

2024-2025 学年江苏省连云港市高一上学期开学摸底考数学检测试题

(一)

一、单选题（本大题共 8 小题）

1. 已知 $A = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 2\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $[-2, 2]$ B. $[-2, 4]$ C. $[-4, 4]$ D. $[2, 4]$
2. 设集合 $A = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ () .
- A. $\{x | 0 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 < x < 2\}$
- C. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$
3. 若集合 $A = \{x | a < x < 2a - 1\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 且 $A \subset B$, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $a \leq 1$ B. $a < 2$ C. $1 < a < 2$ D. $a \leq 2$
4. 下列命题的否定是全称量词命题且为真命题的有 ()
- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} < 0$ B. 所有的正方形都是矩形
- C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ D. 至少有一个实数 x , 使 $x^3 + 1 = 0$
5. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x > 0$ ”的否定是 ()
- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x \geq 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x < 0$
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x \geq 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x \leq 0$
6. 已知 $a > b > 0$, $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} = 4$, 且 $5a - 4b \geq m$ 恒成立, 则 m 的取值范围为 ()
- A. $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $\left(-\infty, \frac{9}{8}\right]$ D. $(-\infty, 4]$
7. 牛顿冷却定律 (*Newton's law of cooling*) 是牛顿在 1701 年用实验确定的: 物体在空气中冷却, 如果物体的初始温度为 $\theta_1^\circ\text{C}$, 环境温度为 $\theta_0^\circ\text{C}$, 则 t 分钟后物体的温度 θ (单位: $^\circ\text{C}$) 满足 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ 已知环境温度为 20°C , 一块面包从温度为 120°C 的烤箱里拿出, 经过 10 分钟温度降为 70°C , 那么大约再经过多长时间, 温度降为 30°C ? (参考数据: $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 \approx 1.1, \ln 5 \approx 1.6$) ()
- A. 33 分钟 B. 28 分钟 C. 23 分钟 D. 18 分钟

8. 已知 x, y 为正实数, 且 $x+y=1$, 则 $\frac{x+2y+1}{xy}$ 的最小值为 ()

- A. $2\sqrt{2}+1$ B. $2\sqrt{2}-1$ C. $2\sqrt{6}+5$ D. $2\sqrt{6}-5$

二、多选题 (本大题共 4 小题)

9. 设 U 为全集, 集合 A, B, C 满足条件 $A \cup B = A \cup C$, 那么下列各式中不一定成立的是 ()

- A. $B \subseteq A$ B. $C \subseteq A$
C. $A \cap (\complement_U B) = A \cap (\complement_U C)$ D. $(\complement_U A) \cap B = (\complement_U A) \cap C$

10. 对任意 $A, B \subseteq \mathbf{R}$, 记 $A \oplus B = \{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\}$, 并称 $A \oplus B$ 为集合 A, B 的对称差. 例如: 若 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \oplus B = \{1, 4\}$. 下列命题中, 为真命题的是 ()

- A. 若 $A, B \subseteq \mathbf{R}$ 且 $A \oplus B = B$, 则 $A = \emptyset$
B. 若 $A, B \subseteq \mathbf{R}$ 且 $A \oplus B = \emptyset$, 则 $A = B$
C. 若 $A, B \subseteq \mathbf{R}$ 且 $A \oplus B \subseteq A$, 则 $A \subseteq B$
D. 存在 $A, B \subseteq \mathbf{R}$, 使得 $A \oplus B \neq \complement_{\mathbf{R}} A \oplus \complement_{\mathbf{R}} B$

11. 下列说法不正确的是 ()

- A. “ $a < b$ ”是“ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”的必要不充分条件
B. 若 $x+y=1$, 则 xy 的最大值为 2
C. 若不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 (x_1, x_2) , 则必有 $a < 0$
D. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+1=0$.”的否定为“ $\forall x \notin \mathbf{R}$, 使得 $x^2+1 \neq 0$.”

