

目录

连载 371: 为什么会出现主瓣和旁瓣 (二)	3
连载 372: 循环卷积和卷积的区别	4
连载 373: 循环卷积的计算过程	4
连载 374: 形象图示循环卷积的计算过程	6
连载 375: 利用 matlab 计算循环卷积	7
连载 376: 时域相乘相当于频域做循环卷积	9
连载 377: 验证频域循环卷积定理	10
连载 378: 证明频域循环卷积定理 (一)	21
连载 379: 证明频域循环卷积定理 (二)	23
连载 380: 证明频域循环卷积定理 (三)	25
连载 381: 证明频域循环卷积定理 (四)	27
连载 382: 通过加窗减小旁瓣泄漏	29
连载 383: 矩形窗	31
连载 384: 汉宁窗	35
连载 385: 汉明窗	39
连载 386: 布莱克曼窗	43
连载 387: 四种窗函数的波形比拟	47
连载 388: 四种窗函数的频谱比拟	48
连载 389: 窗函数的应用	50
连载 390: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (一)	51
连载 391: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (二)	53
连载 392: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (三)	55
连载 393: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (四)	56
连载 394: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (五)	58
连载 395: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (六)	59
连载 396: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (七)	61
连载 397: 利用 IDFT 实现 OFDM 调制 (八)	63
连载 398: 利用 DFT 实现 OFDM 解调 (一)	64

连载 399: 利用 DFT 实现 OFDM 解调 (二) 65

连载 400: 利用 DFT 实现 OFDM 解调 (三) 67

连载 401: 利用 DFT 实现 OFDM 解调 (四) 69

连载 371: 为什么会出现主瓣和旁瓣 (二)

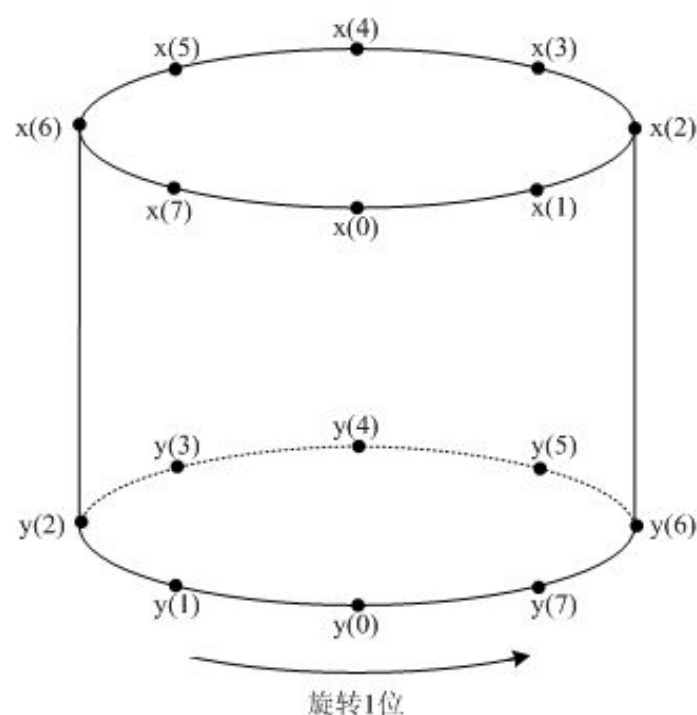
连载 372: 循环卷积和卷积的区别

连载 373: 循环卷积的计算过程

连载 374: 形象图示循环卷积的计算过程

其实可以用一种更形象的方式把上面的循环卷积计算过程表示出来。↵

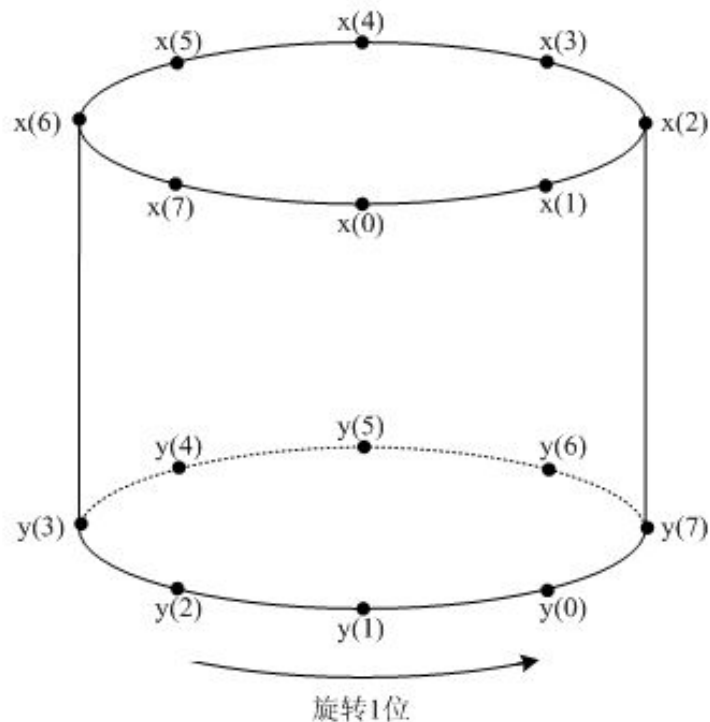
将 $x(n)$ 逆时针排列在一个圆周上, 将 $y(n)$ 顺时针排列在下面的另一个圆周上, 注意上面的 $x(0)$ 和下面的 $y(0)$ 对齐。↵



$$n=0: x(0)y(0)+x(1)y(7)+x(2)y(6)+x(3)y(5)+x(4)y(4)+x(5)y(3)+x(6)y(2)+x(7)y(1) \quad \leftarrow$$

将上面圆周上的 $x(n)$ 与下面圆周上对应的 $y(n)$ 相乘再求和, 就得到了 $n=0$ 情况下的循环卷积的值。↵

将下面圆周上的 $y(n)$ 逆时针旋转1位: ↵



$$n=1: x(0)y(1)+x(1)y(0)+x(2)y(7)+x(3)y(6)+x(4)y(5)+x(5)y(4)+x(6)y(3)+x(7)y(2)$$

将上面圆周上的 $x(n)$ 与下面圆周上对应的 $y(n)$ 相乘再求和，就得到了 $n=1$ 情况下的循环卷积的值。

↵

依此类推，每次将下面圆周上的 $y(n)$ 逆时针旋转1位，再相乘、求和，就可以进一步得到： $n=2、3、4、5、6、7$ 情况下的循环卷积的值。

连载 375：利用 matlab 计算循环卷积

```
>> N=8;>> n=0:1:7;>> Xn=[2 2 2 2 0 0 0 0];>> Yn=[0 1 2 3 4 5 6 7];>> Sn=circonv(Xn,Yn,N);>>
subplot(311);stem(n,Xn);>> subplot(312);stem(n,Yn);>> subplot(313);stem(n,Sn);
```

