

绝密★启用前

闻鸡起舞勤砥砺，踔厉奋发铸辉煌

吉林省实验中学

2023-2024 学年度上学期高二年级期末考试

数学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟.第Ⅰ卷 1 至 4 页，第Ⅱ卷 4 至 6 页.

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.并在规定位置粘贴考试用条形码.
- 2.请认真阅读答题卡上的注意事项，在答题卡上与题号相对应的答题区域内答题，写在试卷、草稿纸上或答题卡非题号对应答题区域的答案一律无效.不得在答题卡上做任何标记.
- 3.回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.
- 4.考试结束后，答题卡要交回，试卷由考生自行保存.

一、单选题：本题包括 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. 已知直线的倾斜角为 30° ，则其方向向量可以为（ ）

- A. $(1, \sqrt{3})$ B. $(1, 1)$ C. $(2, 1)$ D. $(3, \sqrt{3})$

【答案】D

【解析】

【分析】由倾斜角求直线斜率，即可确定一个方向向量.

【详解】由题设，直线斜率为 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $(3, \sqrt{3})$ 是直线的一个方向向量.

故选：D

2. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ ， F_1, F_2 为其左右两个焦点，过 F_1 的直线与椭圆交于 A, B 两点，则 $\triangle ABF_2$ 的周

长为（ ）

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $8\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】由椭圆定义求焦点相关三角形周长.

【详解】由题意, $|AB| = |AF_1| + |BF_1|$, 而 $|AF_1| + |AF_2| = |BF_1| + |BF_2| = 2a = 4\sqrt{2}$,

故 $\triangle ABF_2$ 的周长为 $|AB| + |AF_2| + |BF_2| = 8\sqrt{2}$.

故选: C

3. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则下面数列中一定是等差数列的是 ()

- A. $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ B. $\{ka_n\}$ C. $\{a_n a_{n+1}\}$ D. $\{\sqrt{a_n}\}$

【答案】B

【解析】

【分析】令等差数列通项公式为 $a_n = n$, 根据等差数列定义依次判断各项.

【详解】若等差数列通项公式为 $a_n = n$, 此时 $\frac{1}{a_n} = \frac{1}{n}$, $a_n a_{n+1} = n(n+1)$, $ka_n = kn$, $\sqrt{a_n} = \sqrt{n}$,

$\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$ 不为常数, 所以 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 不是等差数列;

$a_{n+1} a_{n+2} - a_n a_{n+1} = (n+1)(n+2) - n(n+1) = 2(n+1)$ 不为常数, 所以 $\{a_n a_{n+1}\}$ 不是等差数列,

$ka_{n+1} - ka_n = k(n+1 - n) = k$ 为常数, 所以 $\{ka_n\}$ 是等差数列,

$\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 不为常数, 所以 $\{\sqrt{a_n}\}$ 不是等差数列.

故选: B

4. 已知三棱锥 $O-ABC$ 中, 点 M 为棱 OA 的中点, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 设 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$,

$\vec{OC} = \vec{c}$, 则向量 $\vec{MG} =$ ()

- A. $-\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ B. $\frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$ C. $\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ D. $-\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用空间向量的加、减运算即可求解.

【详解】由题意知 $\vec{OG} = \frac{1}{3}\vec{r} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$, $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{r}$,

则 $\vec{MG} = \vec{OG} - \vec{OM} = -\frac{1}{6}\vec{r} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$,

故选: A

5. 已知椭圆方程为 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$, P 为椭圆上一点, 若 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$, r 为 $\triangle F_1PF_2$ 的内切圆, 则 $r =$

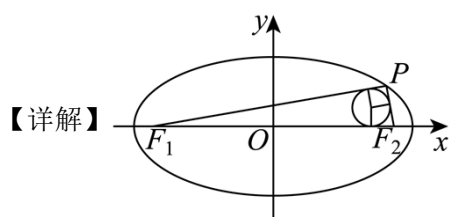
()

- A. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$ C. $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ D. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】由椭圆定义及圆切线性质, 结合直角三角形求内切圆半径.



