理解答即可.

【详解】解: $\because D、E$ 分别为 $AB、AC$ 的中点,

$$\therefore DE \parallel BC, \quad AE = EC,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle EFC,$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle ECF,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle EFC,$$

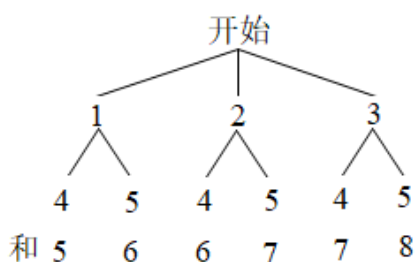
$$\therefore EF = EC = \frac{1}{2}AC = 2,$$

故选: B.

6. B

【分析】画树状图, 共有 6 个等可能的结果, 两指针所指的两个扇形中的数相加, 和为 6 的结果有 2 个, 再由概率公式求解即可.

【详解】解: 画树状图如图:



共有 6 个等可能的结果，两指针所指的两个扇形中的数相加，和为 6 的结果有 2 个，

∴ 两指针所指的两个扇形中的数相加，和为 6 的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ，

故选 B.

【点睛】 本题主要考查概率的计算，解决本题的关键是要熟练掌握概率计算公式.

7. A

【分析】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程，解答本题的关键是读懂题意，找出合适的等量关系列式. 设原计划平均每天生产 x 台机器，则实际平均每天生产 $(x+50)$ 台机器，

利用“现在生产 600 台所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同”列方程即可.

【详解】 解：设原计划平均每天生产 x 台机器，则实际平均每天生产 $(x+50)$ 台机器，

由题意得：
$$\frac{600}{x+50} = \frac{450}{x},$$

故选：A.

8. D

【分析】 根据平行四边形的性质及判定定理，以及特殊平行四边形的判定定理进行逐一判断即可得解.

【详解】 A. ∵ 四边形 ABCD 是平行四边形

∴ $DC \parallel AB$

∴ $\angle FDO = \angle EBO$

$\because O$ 为 BD 的中点

$$\therefore DO = BO$$

在 $\triangle FDO$ 与 $\triangle EBO$ 中

$$\begin{cases} \angle FDO = \angle EBO \\ DO = BO \\ \angle DOF = \angle BOE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FDO \cong \triangle EBO (ASA)$$

$$\therefore DF = BE$$

又 $\because DC \parallel AB$

\therefore 四边形 $DEBF$ 为平行四边形,

故 A 选项正确;

B. 假设 $DE \perp AB$

$$\because BD \perp AD, AB = 10, AD = 6$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 8$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AD \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$\therefore DE = \frac{2S_{\triangle ABD}}{AB} = 4.8$$

$$\because DE \perp AB$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = 3.6$$

则当 $AE = 3.6$ 时, $DE \perp AB$

\because 四边形 $DEBF$ 为平行四边形

\therefore 四边形 $DEBF$ 为矩形，

故 B 选项正确；

C. $\because AE = 5, AB = 10$

$\therefore E$ 是 AB 中点

$\because BD \perp AD$

$\therefore DE = AE = BE$

\therefore 四边形 $DEBF$ 为平行四边形

\therefore 四边形 $DEBF$ 为菱形，

故 C 选项正确；

D. 当 $AE = 4.8$ 时与 $AE = 3.6$ 时矛盾，则 DE 不垂直于 AB ，则四边形 $DEBF$ 不为矩形，则也

不可能为正方形，故 D 选项错误，

故选：D.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的性质及判定定理，以及特殊平行四边形的判定定理，熟练掌握相关性质及定理的几何证明方法是解决本题的关键.

9. C

【分析】 结合作图方法可知 EF 是 AC 的中垂线，结合矩形的性质易证四边形 $AECF$ 是菱形，

$\angle AFB = 2\angle ACB$ ，利用等积法可知③错误；利用含 30° 角的直角三角形的性质易证④错误.