连载 376：时域相乘相当于频域做循环卷积

再回过头去验证一下：x的离散傅立叶变换X(n)、y的离散傅立叶变换Y(n)和二者乘积的离散傅立叶变换之间是“循环卷积”的关系。

也就是验证：

【频域循环卷积定理】

如果：

$$DFT[x(n)] = X(k)$$

$$DFT[y(n)] = Y(k)$$

则：

$$DFT[x(n)y(n)] = \frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k)$$

通过一个简单的例子验证一下频域循环卷积定理的正确性：从这段代码的执行结果来看，确实时域相乘相当于频域做循环卷积。

```
>> N=8;
>> x=[2 2 2 2 0 0 0 0];
>> y=[0 1 2 3 4 5 6 7];
>> s=x.*y;
>> n=0:1:N-1;
>> X=dft1(x,N);
>> Y= dft1(y,N);
>> S1=dft1(s,N)
>> S2=circonv(X,Y,N)/N
```

S1 =

Columns 1 through 5

12.0000

-2.8284 - 9.6569i

-4.0000 + 4.0000i

2.8284 - 1.6569i

-4.0000 - 0.0000i

Columns 6 through 8

2.8284 + 1.6569i
-4.0000 - 4.0000i
-2.8284 + 9.6569i

S2 =

Columns 1 through 5

12.0000 - 0.0000i
-2.8284 - 9.6569i
-4.0000 + 4.0000i
2.8284 - 1.6569i
-4.0000 - 0.0000i

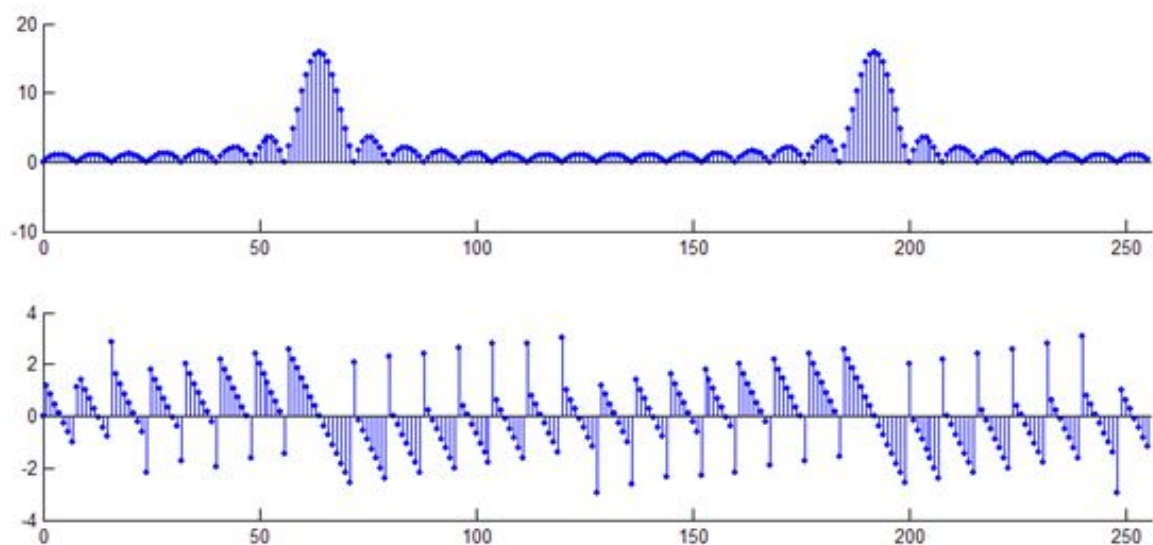
Columns 6 through 8

2.8284 + 1.6569i
-4.0000 - 4.0000i
-2.8284 + 9.6569i

连载 377：验证频域循环卷积定理

前面这个例子比较简单，我们再来个复杂点的，再利用连载370中的那个例子验证一下频域循环卷积定理。

$DFT[x(n)y(n)]$ 我们在连载370中已经画过了，不过当时对结果取了绝对值，下面把幅度和相位都看一下：

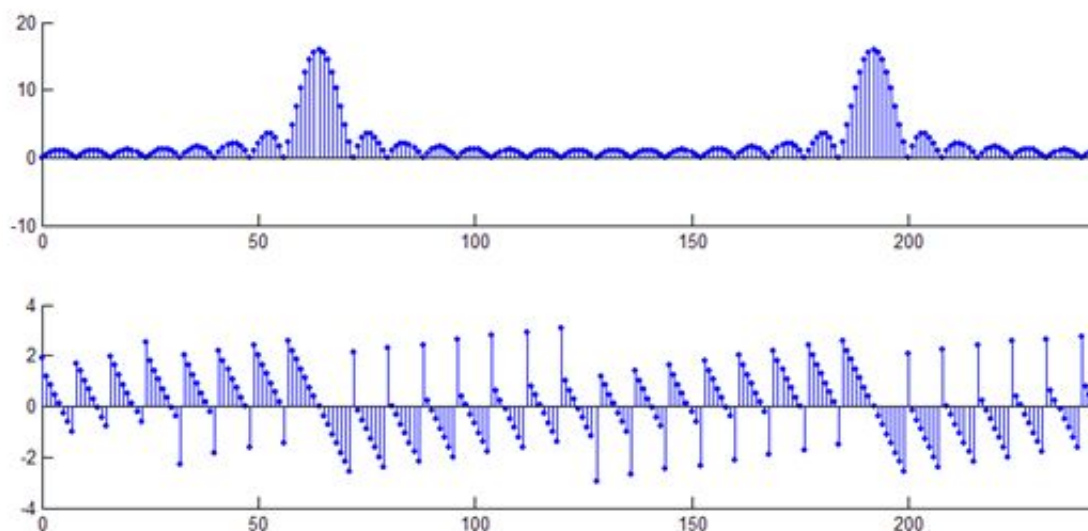



```

>> fs=400;%采样频率
>> T=0.04*16;%截取时间长度
>> N=T*fs;
>> t=0:1/fs:T-1/fs;
>> x=cos(200*pi*t);
>> y1=ones(1,N/8);
>> y2=zeros(1,N*7/8);
>> y=[y1 y2];
>> s=x.*y;
>> n=0:1:N-1;
>> S=dft1(s,256);
>> subplot(211); stem(n,abs(S), '.');
>> axis([0 256 -10 20]);
>> subplot(212); stem(n,angle(S), '.');
>> axis([0 256 -4 4]);