12. 已知 $a>0, b>0$, 且 $a+b=1$, 则 ()

- A. ab 的最小值是 $\frac{1}{4}$ B. $2a^2+b^2$ 最小值为 $\frac{2}{3}$
C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 的最大值是 $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{a}+\frac{2a}{b}$ 的最小值是 $1+\sqrt{2}$

三、填空题 (本大题共 4 小题)

13. 设 A, B 是非空集合, 定义 $A*B = \{x \mid x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$. 已知 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x \geq 1\}$, 则 $A*B =$ _____.
14. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < a\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid tx = 6, t \in \mathbf{N}\}$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 的取值范围是_____.
15. 已知 $\log_2 a = \log_3 b = \log_6 5$, 则 $ab =$ _____.
16. 设 $a, b, c > 0$, 则 $\frac{a+2\sqrt{ab}+4\sqrt{ac}}{a+b+4c}$ 的最大值为_____.

四、解答题 (本大题共 6 小题)

17. 设集合 $P = \{x \mid -2 < x < 3\}$, $Q = \{x \mid 3a < x \leq a+1\}$;
- (1) 若 $Q \subseteq P$, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.
18. 已知集合 $A = \{x \mid a^2 - 1 \leq x \leq 2a^2 + 3\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$.
- (1) 当 $a = 1$ 时, 求 $(\complement_U A) \cap B$;
- (2) 若“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的必要条件, 求实数 a 的取值范围.
19. (1) 已知 $\log_{56} 7 = a$, 计算 $\log_{56} 8$ 和 $\log_{56} 98$ 的值;
- (2) 已知 $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$, 求 $\lg \sqrt{45}$ 的值.
20. (1) 设 $3^a = 4^b = 36$, 求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的值;
- (2) 已知 $3^a = 5^b = c$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$, 求 c 的值.
21. 中国建设新的芯片工厂的速度处于世界前列, 这是朝着提高半导体自给率目标迈出的重要一步. 根据国际半导体产业协会 (SEMI) 的数据, 在截至 2024 年的 4 年里, 中国计划建设 31 家大型半导体工厂. 某公司打算在 2023 年度建设某型芯片的生产线, 建设该生产线的成本为 300 万元, 若该型芯片生产线在 2024 年产出 x 万枚芯片, 还需要投入物料及人工等成本 $V(x)$ (单位: 万元), 已知当 $0 < x \leq 5$ 时, $V(x) = 125$; 当 $5 < x \leq 20$ 时, $V(x) = x^2 + 40x - 100$; 当 $x > 20$ 时, $V(x) = 81x + \frac{1600}{x} - 600$, 已知生产的该型芯片都能以每枚 80 元的价格售出.

(1)已知 2024 年该型芯片生产线的利润为 $P(x)$ (单位: 万元), 试求出 $P(x)$ 的函数解析式.

(2)请你为该型芯片的生产线的产量做一个计划, 使得 2024 年该型芯片的生产线所获利润最大, 并预测最大利润.

22. 设 n 为正整数, 集合 $A = \{\alpha | \alpha = (t_1, t_2, \dots, t_n), t_k \in \{-1, 0, 1\}, k = 1, 2, \dots, n\}$. 对于集合 A 中的任意元素 $\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $\beta = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, 记 $M(\alpha, \beta) = |x_1 y_1| + |x_2 y_2| + \dots + |x_n y_n|$.

(1)当 $n = 3$ 时, 若 $\alpha = (1, -1, 0)$, $\beta = (0, 1, 1)$, 求 $M(\alpha, \alpha)$ 和 $M(\alpha, \beta)$ 的值;

(2)当 $n = 4$ 时, 设 B 是 A 的子集, 且满足: 对于 B 中的任意元素 α, β , 当 α, β 相同时, $M(\alpha, \beta)$ 是奇数; 当 α, β 不同时, $M(\alpha, \beta)$ 是偶数. 求集合 B 中元素个数的最大值;

(3)给定不小于 2 的 n , 从集合 A 中任取 $n+2$ 个两两互不相同的元素 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n+1}, \alpha_{n+2}$.

证明: 存在 $i, j (1 \leq i < j \leq n+2)$, 使得 $M(\alpha_i, \alpha_j) \geq 1$.

答案

1. 【正确答案】D

【详解】因为 $A = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 2\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$,

所以 $A \cap B = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$,

故选 D.

2. 【正确答案】D

【详解】集合 $A = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 2\}$,

则 $A \cup B = \{x | 0 < x \leq 3\} \cup \{x | -1 \leq x < 2\} = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$,

故选 D.