【详解】由椭圆定义及圆切线性质知: $r = \frac{|PF_1| + |PF_2| - |F_1F_2|}{2} = a - c = 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$.

故选: B

6. 设 O 为坐标原点, P 是圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上任意一点, $A(1,0)$, M 是线段 PA 上的点, 且 $|PM| = 2|MA|$, $B(3,0)$, 则直线 BM 的斜率的最大值为()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】令 $P(2\cos\theta, 2\sin\theta)$, $0 \leq \theta < 2\pi$, $M(x, y)$, 根据 $\vec{MP} = \frac{2}{3}\vec{AP}$ 及向量线性关系的坐标表示得 $\cos\theta = \frac{3}{2}x - 1$, $\sin\theta = \frac{3}{2}y$, 进而有 M 轨迹方程为 $(x - \frac{2}{3})^2 + y^2 = \frac{4}{9}$, 再判断直线 BM 的斜率最大, 直线与圆相切且 $k > 0$, 即可求最大斜率.

【详解】令 $P(2\cos\theta, 2\sin\theta), 0 \leq \theta < 2\pi$, $M(x, y)$, 又 $|PM| = 2|MA|$, 则 $\overrightarrow{MP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AP}$,

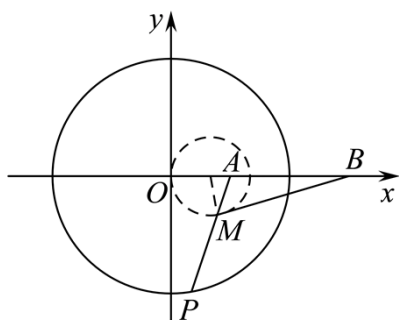
所以 $(2\cos\theta - x, 2\sin\theta - y) = \frac{2}{3}(2\cos\theta - 1, 2\sin\theta)$, 可得 $\cos\theta = \frac{3}{2}x - 1, \sin\theta = \frac{3}{2}y$,

故 M 轨迹方程为 $(x - \frac{2}{3})^2 + y^2 = \frac{4}{9}$, 即圆心为 $(\frac{2}{3}, 0)$, 半径为 $r = \frac{2}{3}$ 的圆,

令直线 $BM: y = k(x - 3)$, 要使直线 BM 的斜率最大, 只需直线与圆相切且 $k > 0$,

$$\text{所以最大斜率 } k = \frac{r}{|MB|} = \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{(3 - \frac{2}{3})^2 - (\frac{2}{3})^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{15}.$$

故选: C



7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q = \sqrt{3}$, S_n 为其前 n 项和, 且 $T_n = \frac{28S_n - S_{2n}}{a_{n+1}}, n \in \mathbb{N}^*$, 则当 T_n 取得最大

值时, 对应的 n 为 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】利用等比数列通项公式、前 n 项和公式及已知得 $T_n = -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \times (\sqrt{3}^n + \frac{27}{\sqrt{3}^n} - 28)$, 应用基本不等

式求最大值, 并确定取值条件即可.

【详解】由题设 $a_{n+1} = a_1 q^n = a_1 \sqrt{3}^n$, $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{a_1(1 - \sqrt{3}^n)}{1 - \sqrt{3}}$,

$$\text{所以 } T_n = \frac{28S_n - S_{2n}}{a_{n+1}} = \frac{28 \times \frac{a_1(1 - \sqrt{3}^n)}{1 - \sqrt{3}} - \frac{a_1(1 - \sqrt{3}^{2n})}{1 - \sqrt{3}}}{a_1 \sqrt{3}^n} = \frac{\sqrt{3}^{2n} - 28\sqrt{3}^n + 27}{\sqrt{3}^n(1 - \sqrt{3})}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \times (\sqrt{3}^n + \frac{27}{\sqrt{3}^n} - 28) \leq -\frac{\sqrt{3}+1}{2} \times (2\sqrt{\sqrt{3}^n \cdot \frac{27}{\sqrt{3}^n}} - 28) = (\sqrt{3}+1)(14-3\sqrt{3}),$$

当且仅当 $\sqrt{3}^n = \frac{27}{\sqrt{3}^n}$, 即 $n=3$ 时取等号,

所以当 T_n 取得最大值时, 对应的 n 为 3.