```

再来画一下 $\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k)$ ，仔细看这张图和上面那张图还是有点差别的（这个应该是由计算过程中的舍入操作引起的），不过差别很小，这可以从二者的差几乎为零看出来，注意前面有个 1×10^{-12} ：



```

>> fs=400;%采样频率
>> T=0.04*16;%截取时间长度
>> N=T*fs;
>> t=0:1/fs:T-1/fs;
>> x=cos(200*pi*t);
>> y1=ones(1,N/8);
>> y2=zeros(1,N*7/8);

```



```
>> y=[y1 y2];
>> s=x.*y;

>> n=0:1:N-1;
>> X=dft1(x,256);
>> Y= dft1(y,256);
>> S1=dft1(s,256);
>> S2=circonv(X,Y,N)/N;
>> subplot(211); stem(n,abs(S2), '.');
>> axis([0 256 -10 20]);
>> subplot(212); stem(n,angle(S2), '.');
>> axis([0 256 -4 4]);
```

```
>> S=S1-S2
```

```
S =
```

```
1.0e-012 *
```

```
Columns 1 through 7
```

```
0.0941 - 0.2527i
0.0388 - 0.2853i
-0.0333 - 0.2851i
-0.0959 - 0.2465i
-0.1277 - 0.1805i
-0.1187 - 0.1132i
-0.0758 - 0.0693i
```

```
Columns 8 through 14
```

```
-0.0236 - 0.0649i
0.0124 - 0.0954i
0.0121 - 0.1389i
-0.0208 - 0.1686i
-0.0689 - 0.1664i
-0.1046 - 0.1295i
-0.1076 - 0.0774i
```

```
Columns 15 through 21
```

```
-0.0782 - 0.0347i
-0.0285 - 0.0233i
0.0138 - 0.0470i
0.0255 - 0.0929i
0.0010 -
```

0.1321i

-0.0449 - 0.1442i

-0.0897 - 0.1195i

Columns 22 through 28

-0.1050 - 0.0682i

-0.0819 - 0.0206i

-0.0341 + 0.0013i

0.0163 - 0.0157i

0.0399 - 0.0620i

0.0252 - 0.1114i

-0.0222 - 0.1370i

Columns 29 through 35

-0.0751 - 0.1231i

-0.1048 - 0.0722i

-0.0940 - 0.0160i

-0.0444 + 0.0208i

0.0163 + 0.0138i

0.0561 - 0.0329i

0.0527 - 0.0953i

Columns 36 through 42

0.0059 - 0.1383i

-0.0597 - 0.1350i

-0.1072 - 0.0878i

-0.1099 - 0.0152i

-0.0616 + 0.0408i

0.0139 + 0.0493i

0.0762 + 0.0021i

Columns 43 through 49

0.0910 - 0.0793i

0.0449 - 0.1421i

-0.0384 - 0.1650i

-0.1161 - 0.1175i

-0.1410 - 0.0243i

-0.0965 + 0.0652i

0.0055 + 0.1053i

Columns 50 through 56

$0.1136 + 0.0614i$

$0.1638 - 0.0440i$

$0.1293 - 0.1656i$

$0.0118 - 0.2336i$

$-0.1306 - 0.2021i$

$-0.2198 - 0.0633i$

$-0.1890 + 0.1190i$

Columns 57 through 63

$-0.0272 + 0.2576i$

$0.2152 + 0.2589i$

$0.4405 + 0.0973i$

$0.5413 - 0.1954i$

$0.4394 - 0.5471i$

$0.1412 - 0.7798i$

$-0.2682 - 0.8331i$

Columns 64 through 70

$-0.6501 - 0.6191i$

$-0.0249 - 0.0277i$

$0.0178 - 0.0497i$

$0.0089 - 0.0835i$

$-0.0204 - 0.0870i$

$-0.0351 - 0.0639i$

$-0.0355 - 0.0311i$

Columns 71 through 77

$-0.0182 - 0.0124i$

$0.0029 - 0.0111i$

$0.0176 - 0.0282i$

$0.0202 - 0.0507i$

$0.0044 - 0.0639i$

$-0.0169 - 0.0662i$

$-0.0340 - 0.0524i$

Columns 78 through 84

$-0.0335 - 0.0289i$

$-0.0181 - 0.0102i$

$0.0041 - 0.0095i$

$0.0225 - 0.0231i$

$0.0240 - 0.0469i$

0.0637i

-0.0138 - 0.0673i

Columns 85 through 91

-0.0311 - 0.0524i

-0.0338 - 0.0282i

-0.0195 - 0.0095i

0.0050 - 0.0052i

0.0242 - 0.0187i

0.0285 - 0.0421i

0.0142 - 0.0617i

Columns 92 through 98

-0.0082 - 0.0657i

-0.0269 - 0.0537i

-0.0332 - 0.0313i

-0.0203 - 0.0093i

0.0035 - 0.0031i

0.0249 - 0.0145i

0.0320 - 0.0380i

Columns 99 through 105

0.0195 - 0.0601i

-0.0031 - 0.0676i

-0.0244 - 0.0574i

-0.0325 - 0.0329i

-0.0223 - 0.0089i

0.0024 - 0.0002i

0.0256 - 0.0097i

Columns 106 through 112

0.0362 - 0.0331i

0.0275 - 0.0573i

0.0027 - 0.0670i

-0.0211 - 0.0575i

-0.0326 - 0.0338i

-0.0224 - 0.0092i

0.0012 + 0.0031i

Columns 113 through 119

0.0278 - 0.0051i

0.0406 -

0.0293i

0.0328 - 0.0555i

0.0092 - 0.0691i

-0.0178 - 0.0620i

-0.0314 - 0.0375i

-0.0251 - 0.0101i

Columns 120 through 126

0.0002 + 0.0053i

0.0283 - 0.0005i

0.0438 - 0.0250i

0.0392 - 0.0535i

0.0151 - 0.0709i

-0.0147 - 0.0655i

-0.0314 - 0.0421i

Columns 127 through 133

-0.0273 - 0.0111i

-0.0029 + 0.0079i

0.0288 + 0.0051i

0.0498 - 0.0193i

0.0469 - 0.0518i

0.0228 - 0.0728i

-0.0102 - 0.0711i

Columns 134 through 140

-0.0325 - 0.0463i

-0.0311 - 0.0123i

-0.0066 + 0.0116i

0.0299 + 0.0112i

0.0547 - 0.0132i

0.0557 - 0.0494i

0.0322 - 0.0761i

Columns 141 through 147

-0.0051 - 0.0772i

-0.0329 - 0.0519i

-0.0360 - 0.0146i

-0.0100 + 0.0152i

0.0303 + 0.0197i

0.0611 - 0.0061i

0.0666 - 0.0462i

Columns 148 through 154

0.0423 - 0.0807i
-0.0013 - 0.0858i
-0.0360 - 0.0601i
-0.0426 - 0.0164i
-0.0173 + 0.0220i
0.0300 + 0.0308i
0.0701 + 0.0050i

