2024 届内蒙古杭锦后旗奋斗中学学业水平考试数学试题模拟试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

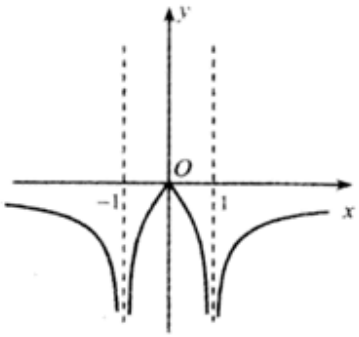
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

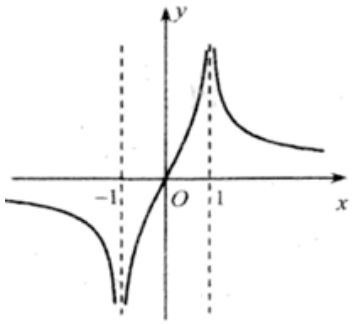
1．已知 EF 为圆 $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2=1$ 的一条直径，点 $M\left(x,y\right)$ 的坐标满足不等式组 $\begin{cases}x-y+1\le 0,\\ 2x+y+3\ge 0,\\ y\le 1.\end{cases}$ 则 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}$ 的取值范围为（　　）

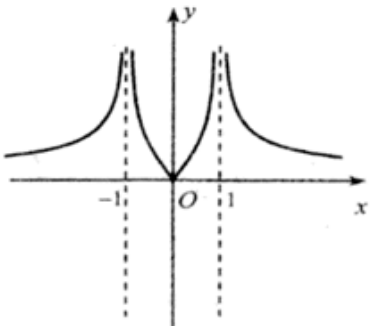
A．$\left[\frac{9}{2},13\right]$　　B．$\left[4,13\right]$

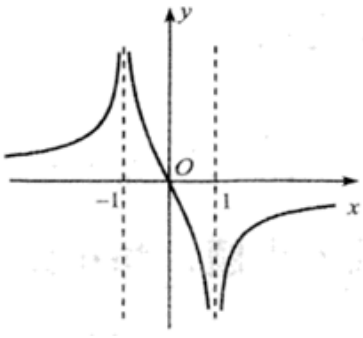
C．$\left[4,12\right]$　　D．$\left[\frac{7}{2},12\right]$

2．函数 $f\left(x\right)=\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$ 的大致图像为（　　）

A．

B．

C．

D．

3．在平面直角坐标系 xOy 中，将点 $A\left(1,2\right)$ 绕原点 O 逆时针旋转 $90°$ 到点 B，设直线 OB 与 x 轴正半轴所成的最小正角为 α，则 $cos\alpha$ 等于(　　)

A．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$-\frac{2}{5}$

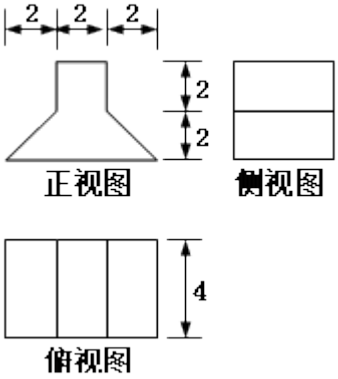
4．已知函数 $f(x)=a\left(e^2x-2\ln x\right)(a>0)$，$D=\left[\frac{1}{e},1\right]$ 若所有点 $(s,f(t))$，$(s,t\in D)$ 所构成的平面区域面积为 e^2-1，则 $a=$（　　）

A．e　　B．$\frac{1}{e-2}$　　C．1　　D．$\frac{e}{e-2}$

5．已知 a，b，c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A，B，C 的对边，$a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=b+c$，则 $A=$（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

6．若某几何体的三视图（单位:cm）如图所示，则此几何体的体积是（　　）



A．36 cm^3　　B．48 cm^3　　C．60 cm^3　　D．72 cm^3

7．已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\pi\right)$，$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ 且在 $\left(0,\pi\right)$ 上是单调函数，则下列说法正确的是（　　）

A．$\omega=\frac{1}{2}$　　B．$f\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

C．函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减　　D．函数 $f\left(x\right)$ 的图像关于点 $\left(\frac{5\pi}{4},0\right)$ 对称

8．三国时代吴国数学家赵爽所注《周髀算经》中给出了勾股定理的绝妙证明.下面是赵爽的弦图及注文，弦图是一个以勾股形之弦为边的正方形，其面积称为弦实.图中包含四个全等的勾股形及一个小正方形，分别涂成红（朱）色及黄色，其面积称为朱实、黄实，利用 $2\times$勾$\times$股$+$(股$-$勾)$^2=4\times$朱实$+$黄实$=$弦实，化简，得 勾$^2+$股$^2=$弦^2.设勾股形中勾股比为 $1:\sqrt{3}$，若向弦图内随机抛掷 1000 颗图钉（大小忽略不计），则落在黄色图形内的图钉数大约为（　　）