故选: B

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点为 A, 过 A 的直线 l 与 C 的右支交于点 B, 若线段 AB 的中点在圆 $O: x^2 + y^2 = a^2$ 上, 且 $|OB| = \sqrt{7}|OA|$, 则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】设线段 AB 的中点为 E, 双曲线的右顶点为 D, 连接 DE, DB, 则可得 $|AD| = |BD| = 2a$, 然后在 $\triangle ODB$ 中利用余弦定理求得 $\angle ODB = \frac{2\pi}{3}$, 则 $\angle BDF_2 = \frac{\pi}{3}$, 从而可表示出 $B(2a, \sqrt{3}a)$, 代入双曲线方程化简可求出离心率.

【详解】设线段 AB 的中点为 E, 双曲线的右顶点为 D, 左右焦点为 F_1, F_2 , 连接 DE, DB,

因为线段 AB 的中点 E 在圆 $O: x^2 + y^2 = a^2$ 上, 所以 $DE \perp AB$,

所以 $\triangle ADE \cong \triangle BDE$, 所以 $|AD| = |BD| = 2a$,

因为 $|OB| = \sqrt{7}|OA|$, 所以 $|OB| = \sqrt{7}a$,

在 $\triangle ODB$ 中, 由余弦定理得 $\cos \angle ODB = \frac{|OD|^2 + |DB|^2 - |OB|^2}{2|OD| \cdot |DB|} = \frac{a^2 + 4a^2 - 7a^2}{4a^2} = -\frac{1}{2}$,

因为 $\angle ODB \in (0, \pi)$, 所以 $\angle ODB = \frac{2\pi}{3}$,

所以 $\angle BDF_2 = \frac{\pi}{3}$, 过 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F, 则 $|BF| = \sqrt{3}a, |DF| = a$,

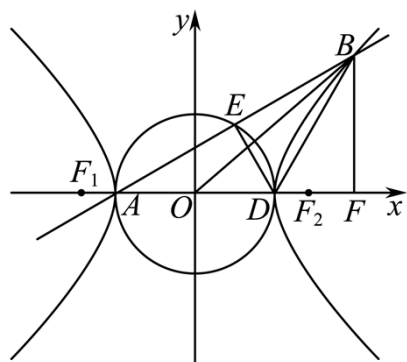
所以 $B(2a, \sqrt{3}a)$,

所以 $\frac{4a^2}{a^2} - \frac{3a^2}{b^2} = 1$, 得 $a^2 = b^2$,

所以 $a^2 = c^2 - a^2$, $2a^2 = c^2$, 所以 $c = \sqrt{2}a$,

所以离心率 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{2}$,

故选: A



【点睛】关键点睛: 此题考查求双曲线的离心率, 考查直线与双曲线

的位置关系, 解题的关键是由题意求得 $|AD| = |BD| = 2a$, 然后在 $\triangle ODB$ 中利用余弦定理求出 $\angle ODB$,

从而可表示出点 B 的坐标, 考查数形结合思想和计算能力, 属于较难题.

二、多选题: 本题包括 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 至少有两项符合题目要求, 全选对的得 5 分, 选错的得 0 分, 剩下的得 2 分.

9. 下列有关数列的说法正确的是 ()

- A. 数列 $-1, 2, 3$ 与数列 $3, 2, -1$ 是同一个数列
- B. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n(n+1)$, 则 120 是该数列的第 11 项
- C. 在数列 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots$ 中, 第 8 个数是 $2\sqrt{2}$
- D. 数列 $3, 5, 9, 17, 33, \dots$ 的一个通项公式为 $a_n = 2^n + 1$

【答案】CD

【解析】

【分析】A 根据数列单调性即可判断; B 令 $a_n = 120$ 判断 11 是否是方程的解; C、D 根据数列的特征写出一个满足特征的通项公式即可判断.