Columns 155 through 161

0.0821 - 0.0416i
0.0562 - 0.0850i
0.0071 - 0.0979i
-0.0382 - 0.0716i
-0.0537 - 0.0210i
-0.0271 + 0.0294i
0.0283 + 0.0471i

Columns 162 through 168

0.0812 + 0.0205i
0.1026 - 0.0371i
0.0769 - 0.0933i
0.0169 - 0.1175i
-0.0446 - 0.0916i
-0.0711 - 0.0263i
-0.0451 + 0.0406i

Columns 169 through 175

0.0250 + 0.0725i
0.0990 + 0.0465i
0.1373 - 0.0251i
0.1126 - 0.1070i
0.0360 - 0.1503i
-0.0531 - 0.1263i
-0.1017 - 0.0422i

Columns 176 through 182

-0.0804 + 0.0591i
0.0140 + 0.1221i
0.1312 + 0.1007i

0.0004i

0.1917 - 0.1328i

0.0828 - 0.2207i

-0.0675 - 0.2118i

Columns 183 through 189

-0.1785 - 0.0846i

-0.1714 + 0.1074i

-0.0190 + 0.2675i

0.2329 + 0.2913i

0.4823 + 0.1350i

0.6022 - 0.1776i

0.5091 - 0.5418i

Columns 190 through 196

0.2052 - 0.7923i

-0.2363 - 0.8455i

-0.6395 - 0.6430i

0.0178 - 0.0216i

0.0266 - 0.0151i

0.0320 - 0.0178i

0.0355 - 0.0160i

Columns 197 through 203

0.0376 - 0.0178i

0.0386 - 0.0311i

0.0369 - 0.0293i

0.0326 - 0.0306i

0.0326 - 0.0287i

0.0342 - 0.0295i

0.0355 - 0.0293i

Columns 204 through 210

0.0386 - 0.0284i

0.0409 - 0.0298i

0.0394 - 0.0333i

0.0375 - 0.0333i

0.0364 - 0.0320i

0.0382 - 0.0310i

0.0386 - 0.0308i

Columns 211 through 217

0.0404 - 0.0308i

0.0431 - 0.0331i

0.0440 - 0.0351i

0.0447 - 0.0377i

0.0426 - 0.0366i

0.0424 - 0.0360i

0.0432 - 0.0349i

Columns 218 through 224

0.0445 - 0.0335i

0.0477 - 0.0339i

0.0506 - 0.0355i

0.0506 - 0.0373i

0.0507 - 0.0395i

0.0505 - 0.0402i

0.0501 - 0.0401i

Columns 225 through 231

0.0505 - 0.0375i

0.0526 - 0.0367i

0.0567 - 0.0373i

0.0593 - 0.0404i

0.0608 - 0.0440i

0.0617 - 0.0466i

0.0588 - 0.0475i

Columns 232 through 238

0.0588 - 0.0470i

0.0600 - 0.0449i

0.0635 - 0.0436i

0.0693 - 0.0447i

0.0733 - 0.0472i

0.0753 - 0.0525i

0.0752 - 0.0570i

Columns 239 through 245

0.0738 - 0.0598i

0.0725 - 0.0599i

0.0743 - 0.0574i

0.0786 - 0.0564i

0.0865 - 0.0580i

0.0640i

0.0971 - 0.0724i

Columns 246 through 252

0.0976 - 0.0823i

0.0935 - 0.0882i

0.0915 - 0.0894i

0.0938 - 0.0858i

0.1044 - 0.0852i

0.1218 - 0.0914i

0.1404 - 0.1111i

Columns 253 through 256

0.1521 - 0.1429i

0.1492 - 0.1841i

0.1264 - 0.2254i

0.0861 - 0.2555i

连载 378：证明频域循环卷积定理（一）

要证明：

$$DFT[x(n)y(n)] = \frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k)$$

也就是证明：

$$IDFT\left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k)\right] = x(n)y(n) \quad (1)$$

其中：

$$X(k) \otimes Y(k) = \left[\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{X}(m) \tilde{Y}(k-m) \right] R_N(k) \quad (2)$$

注意：为了表示“对计算结果取主值区间”，在前面循环卷积计算公式的基础上乘了一个矩形序列 $R_N(k)$ ，该序列在 $k=0\sim N-1$ 区间内取值为1， k 为其它值时取值为0。↵

将 (2) 代入 (1) 的左边，我们看看能不能推导出 (1) 的右边：↵

$$\begin{aligned} & IDFT \left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k) \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k) e^{j2\pi kn/N} \right] \quad \leftarrow \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{N} \left(\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{X}(m) \tilde{Y}(k-m) \right) R_N(k) e^{j2\pi kn/N} \right] \end{aligned}$$

由于求和时已经限定了 k 的取值范围是 $0\sim N-1$ ，在这个取值范围内 $R_N(k) = 1$ ，所以上式

中的 $R_N(k)$ 可以直接去掉：↵

$$\begin{aligned} & IDFT \left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k) \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{N} \left(\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{X}(m) \tilde{Y}(k-m) \right) e^{j2\pi kn/N} \right] \quad \leftarrow \end{aligned}$$

中括号[]中的 $1/N$ 和 $e^{j2\pi kn/N}$ 对于求和变量 m 来讲是常数，所以可以分别挪到圆括号()中

求和符号的前面和后面：↵

$$\begin{aligned} & IDFT\left[\frac{1}{N}X(k)\otimes Y(k)\right] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\left[\tilde{X}(m)\tilde{Y}(k-m)e^{j2\pi kn/N}\right]\right) \end{aligned} \quad \leftarrow$$

调换两个求和符号，也就是调换求和变量 m 和 k 的位置，结果应该不变：↵

$$\begin{aligned} & IDFT\left[\frac{1}{N}X(k)\otimes Y(k)\right] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\tilde{X}(m)\tilde{Y}(k-m)e^{j2\pi kn/N}\right]\right) \end{aligned} \quad \leftarrow$$

对于求和变量 k 来讲， $\tilde{X}(m)$ 是常量，可以拿到求和符号的前面：↵

$$\begin{aligned} & IDFT\left[\frac{1}{N}X(k)\otimes Y(k)\right] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\left(\frac{1}{N}\tilde{X}(m)\sum_{k=0}^{N-1}\left[\tilde{Y}(k-m)e^{j2\pi kn/N}\right]\right) \end{aligned} \quad \leftarrow$$

连载 379：证明频域循环卷积定理（二）

别忘了我们的推导目标是：将表达式的右侧变为 $x(n)y(n)$ 。

结合：↵

$$x(n) = IDFT[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [X(k) e^{j2\pi kn/N}] \quad \leftarrow$$

$$y(n) = IDFT[Y(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [Y(k) e^{j2\pi kn/N}] \quad \leftarrow$$