【详解】 解：设 EF, AC 交于点 O

由作图知， EF 垂直平分 AC

$\therefore AO = CO, \angle AOE = \angle COF = 90^\circ$

在矩形 $ABCD$ 中,

$$AD \parallel BC$$

$$\angle AEO = \angle CFO$$

$$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO$$

$$\therefore OF = OE$$

\therefore 四边形 $AECF$ 是菱形

\therefore ①正确

\therefore 四边形 $AECF$ 是菱形

$$\therefore \angle FAC = \angle FCA$$

$$\therefore \angle AFB = \angle FAC + \angle FCA = 2\angle ACB$$

\therefore ②正确

$$\therefore CD \perp AE, EF \perp AC$$

$$\therefore S_{\text{菱形}AECF} = 2 \times \frac{1}{2} \cdot AC \cdot EO = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot EF = CF \cdot CD$$

\therefore ③错误

$$\therefore AF \text{ 平分 } \angle BAC$$

$$\therefore \angle BAF = \angle CAF = \angle ACB$$

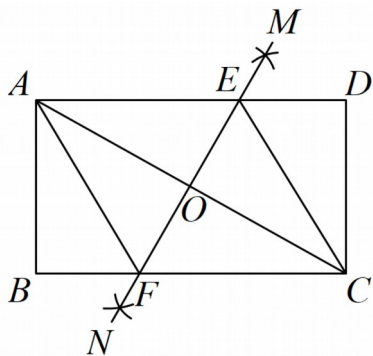
$$\therefore \angle BAF = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \frac{BA}{AF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore CF = AF$$

$$\therefore CF = \frac{2\sqrt{3}}{3} AB$$

\therefore ④错误.



故选 C.

【点睛】 本题主要考查矩形的性质，垂直平分线的作法及菱形的性质，熟练掌握垂直平分线的作法，矩形和菱形的性质是解决本题的关键.

10. B

【分析】 ①把 $M=0$ 代入解方程即可求解；②把 $a=-3$ 代入，再配方求最小值即可；③把

$a=0$ 代入解方程即可求解；④根据绝对值的意义求解即可.

【详解】 解：①若 $M=0$ ，则 $M=2x^2-3x-2=0$ ，解得 $x=2$ ，或 $x=-\frac{1}{2}$ ，

$\therefore \frac{13x}{x^2-3x-1}$ 的值为 $-\frac{26}{3}$ ；故①错误；

②当 $a=-3$ 时， $M-N=(2x^2-3x-2)-(x^2+3x+3)$

$$=x^2-6x-5$$

$=(x-3)^2-14$ ， \therefore 当 $x=4$ 时，代数式 $M-N$ 的最小值为 -13 ；故②错误；

③由题意得， $MN=(2x^2-3x-2)(x^2+3)=0$ ，

$$\therefore 2x^2-3x-2=0 \text{ 或 } x^2+3=0，$$

解 $2x^2-3x-2=0$ 得 $x=2$ ，或 $x=-\frac{1}{2}$ ；

解 $x^2 + 3 = 0$ ，即 $x^2 = -3 < 0$ ，没有实数解，

∴关于 x 的方程有两个实数根，故③正确；

④当 $a = 3$ 时，

$$|M - 2N + 2| + |M - 2N + 15|$$

$$= |(2x^2 - 3x - 2) - 2(x^2 - 3x + 3) + 2| + |(2x^2 - 3x - 2) - 2(x^2 - 3x + 3) + 15|$$

$$= |3x - 6| + |3x + 7| = 13$$

$$\therefore \begin{cases} 3x + 7 \geq 0 \\ 3x - 6 \leq 0 \end{cases}, \text{解得 } -\frac{7}{3} \leq x \leq 2; \text{故④错误；}$$

综上，只有③正确；

故选：B.

【点睛】 本题考查了配方法的应用，解一元二次方程、解不等式组、绝对值的意义，理解绝对值的性质和一元二次方程的解法是解题的关键.

11. $x \neq \frac{2}{3}$

【分析】 本题主要考查了分式有意义的条件，根据分式有意义的条件是分母不为 0 进行求解即可.

【详解】 解：∵分式 $\frac{1}{3x-2}$ 有意义，

$$\therefore 3x - 2 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq \frac{2}{3},$$

故答案为： $x \neq \frac{2}{3}$.

12. $\frac{1}{3}$

【分析】据平行四边形的性质可得出 $CD \parallel AB$, $CD = AB$, 由 $\frac{CE}{ED} = \frac{1}{2}$ 可得出 $CE = \frac{1}{3}AB$,

由 $CD \parallel AB$, 可得出 $\triangle CEF \sim \triangle ABF$, 再利用相似三角形的性质即可求出 $\frac{CF}{AF}$ 的值.