3. 【正确答案】D

【详解】因为集合 $A = \{x | a < x < 2a - 1\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 且 $A \subset B$,

当 $A = \emptyset$ 时, 则 $a \geq 2a - 1$, 解得 $a \leq 1$;

当 $A \neq \emptyset$ 时, 则
$$\begin{cases} a < 2a - 1 \\ 2a - 1 \leq 3 \\ a \geq 1 \end{cases}$$
, 解得 $1 < a \leq 2$.

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq 2$.

故选 D.

4. 【正确答案】A

【详解】对于 A, A 是特称命题, 其否定为 $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$, 即 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ 为真

命题, A 正确;

对于 B, B 是全称命题, 其否定为特称命题, 故 B 排除;

对于 C, C 是特称命题, 其否定为 $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$, 即 $(x+1)^2 + 1 \leq 0$ 为假命题

, C 错误;

对于 D， D 是特称命题，其否定为任意实数 x ，都有 $x^3+1 \neq 0$ ， -1 代入不成立，为假命题，D 错误.

故选 A.

5. 【正确答案】D

【分析】由存在量词命题的否定是全称量词命题可得.

【详解】命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x > 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + \ln x \leq 0$ ”.

故选 D.

6. 【正确答案】B

【分析】先利用“1”的代换求得 $5a - 4b$ 的最小值, 再由 $(5a - 4b)_{\min} \geq m$ 求解.

【详解】设 $5a - 4b = s(a - b) + t(a + b) = (s + t)a - (s - t)b$,

$$\text{则 } \begin{cases} s + t = 5 \\ s - t = 4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} s = \frac{9}{2} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\text{则 } 5a - 4b = \frac{9}{2}(a - b) + \frac{1}{2}(a + b),$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{9}{2}(a - b) + \frac{1}{2}(a + b) \right] \left(\frac{1}{a - b} + \frac{1}{a + b} \right) = \frac{1}{4} \left(5 + \frac{a + b}{2(a - b)} + \frac{9(a - b)}{2(a + b)} \right),$$

$$\geq \frac{1}{4} \left(5 + 2 \sqrt{\frac{a + b}{2(a - b)} \cdot \frac{9(a - b)}{2(a + b)}} \right) = 2,$$

当且仅当 $\frac{a + b}{2(a - b)} = \frac{9(a - b)}{2(a + b)}$, 即 $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$ 时, 等号成立,

所以 $5a - 4b$ 的最小值为 2,

又因为对 $a > b > 0$, $\frac{1}{a - b} + \frac{1}{a + b} = 4$, 且 $5a - 4b \geq m$ 恒成立,

所以 $m \leq 2$,

故选 B.

7. 【正确答案】C

【分析】根据题意列出方程, 指数对数互化, 解出即可.

【详解】依题意, 得 $70 - 20 = (120 - 20)e^{-10k}$,

化简得 $e^{-10k} = \frac{1}{2}$, 解得 $k = \frac{1}{10} \ln 2$.

设这块面包总共经过 t 分钟, 温度降为 30° ,

则 $30 - 20 = (120 - 20)e^{-kt}$, 化简得 $e^{-kt} = \frac{1}{10}$,

$$\text{解得 } t = \frac{1}{k} \ln 10 = \frac{10 \ln 10}{\ln 2} = \frac{10(\ln 2 + \ln 5)}{\ln 2} \approx \frac{23}{0.7} \approx 33,$$

故大约再经过 $33 - 10 = 23$ (分钟), 这块面包温度降为 30° ,

故选 C.

8. 【正确答案】C

$$\text{【详解】因为 } x+y=1, \text{ 则 } \frac{x+2y+1}{xy} = \frac{x+2y+x+y}{xy} = \frac{2x+3y}{xy} = \frac{2}{y} + \frac{3}{x},$$

$$\text{由于 } \frac{2}{y} + \frac{3}{x} = (x+y) \left(\frac{2}{y} + \frac{3}{x} \right) = \frac{2x}{y} + 3 + 2 + \frac{3y}{x} = \frac{3y}{x} + \frac{2x}{y} + 5 \geq 2\sqrt{\frac{3y}{x} \cdot \frac{2x}{y}} + 5 = 2\sqrt{6} + 5,$$

$$\text{当且仅当 } \begin{cases} \frac{3y}{x} = \frac{2x}{y} \\ x+y=1 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x=3-\sqrt{6} \\ y=-2+\sqrt{6} \end{cases} \text{ 时, 等号成立, 所以 } \frac{x+2y+1}{xy} \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{6}+5$$

,

故选 C.