仔细看一下前面推导出的式子：↵

$$\begin{aligned} IDFT \left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k) \right] \\ = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\frac{1}{N} \tilde{X}(m) \sum_{k=0}^{N-1} [\tilde{Y}(k-m) e^{j2\pi kn/N}] \right) \quad \leftarrow \\ = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\tilde{X}(m) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [\tilde{Y}(k-m) e^{j2\pi kn/N}] \right) \end{aligned}$$

其中是不是有 $y(n)$ 的表达式的影子？↵

将 $e^{j2\pi kn/N}$ 拆成两项：↵

$$e^{j2\pi kn/N} = e^{j2\pi(k-m+m)n/N} = e^{j2\pi(k-m)n/N} e^{j2\pi mn/N} \quad \leftarrow$$

代入上式：↵

$$\begin{aligned}
 & IDFT \left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k) \right] \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\tilde{X}(m) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\tilde{Y}(k-m) e^{j2\pi(k-m)n/N} e^{j2\pi mn/N} \right] \right)^{\leftarrow}
 \end{aligned}$$

对于求和变量k来讲，mn是常数， $e^{j2\pi mn/N}$ 可以提到求和符号外面来：

$$\begin{aligned}
 & IDFT \left[\frac{1}{N} X(k) \otimes Y(k) \right] \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\tilde{X}(m) e^{j2\pi mn/N} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\tilde{Y}(k-m) e^{j2\pi(k-m)n/N} \right] \right)^{\leftarrow}
 \end{aligned}$$

其中： $\leftarrow$

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\tilde{Y}(k-m) e^{j2\pi(k-m)n/N} \right] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[Y(k) e^{j2\pi kn/N} \right] = y(n)^{\leftarrow}$$

这个是怎么得来的呢？ $\leftarrow$

连载 380：证明频域循环卷积定理（三）

与 $\tilde{Y}(k)$ 和 $e^{j2\pi kn/N}$ 都是以 N 为周期循环有关：↵

$\tilde{Y}(k)$ 无需解释，本来就是由 $Y(k)$ 以 N 为周期进行拓展得来的，周期当然为 N 。↵

$e^{j2\pi kn/N}$ 以 N 为周期循环可以这样证明：↵

$$e^{j2\pi (k+N)n/N} = e^{j2\pi (kn/N + n)} = e^{j2\pi kn/N} e^{j2\pi n} = e^{j2\pi kn/N} \quad \leftarrow$$

注意这样一个规律：**两个周期为 N 的序列——对齐相乘，从中取出相邻的 N 个乘积求和，**

无论怎么取结果都是相同的。↵

也就是：↵

$\tilde{x}(n)$ 和 $\tilde{y}(n)$ 是周期为 N 的两个序列， $n=0 \sim N-1$ 区间的取值分别为： $x(0)$ ， $x(1)$ ， $x(2)$ ， $\dots$ ， $x(N-1)$ 和 $y(0)$ ， $y(1)$ ， $y(2)$ ， $\dots$ ， $y(N-1)$ ，不论 m 取什么整数下面的等式都成立：↵

$$\sum_{n=0}^{N-1} [\tilde{x}(n+m)\tilde{y}(n+m)] = \sum_{n=0}^{N-1} [x(n)y(n)] \quad \leftarrow$$

我们简单验证一下：↵

假定 $\tilde{x}(n)$ 和 $\tilde{y}(n)$ 是周期为 $N=4$ 的两个序列，在一个周期内的取值分别为 $x(0)$ 、 $x(1)$ 、 $x(2)$ 、

$x(3)$ 和 $y(0)$ 、 $y(1)$ 、 $y(2)$ 、 $y(3)$ 。↵

$m=0$: 相乘再求和的结果是 $x(0)y(0)+x(1)y(1)+x(2)y(2)+x(3)y(3)$ ↵

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{x}(n)$	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)
$\tilde{y}(n)$	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)

$m=1$: 相乘再求和的结果是 $x(1)y(1)+x(2)y(2)+x(3)y(3)+x(0)y(0)$ ↵

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{x}(n)$	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)
$\tilde{y}(n)$	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)

$m=2$: 相乘再求和的结果是 $x(2)y(2)+x(3)y(3)+x(0)y(0)+x(1)y(1)$ ↵

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{x}(n)$	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)
$\tilde{y}(n)$	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)

$m=3$: 相乘再求和的结果是 $x(3)y(3)+x(0)y(0)+x(1)y(1)+x(2)y(2)$ ↵

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{x}(n)$	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)	x(0)	x(1)	x(2)	x(3)
$\tilde{y}(n)$	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)

m 取其它值的情况同理类推。↵

连载 381: 证明频域循环卷积定理 (四)

连载 382: 通过加窗减小旁瓣泄漏

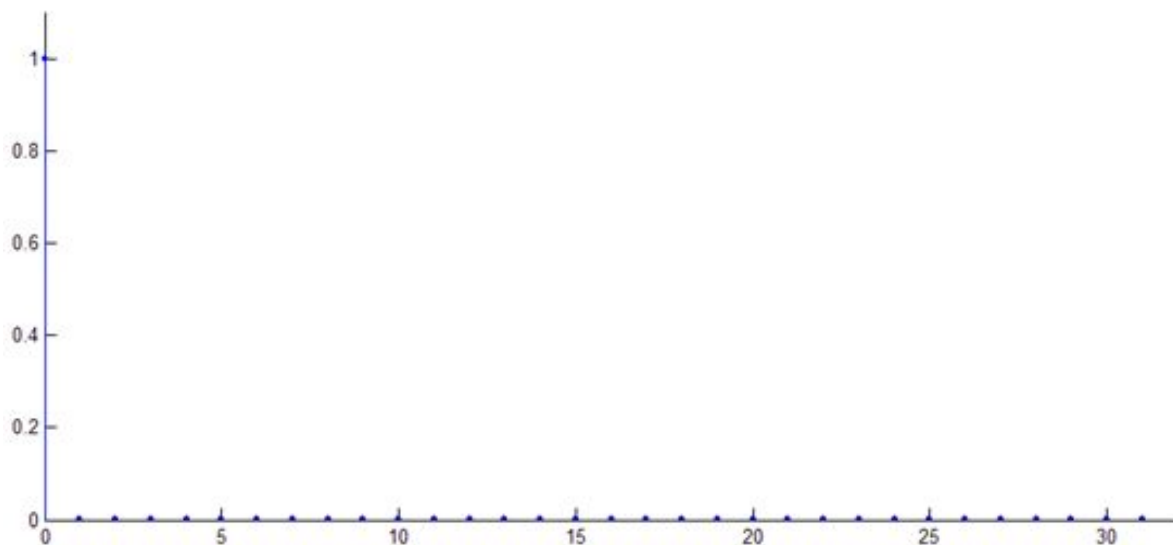
```
>> N=256;>> y1=hann(N/8);>> y2=zeros(1,N*7/8);>> y=[y1' y2];>> n=0:1:N-1;>> stem(n,y, '.');>> axis([0 256 0 1]);
```