【详解】解: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore CD \parallel AB, CD = AB.$$

$$\because \text{点 } E \text{ 在 } CD \text{ 上}, \frac{CE}{ED} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore CE = \frac{1}{1+2}CD = \frac{1}{3}AB.$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle ABF$$

$$\therefore \frac{CF}{AF} = \frac{CE}{AB} = \frac{1}{3}.$$

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质以及平行四边形的性质, 利用平行四边形的

性质找出 $\triangle CEF \sim \triangle ABF$ 及 $CE = \frac{1}{3}AB$ 是解题的关键.

13. 1

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题

的关键. 剩余部分可合成长为 $(30-x)\text{m}$, 宽为 $(20-x)\text{m}$ 的矩形, 利用矩形的面积公式结

合草地面积为 551m^2 , 即可得出关于 x 的一元二次方程, 求解并注意检验.

【详解】解: 根据题意得: $(30-x)(20-x)=551$,

化简得: $x^2-50x+49=0$,

解得: $x_1=1$, $x_2=49$,

\because 当 $x_2=49$ 时, $20-x=-29<0$,

$\therefore x_2=49$ 舍去,

故答案为: 1.

14. $6\sqrt{6}$

【分析】根据公式计算得到 $BD=\frac{1}{2}\left(BC+\frac{AB^2-AC^2}{BC}\right)=\frac{1}{2}\left(6+\frac{49-25}{6}\right)=5$, 利用勾股定理

求得 $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=2\sqrt{6}$, 计算即可, 本题考查了勾股定理, 新定义, 熟练掌握公式

是解题的关键.

【详解】 $\because AB=7, BC=6, AC=5$,

$$\therefore BD=\frac{1}{2}\left(BC+\frac{AB^2-AC^2}{BC}\right)=\frac{1}{2}\left(6+\frac{49-25}{6}\right)=5,$$

$$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=2\sqrt{6},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6 = 6\sqrt{6},$$

故答案为: $6\sqrt{6}$.

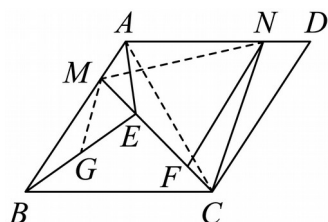
15. 3

【分析】连接 MN, AC , 取 BE 的中点 G , 连接 MG , 得到 $\triangle MCN$ 是等边三角形, 进而判

断当 $\triangle CFN$ 面积最小时, $CN \perp BD$, 根据 E 为 MC 上的动点, 当 E, M 重合时, 最小, 进而

可得 $\frac{1}{2}BE + AE$ 的最小值.

【详解】解: 如图, 连接 MN, AC , 取 BE 的中点 G , 连接 MG ,



四边形 $AMCN$ 是菱形, $\therefore AM = MC = CN = AN$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $\angle BAD = 120^\circ$

$\therefore AB = AD = CD, \angle BAC = \angle DAC = \angle ADC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC, \triangle ADC$ 是等边三角形

$\therefore AC = DC, \angle ADC = 60^\circ$

$\therefore AM = DN$

$\therefore \triangle AMC \cong \triangle DNC$ (SAS)

$\therefore CM = CN, \angle DCN = \angle ACM$

$\therefore \angle MCN = \angle MCA + \angle ACN$

$= \angle DCN + \angle ACN = \angle ACD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle CMN$ 为等边三角形,

\therefore 点 F 是 CM 上靠近点 C 的四等分点,

$$\therefore S_{\triangle CFN} = \frac{1}{4} S_{\triangle CMN}$$

$\therefore \triangle CMN$ 的面积最小时, $\triangle CFN$ 的面积也最小

$$\therefore S_{\triangle CMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} CM^2$$

\therefore 当 CM 最小时, $\triangle CMN$ 的面积最小

\therefore 当 $CM \perp AB$ 时, CM 最小

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $CM \perp AB$

$$\therefore MA = MB$$

$$\therefore AE = BE$$

$$\therefore MG = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} BE$$

$$\therefore \frac{1}{2} BE + AE = \frac{1}{2} AE + AE = \frac{3}{2} AE$$

\therefore 点 E 是 CM 上的动点, $\angle AME = 90^\circ$

当点 E 与点 M 重合时, AE 最小

$$\therefore CD = 4$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2} AB = 2$$

$$\therefore \frac{1}{2} BE + AE \text{ 的最小值为 } \frac{1}{2} BM + AM = \frac{3}{2} \times AM = 3$$

故答案为: 3

【点睛】 本题考查了菱形的性质、等边三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、垂线段最短、等边三角形的面积, 将求三角形 CFN 的面积最小值转化为 CM 和 CN 的最小值是解题的关键.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/668116077001006123>