【详解】A: 由 $-1, 2, 3$ 为递增数列, 而 $3, 2, -1$ 为递减数列, 显然不是同一数列, 错;

B: 令 $a_n = n(n+1) = 120$, 则 $n^2 + n - 120 = 0$, 显然 11 不是方程的解, 错;

C: 由数列 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots$ 可改写为 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \dots$,

即数列通项为 $a_n = \sqrt{n}$, 所以第 8 个数是 $2\sqrt{2}$, 对;

D: 数列 3, 5, 9, 17, 33, ... 可改写为 $2^1 + 1, 2^2 + 1, 2^3 + 1, 2^4 + 1, 2^5 + 1, \dots$,

所以一个通项公式为 $a_n = 2^n + 1$, 对.

故选: CD

10. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, P 为椭圆上一个动点, F_1, F_2 为其左右焦点, 当 PF_2 垂直于 x 轴

时, $|PF_2| = \frac{4}{3}$, 则下列选项正确的有 ()

A. $b = 2$

B. $|PF_1|$ 的最小值为 1

C. 当 PF_1F_2 构成三角形时, $\triangle PF_1F_2$ 面积的最大值为 $2\sqrt{5}$

D. 当 PF_1F_2 构成三角形时, 满足 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形的点 P 的个数为 8 个

【答案】ACD

【解析】

【分析】由已知条件勾股定理求出 c^2 , 解得 b 验证选项 A, 求 $|PF_1|$ 的最小值验证选项 B; 根据条件求 $\triangle PF_1F_2$ 面积最大值验证选项 C, 由直角三角形的特征求符合条件的点 P 个数验证选项 D.

【详解】由椭圆方程可知, $a^2 = 9$, $a = 3$,

当 PF_2 垂直于 x 轴时, $|PF_2| = \frac{4}{3}$, 则 $|PF_1| = 2a - \frac{4}{3} = 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3}$,

由勾股定理得 $|PF_1|^2 = |F_1F_2|^2 + |PF_2|^2$, 即 $\left(\frac{14}{3}\right)^2 = (2c)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2$, 解得 $c^2 = 5$, $c = \sqrt{5}$,

则 $b^2 = a^2 - c^2 = 4$, $b = 2$, A 选项正确;

$|PF_1|$ 的最小值为 $a - c = 3 - \sqrt{5}$, B 选项错误;

当 PF_1F_2 构成三角形时, 当 P 为上顶点或下顶点时, $\triangle PF_1F_2$ 面积最大, 为 $\frac{1}{2} \times 2c \cdot b = 2\sqrt{5}$, C 选项正确;

当 PF_1F_2 构成三角形时, 若直角顶点为 F_1 或 F_2 时, 满足 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形的点 P 有 4 个,

若直角顶点为点 P 时, 由 $c > b$, 以 F_1F_2 为直径的圆与椭圆有 4 个交点, 点 P 有 4 个,

所以满足 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形的点 P 的个数为 8 个，D 选项正确。

故选：ACD

11. 设动直线 $l: mx - y - 2m + 3 = 0 (m \in \mathbb{R})$ 交圆 $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 3$ 于 A, B 两点 (C 为圆心)，则

下列说法正确的有 ()

A. 直线 l 过定点 $P(2,3)$

B. 当 $|AB|$ 取得最大值时， $m = 1$

C. 当 $\angle ACB$ 最小时，其余弦值 $\frac{1}{4}$

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的取值范围是 $[2,6]$

【答案】AD

【解析】

【分析】对于 A，将直线方程化为 $m(x-2) - y + 3 = 0$ ，可得定点坐标；

对于 B，根据直线 l 经过圆心 C 时， $|AB|$ 取得最大值，可得 $m = -1$ ；

对于 C，设圆心 $C(3,2)$ 到直线 l 的距离为 d ，根据 $|AB| = 2\sqrt{3-d^2}$ 得到 $|AB|$ 的最小值为 2，根据余弦定

理得到 $\cos \angle ACB = 1 - \frac{1}{6}|AB|^2$ ，根据 $\angle ACB$ 最小值时， $|AB|$ 最小可求出 $\cos \angle ACB$ ；

对于 D，根据平面向量数量积得到 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}|AB|^2$ ，由 $2 \leq |AB| \leq 2\sqrt{3}$ 可得 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的取值范.