截断的过程又被称为“加窗”。加矩形窗时域数据被突然截断，因此旁瓣泄漏较大，如果加缓变的窗，对数据进行缓慢截断就可以到达减小旁瓣泄漏的目的。

连载 383：矩形窗

```
>> N=32;>> y=ones(1,N);>> n=0:1:N-1;>> stem(n,y, '.');>> axis([0 32 0 1]);
```

N=32情况下的频域序列：序列中的每个元素都是复数，这里取其模（以下简称取模），为了便于比较，还对模进行了归一化处理。

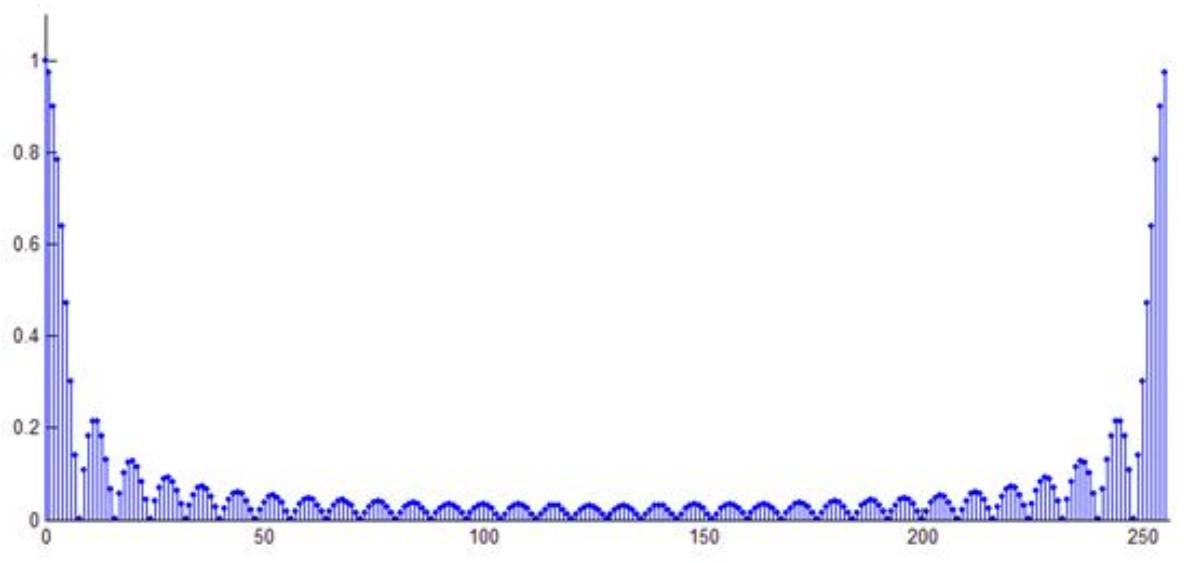


```
>> N=32;>> y=ones(1,N);>> n=0:1:N-1;>> Y=dft1(y,N);>> stem(n,abs(Y)/max(abs(Y)), 'l');>> axis([0 32 0 1.1]);
```