9. 【正确答案】ABC

【分析】结合举例及集合的运算和集合的关系求解即可.

【详解】当 $U = \{1, 2, 3\}$, $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 时, 满足 $A \cup B = A \cup C$,

此时, B, C 不是 A 的子集, 所以 A、B 不一定成立;

$\complement_U B = \{1\}, \complement_U C = \emptyset$, $A \cap (\complement_U B) = \{1\}, A \cap (\complement_U C) = \emptyset$, 所以 C 不一定成立;

对于 D, 若 $\forall x \in (\complement_U A) \cap B$, 则 $x \notin A$, 但 $x \in B$, 因为 $A \cup B = A \cup C$,

所以 $x \in C$, 于是 $x \in (\complement_U A) \cap C$, 所以 $(\complement_U A) \cap B \subseteq (\complement_U A) \cap C$,

同理若 $\forall x \in (\complement_U A) \cap C$, 则 $x \in (\complement_U A) \cap B$, $(\complement_U A) \cap C \subseteq (\complement_U A) \cap B$,

因此, $(\complement_U A) \cap B = (\complement_U A) \cap C$ 成立, 所以 D 成立.

故选 ABC.

10. 【正确答案】AB

【分析】根据集合的新定义, 结合选项以及集合交并补的性质逐一判断即可.

【详解】对于 A, 因为 $A \oplus B = B$, 所以 $B = \{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\}$,

所以 $A \subseteq B$, 且 B 中的元素不能出现在 $A \cap B$ 中, 因此 $A = \emptyset$, 即 A 正确;

对于 B, 因为 $A \oplus B = \emptyset$, 所以 $\emptyset = \{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\}$,

即 $A \cup B$ 与 $A \cap B$ 是相同的, 所以 $A = B$, B 正确;

对于 C, 因为 $A \oplus B \subseteq A$, 所以 $\{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\} \subseteq A$,

所以 $B \subseteq A$, 即 C 错误;

对于 D, 由于

$$\begin{aligned}\bar{A} \oplus \bar{B} &= \{x | x \in \bar{A} \cup \bar{B}, x \notin \bar{A} \cap \bar{B}\} \\ &= \{x | x \in \bar{A} (A \cap B), x \notin \bar{A} (A \cup B)\} = \{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\},\end{aligned}$$

而 $A \oplus B = \{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\}$, 故 $A \oplus B = \bar{A} \oplus \bar{B}$, 即 D 错误.

故选 AB.

11. 【正确答案】ABD

【分析】对于 A: 根据充分、必要条件分析判断; 对于 B: 根据不等式 $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$

运算求解; 对于 C: 根据分类讨论 a 的符号, 结合一元二次不等式分析判断; 对于 D: 根据特称命题的否定是全称命题分析判断.

【详解】对于选项 A: 例如 $a = -1, b = 1$, 则 $\frac{1}{a} = -1, \frac{1}{b} = 1$,

即 $a < b$, 满足题意, 但 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 即充分性不成立;

例如 $a = 1, b = -1$, 则 $\frac{1}{a} = 1, \frac{1}{b} = -1$,

即 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 满足题意, 但 $a > b$, 即必要性不成立;

所以“ $a < b$ ”是“ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”的既不充分也不必要条件, 故 A 错误;

对于选项 B: 若 $x + y = 1$, 则 $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{1}{4}$, 当且仅当 $x = y = \frac{1}{2}$ 时, 等号成立,

所以 xy 的最大值为 $\frac{1}{4}$, 故 B 错误;

对于选项 C: 若 $a = 0$, 则 $bx + c > 0$ 的解集不可能为两数之间, 不合题意;

若 $a > 0$, 则 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集不可能为两数之间, 不合题意;

综上所述: 若不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 (x_1, x_2) , 则必有 $a < 0$, 故 C 正确;

对于选项 D: 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+1=0$.”的否定为“ $\forall x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+1 \neq 0$ ”, 故 D 错误.

故选 ABD.

12. 【正确答案】BC

【分析】利用基本不等式即可得到 A 选项; 二元换一元, $b=1-a$ 代入 $2a^2+b^2$, 利

用二次函数求出最值, 得出 B 选项; 利用 $\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{4} \leq \frac{a+b}{2}$ 即可得到 C 选项; 利用

“1”的妙用得出 D 选项.