【详解】对于 A，由 $mx - y - 2m + 3 = 0$ ，得 $m(x-2) - y + 3 = 0$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} x-2=0 \\ -y+3=0 \end{cases}, \text{ 得 } x=2, y=3,$$

所以直线 $l: mx - y - 2m + 3 = 0$ 过定点 $P(2,3)$ ，故 A 正确；

对于 B，由 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 3$ 可知，圆心 $C(3,2)$ ，半径 $r = \sqrt{3}$ ，

当直线 l 经过圆心 $C(3,2)$ 时， $|AB|$ 取得最大值 $2\sqrt{3}$ ，

所以 $3m - 2 - 2m + 3 = 0$ ，解得 $m = -1$ ，故 B 不正确；

$$\begin{aligned} \text{对于 C，显然点 } P \text{ 在圆 } C \text{ 内，设圆心 } C(3,2) \text{ 到直线 } l \text{ 的距离为 } d, \text{ 则 } |AB| &= 2\sqrt{(\sqrt{3})^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{3-d^2}, \end{aligned}$$

因为 $d \leq |PC| = \sqrt{(2-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$ ，当且仅当 $PC \perp l$ 时，等号成立，

所以 $|AB| \geq 2\sqrt{3-2} = 2$,

$$\text{所以 } \cos \angle ACB = \frac{|AC|^2 + |BC|^2 - |AB|^2}{2|AC| \cdot |BC|} = \frac{3+3-|AB|^2}{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 1 - \frac{1}{6}|AB|^2,$$

因为 $y = \cos x$ 在 $[0, \pi]$ 单调递减, $\angle ACB$ 在 $[0, \pi]$ 内, 所以当 $\angle ACB$ 最小时,

$\cos \angle ACB$ 最大, $|AB|$ 最小,

因为 $|AB|$ 的最小值为 2, 所以此时 $\cos \angle ACB = 1 - \frac{1}{6} \times 4 = \frac{1}{3}$, 故 C 不正确;

对于 D, 因为 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |AB| \cdot |AC| \cdot \cos \angle BAC = |AB| \cdot |AC| \cdot \frac{\frac{1}{2}|AB|}{|AC|} = \frac{1}{2}|AB|^2$,

由 B 知, $2 \leq |AB| \leq 2\sqrt{3}$, 所以 $\frac{1}{2}|AB|^2 \in [2, 6]$, 即 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的取值范围是 $[2, 6]$, 故 D 正确.

故选: AD

12. 已知抛物线 $H: y^2 = 2px (p > 0)$, F 为其焦点, 过 F 的直线与抛物线 H 交于 A, B 两点, M 为 AB 中

点, 过 A, B 两点分别作准线的垂线交准线于 C, D 两点, 直线倾斜角为 θ , 则 ()

A. 若 $|AF| = 3|BF|$, 则 $\theta = 60^\circ$

B. A, O, D 三点共线

C. $|AF| + 2|BF|$ 的最小值为 $(6 + 4\sqrt{2})p$

D. 过 A, B 两点分别作抛物线 H 的切线交于 N 点, 则 $MN \parallel x$ 轴

【答案】BD

【解析】

【分析】令 $|BF| = m$, $BE \perp AC$, 可得 $|AE| = 2m$, $|BE| = 2\sqrt{3}m$, 即可求直线 AB 斜率, 结合对称性

判断 A; 设 $A(\frac{y_A^2}{2p}, y_A)$, $B(\frac{y_B^2}{2p}, y_B)$, 且 $y_A y_B < 0$, 求得 $k_{OA} = \frac{2p}{y_A}$, $k_{OD} = -\frac{2y_B}{p}$, 令直线 $AB: x = ty + \frac{p}{2}$

联立抛物线, 应用韦达定理即可判断 B; 应用两点距离公式及基本不等式求最小值, 注意取值条件判断 C;

令过 A 的切线为 $y - y_A = m(x - \frac{y_A^2}{2p})$, 联立抛物线得到 $m = \frac{p}{y_A}$, 同理确定过 B 的切线, 求两切线交点纵坐

标即可判断 D.