时域补零后的序列：序列总长度为256。

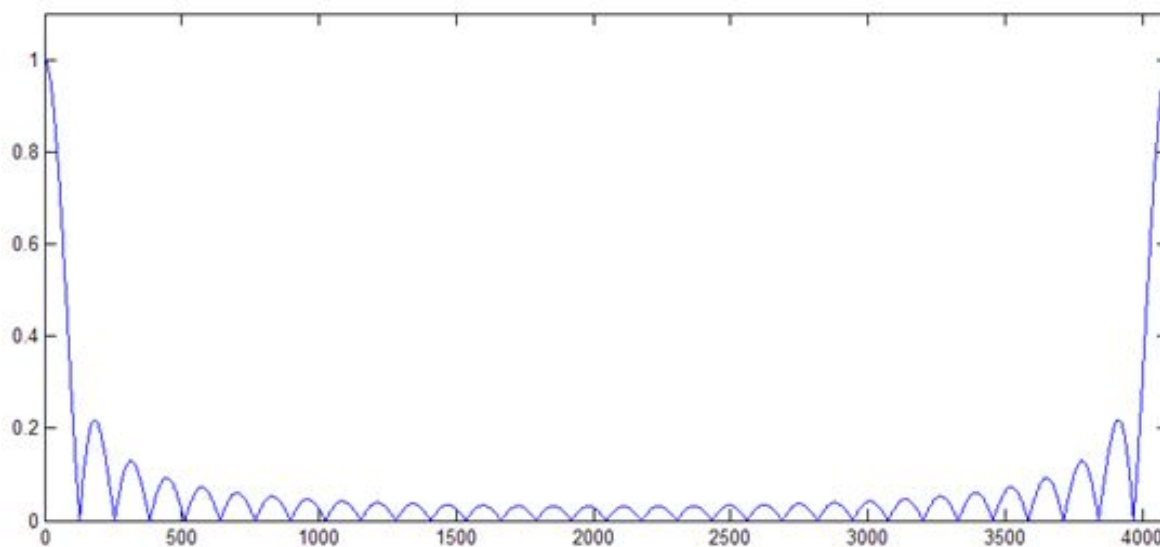


对应的频域序列：取模，归一化



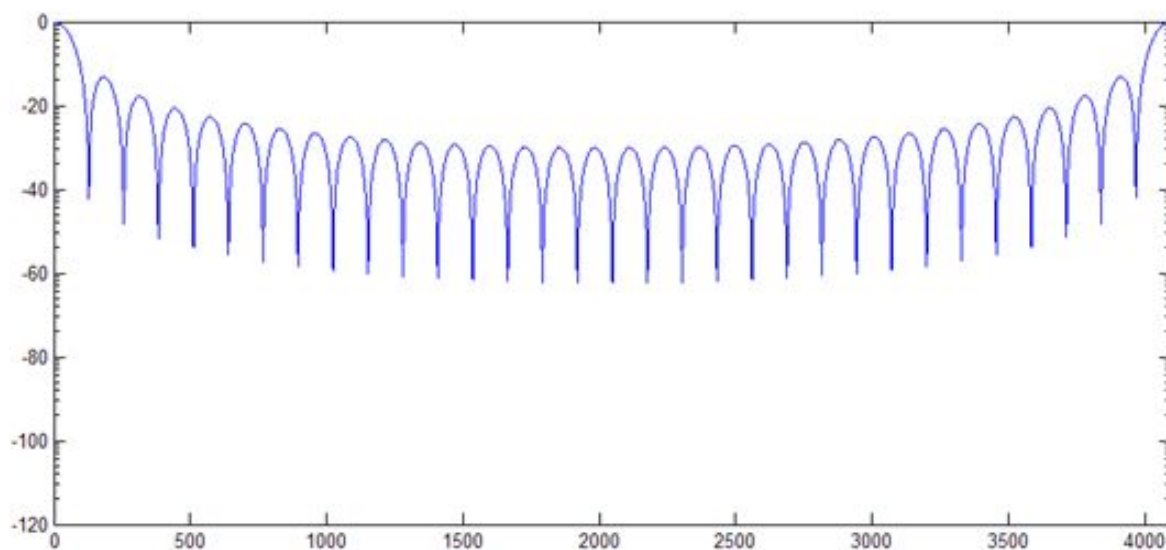
```
>> N=256;>> y1=ones(1,N/8);>> y2=zeros(1,N*7/8);>> y=[y1 y2];>> n=0:1:N-1;>> Y=dft1(y,N);>> stem(n,abs(Y) /max(abs(Y)), 'l');>> axis([0 256 0 1.1]);
```

时域补零到序列长度为4096，对应的频域序列：取模，归一化



```
>> N=4096;>> y1=ones(1,N/128);>> y2=zeros(1,N*127/128);>> y=[y1 y2];>> n=0:1:N-1;>> Y=fft(y,N);>>
plot(n,abs(Y)/max(abs(Y)));>> axis([0 N 0 1.1]);
```

纵轴取对数：↵



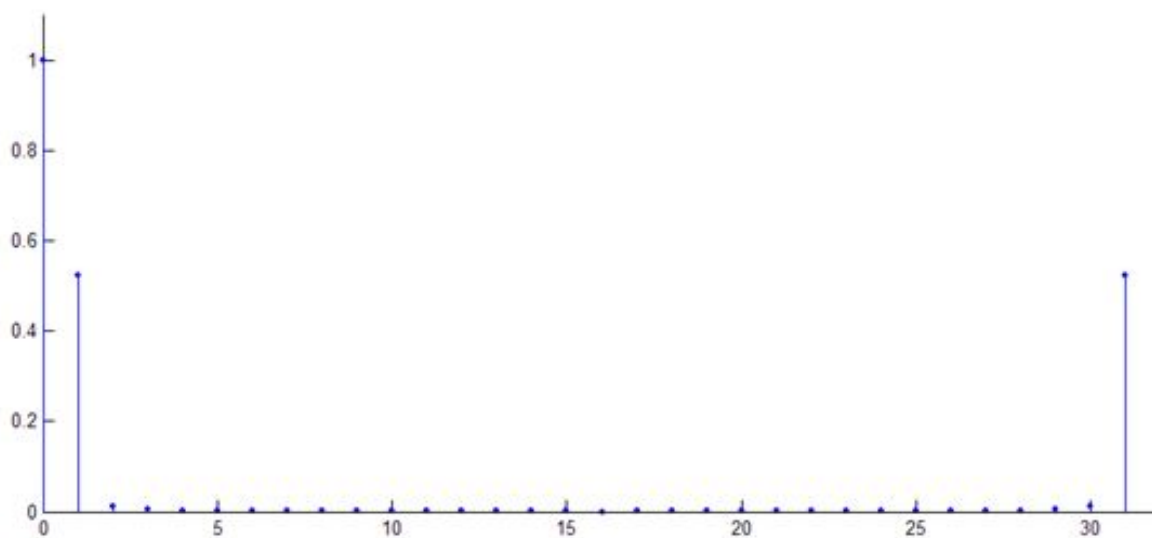
```
>> N=4096;>> y1=ones(1,N/128);>> y2=zeros(1,N*127/128);>> y=[y1 y2];>> n=0:1:N-1;>> Y=fft(y,N);>>
semilogy (n,abs(Y)/max(abs(Y)));>> axis([0 N 0.000001 1]);>> set(gca,'YTickLabel',{'-120' '-100' '-80' '-60'
'-40' '-20' '0'});
```

连载 384：汉宁窗

```
>> N=32;>> y=hann(N);>> n=0:1:N-1;>> stem(n,y, 'i');>> axis([0 32 0 1]);
```

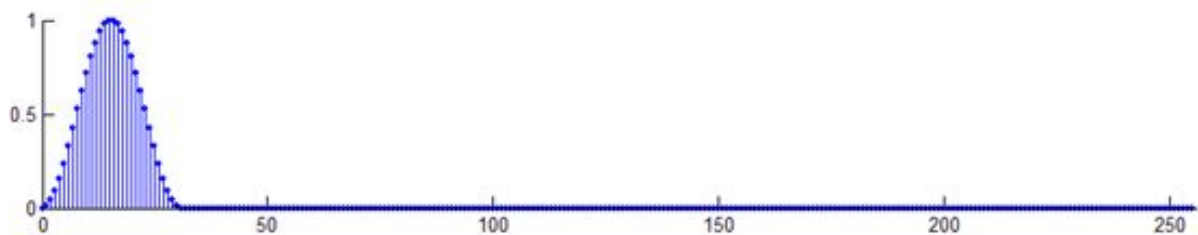
N=32情况下的频域序列：序列中的每个元素都是复数，这里取其模（以下简称取模），

为了便于比较，还对模进行了归一化处理。↵

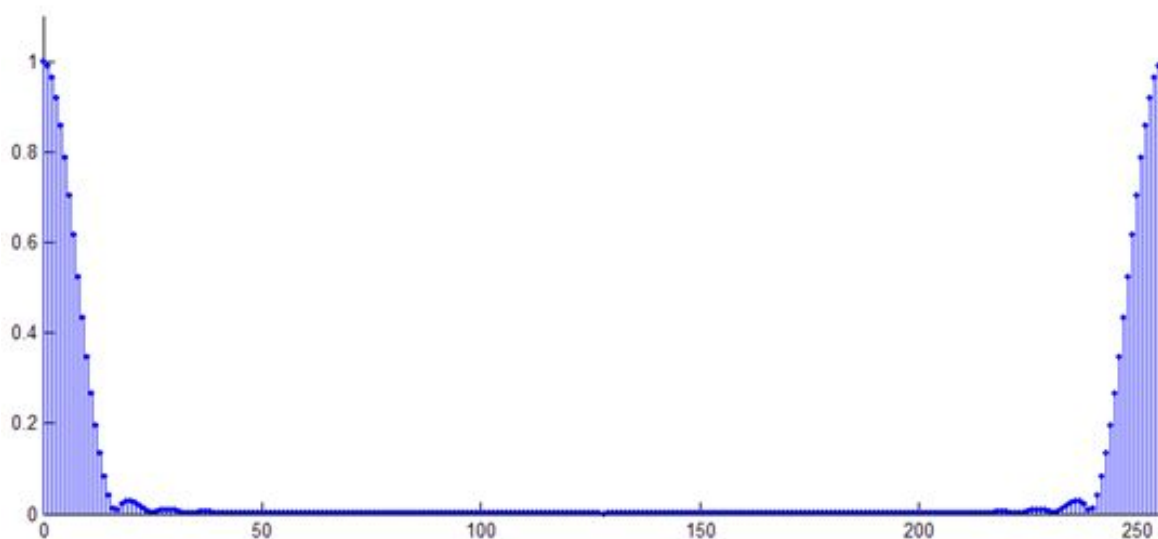


```
>> N=32;>> y=hann(N);>> n=0:1:N-1;>> Y=dft1(y',N);>> stem(n,abs(Y)/max(abs(Y)), 'l');>> axis([0 32 0 1.1]);
```