【详解】对于 A 项, 因为 $a>0, b>0$, 且 $a+b=1$, 所以 $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$,

即 $a=b=\frac{1}{2}$ 时, 等号成立, 即 ab 的最大值是 $\frac{1}{4}$, 故 A 错误;

对于 B 项, 因为 $a+b=1$, 所以 $b=1-a$, $2a^2+b^2=2a^2+(1-a)^2=3\left(a-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$,

所以 $2a^2+b^2 \geq \frac{2}{3}$, 故 B 正确;

对于 C 项, 因为 $a>0, b>0$, 且 $a+b=1$, 所以 $\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{4} \leq \frac{a+b}{2} = \frac{1}{2}$, 即 $\sqrt{a}+\sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时, 等号成立, 故 C 正确;

对于 D 项, 因为 $\frac{1}{a}+\frac{2a}{b}=\frac{a+b}{a}+\frac{2a}{b}=1+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b} \geq 1+2\sqrt{2}$,

即 $a=\sqrt{2}-1, b=2-\sqrt{2}$ 时, 等号成立,

所以 $\frac{1}{a}+\frac{2a}{b}$ 的最小值是 $1+2\sqrt{2}$, 故 D 错误.

故选 BC.

13. 【正确答案】 $\{x|0 \leq x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$

【详解】 $\because A, B$ 是非空集合, $A*B=\{x| x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$,

而 $A=\{x|0 \leq x \leq 3\}$, $B=\{x| x \geq 1\}$, $\therefore A \cup B=\{x| x \geq 0\}$, $A \cap B=\{x|1 \leq x \leq 3\}$,

故 $A*B=\{x|0 \leq x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$.

14. 【正确答案】 $(6, +\infty)$

【详解】由 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid tx = 6, t \in \mathbb{N}\}$, 可得 $B = \{1, 2, 3, 6\}$,

由于 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$, 且 $A \cap B = B$, 则 $B \subseteq A$,

所以 $a > 6$, 则实数 a 的取值范围是 $(6, +\infty)$,

故 $(6, +\infty)$

15. 【正确答案】5

【分析】设 $\log_2 a = \log_3 b = \log_6 5 = k$, 再用 k 表达 ab 求解即可.

【详解】设 $\log_2 a = \log_3 b = \log_6 5 = k$, 则 $a = 2^k$, $b = 3^k$, $5 = 6^k$,

故 $ab = 2^k \cdot 3^k = (2 \times 3)^k = 6^k = 5$.

故 5

16. 【正确答案】2

【详解】设 $m, n > 0$, 则 $2\sqrt{ab} = 2\sqrt{am \cdot \frac{b}{m}} \leq am + \frac{b}{m}$, $4\sqrt{ac} = 4\sqrt{an \cdot \frac{c}{n}} \leq 2an + \frac{2c}{n}$,

当且仅当 $am = \frac{b}{m}$, $an = \frac{c}{n}$ 时, 等号成立,

故 $a + 2\sqrt{ab} + 4\sqrt{ac} \leq a(m + 2n + 1) + \frac{b}{m} + \frac{2c}{n}$.

令 $(m + 2n + 1) : \frac{1}{m} : \frac{2}{n} = 1 : 1 : 4$, 解得 $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{4}$,

所以 $\frac{a + 2\sqrt{ab} + 4\sqrt{ac}}{a + b + 4c} \leq \frac{2a + 2b + 8c}{a + b + 4c} = 2$, 当 $a = 4b$, $a = 16c$ 时, 等号成立.

故 2.

17. 【正确答案】(1) $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$;

(2) $(-\infty, -3] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

【详解】(1) 由题意, 集合 $P = \{x \mid -2 < x < 3\}$, $Q \subseteq P$, 需分为 $Q = \emptyset$ 和 $Q \neq \emptyset$ 两种情形进行讨论:

当 $Q = \emptyset$ 时, $3a \geq a + 1$, 解得 $a \geq \frac{1}{2}$, 满足题意;

当 $Q \neq \emptyset$ 时，因为 $Q \subseteq P$ ，所以 $\begin{cases} 3a \geq -2 \\ a+1 < 3 \\ 3a < a+1 \end{cases}$ ，解得 $-\frac{2}{3} \leq a < \frac{1}{2}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/675013201014012123>