【详解】令 $|BF| = m$ ，则 $|AF| = |AC| = 3m, |BD| = |BF| = m$ ，如下图 $BE \perp AC$ ，

所以 $|AE| = 2m$ ， $|AB| = 4m$ ，则 $|BE| = 2\sqrt{3}m$ ，故 $k = \frac{|BE|}{|AE|} = \sqrt{3}$ ，则 $\theta = 60^\circ$ ，

根据抛物线对称性知： $k = -\sqrt{3}$ 也满足，则 $\theta = 120^\circ$ ，A 错；

设 $A(\frac{y_A^2}{2p}, y_A)$ ， $B(\frac{y_B^2}{2p}, y_B)$ ，且 $y_A y_B < 0$ ，则 $D(-\frac{p}{2}, y_B)$ ，故 $k_{OA} = \frac{2p}{y_A}$ ， $k_{OD} = -\frac{2y_B}{p}$ ，

由题意，令直线 $AB: x = ty + \frac{p}{2}$ ，联立抛物线得 $y^2 - 2pty - p^2 = 0$ ，

所以 $y_A y_B = -p^2$ ，故 $k_{OA} = \frac{2p}{y_A} = -\frac{2y_B}{p} = k_{OD}$ ，即 A, O, D 三点共线，B 对；

$$\text{则 } |AF| + 2|BF| = \frac{y_A^2}{2p} + \frac{p}{2} + 2(\frac{y_B^2}{2p} + \frac{p}{2}) = \frac{y_A^2}{2p} + \frac{y_B^2}{p} + \frac{3p}{2}$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{y_A^2}{2p} \cdot \frac{y_B^2}{p}} + \frac{3p}{2} = \frac{\sqrt{2}|y_A y_B|}{p} + \frac{3p}{2} = (\sqrt{2} + \frac{3}{2})p,$$

当且仅当 $y_A = -\sqrt[4]{2}p, y_B = \frac{p}{\sqrt[4]{2}}$ 或 $y_A = \sqrt[4]{2}p, y_B = -\frac{p}{\sqrt[4]{2}}$ 时等号成立，C 错；

令过 A 的切线为 $y - y_A = m(x - \frac{y_A^2}{2p})$ ，将 $x = \frac{y^2}{2p}$ 代入得 $y - y_A = m(\frac{y^2 - y_A^2}{2p})$ ，

所以 $my^2 - 2py + y_A(2p - my_A) = (my + 2p - my_A)(y + y_A) = 0$ 有两个相等的根，

则 $y_A - \frac{2p}{m} = -y_A$ ，故 $m = \frac{p}{y_A}$ ，所以切线为 $y - y_A = \frac{p}{y_A}(x - \frac{y_A^2}{2p})$ ，则 $px = y_A y - \frac{y_A^2}{2}$ ①，

同理可得，过 B 的切线为 $y - y_B = \frac{p}{y_B}(x - \frac{y_B^2}{2p})$ ，则 $px = y_B y - \frac{y_B^2}{2}$ ②，

联立①②， $y_A y - \frac{y_A^2}{2} = y_B y - \frac{y_B^2}{2}$ ，可得 $y(y_A - y_B) = \frac{y_A^2 - y_B^2}{2}$ ，则 $y = \frac{y_A + y_B}{2}$ ，

即 N 点纵坐标为 $\frac{y_A + y_B}{2}$ ，又 M 为 AB 中点，即 M 点纵坐标为 $\frac{y_A + y_B}{2}$ ，故 $MN \parallel x$ 轴，D 对。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/675023204031012033>