时域补零后的序列: ↵

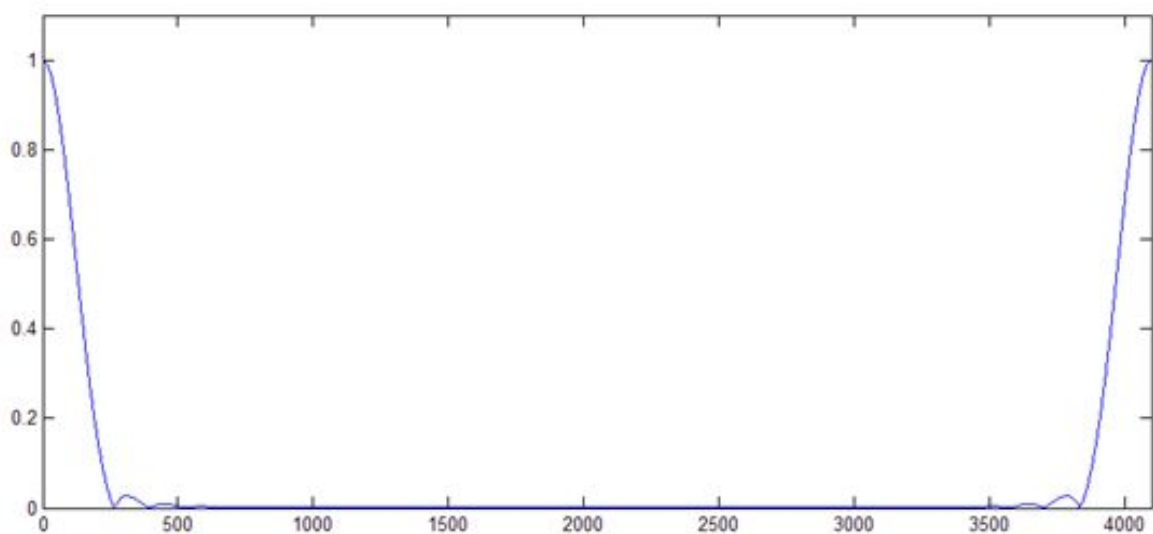


对应的频域序列: ↵



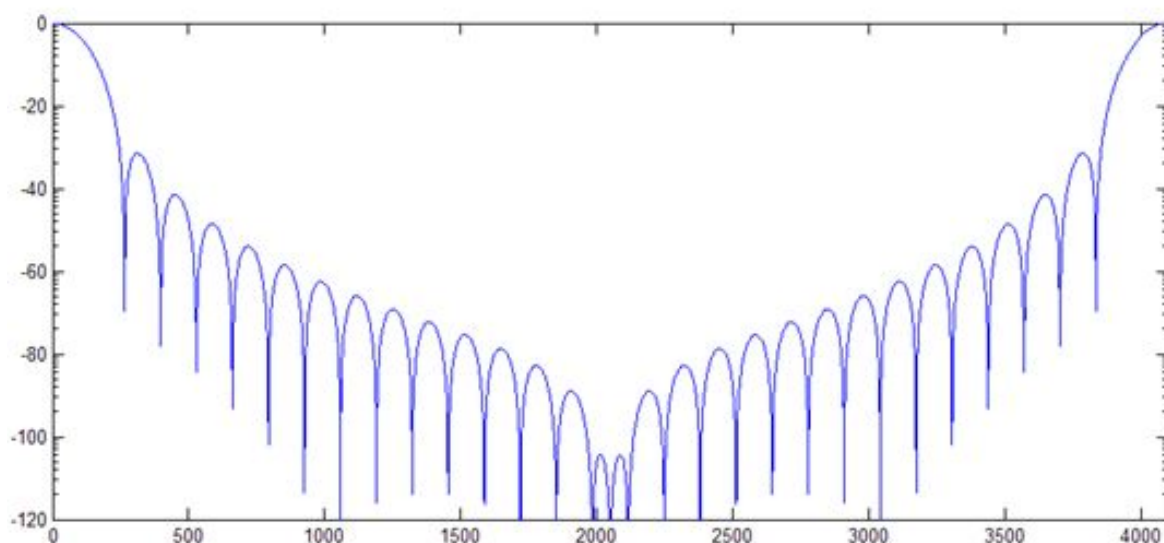
```
>> N=256;>> y1=hann(N/8);>> y2=zeros(1,N*7/8);>> y=[y1' y2];>> n=0:1:N-1;>> Y=dft1(y,N);>> stem(n,abs(Y)/max(abs(Y)), 'l');>> axis([0 256 0 1.1]);
```

时域补零到序列长度为4096, 对应的频域序列: 取模, 归一化 ↵



```
>> N=4096;>> y1=hann(32);>> y2=zeros(1,N-32);>> y=[y1' y2];>> n=0:1:N-1;>> Y=fft(y,N);>> plot(n,abs(Y)
/max(abs(Y)));>> axis([0 N 0 1.1]);
```

纵轴取对数: ↵



```
>> N=4096;>> y1=hann(32);>> y2=zeros(1,N-32);>> y=[y1' y2];>> n=0:1:N-1;>> Y=fft(y,N);>>
semilogy(n,abs(Y) /max(abs(Y)));>> axis([0 N 0.000001 1]);>> set(gca,'YTickLabel',{'-120' '-100' '-80' '-60'
'-40' '-20' '0'});
```

与矩形窗对比一下，可以发现：旁瓣的高度确实降低了，但主瓣的宽度增大了。

主瓣的宽带增加，将使得频谱的分辨率降低。 ↵

汉宁窗牺牲了分辨率，换来了旁瓣泄漏的减小。 ↵

连载 385：汉明窗

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/668116131107006073>