A．134　　**B**．866　　**C**．300　　**D**．500

9．记等差数列$\{a_n\}$的公差为d，前n项和为S_n.若$S_{10}=40$，$a_6=5$，则（　　）

A．$d=3$　　**B**．$a_{10}=12$　　**C**．$S_{20}=280$　　**D**．$a_1=-4$

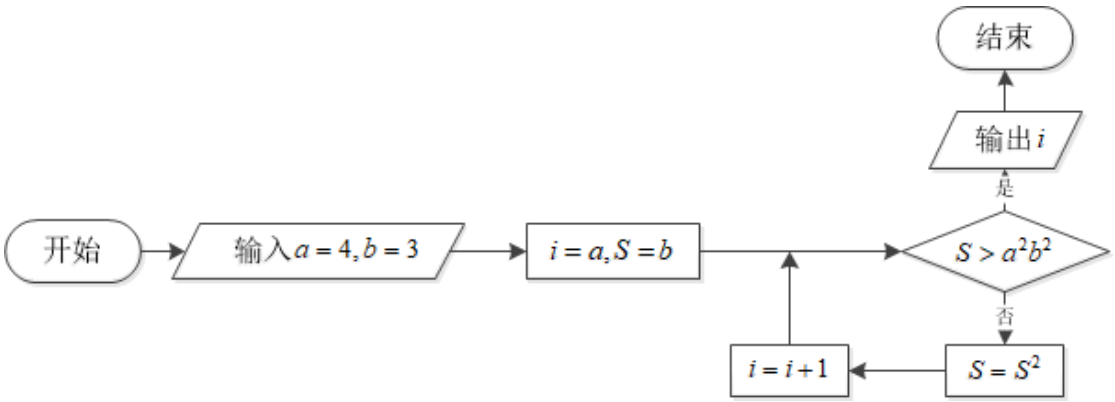
10．$(x-1)^3(y-2)^5$的展开式中，满足$m+n=2$的$x^m y^n$的系数之和为（　　）

A．640　　**B**．416　　**C**．406　　**D**．-236

11．已知复数$z_1=6-8\mathrm{i}$，$z_2=-\mathrm{i}$，则$\dfrac{z_1}{z_2}=$（　　）

A．$8-6\mathrm{i}$　　**B**．$8+6\mathrm{i}$　　**C**．$-8+6\mathrm{i}$　　**D**．$-8-6\mathrm{i}$

12．如图所示的程序框图，若输入$a=4$，$b=3$，则输出的结果是（　　）



A．6　　**B**．7　　**C**．5　　**D**．8

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

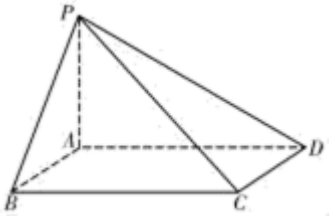
13．已知一个圆锥的底面积和侧面积分别为9π和15π，则该圆锥的体积为_____

14．从甲、乙等8名志愿者中选5人参加周一到周五的社区服务，每天安排一人，每人只参加一天.若要求甲、乙两人至少选一人参加，且当甲、乙两人都参加时，他们参加社区服务的日期不相邻，那么不同的安排种数为_____.(用数字作答)

15．设P、A、B、C、D是表面积为36π的球的球面上五点，四边形$ABCD$为正方形，则四棱锥$P-ABCD$体积的最大值为_____.

16．在《九章算术》中，将底面为矩形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马．如图，若四棱锥$P-ABCD$为阳马，侧棱$PA\perp$底面$ABCD$，且$PA=3$，$BC=AB=4$，设该阳马的外接球半径为R，内切球半径为r，则

$\frac{R}{r}=$_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知ΔABC中，内角A,B,C所对边分别是$a,b,c,$其中$a=2,c=\sqrt{3}$.

（1）若角A为锐角，且$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求$\sin B$的值；

（2）设$f(C)=\sqrt{3}\sin C\cos C+3\cos^2 C$，求$f(C)$的取值范围.

18.（12 分）运输一批海鲜，可在汽车、火车、飞机三种运输工具中选择，它们的速度分别为 60 千米/小时、120 千米/小时、600 千米/小时，每千米的运费分别为 20 元、10 元、50 元.这批海鲜在运输过程中每小时的损耗为 m 元（$m>0$），运输的路程为 S（千米）.设用汽车、火车、飞机三种运输工具运输时各自的总费用（包括运费和损耗费）分别为y_1（元）、y_2（元）、y_3（元）.

（1）请分别写出y_1、y_2、y_3的表达式；

（2）试确定使用哪种运输工具总费用最省.

19.（12 分）某精密仪器生产车间每天生产n个零件，质检员小张每天都会随机地从中抽取 50 个零件进行检查是否合格，若较多零件不合格，则需对其余所有零件进行检查．根据多年的生产数据和经验，这些零件的长度服从正态分布$N(10,0.1^2)$（单位：微米μm），且相互独立．若零件的长度d满足$9.7\mu m<d<10.3\mu m$，则认为该零件是合格的，否则该零件不合格.

（1）假设某一天小张抽查出不合格的零件数为X，求$P(X\geqslant 2)$及X的数学期望EX；

（2）小张某天恰好从 50 个零件中检查出 2 个不合格的零件，若以此频率作为当天生产零件的不合格率．已知检查一个零件的成本为 10 元，而每个不合格零件流入市场带来的损失为 260 元．假设n充分大，为了使损失尽量小，小张是否需要检查其余所有零件，试说明理由.

附：若随机变量ξ服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则

$P(\mu-3\sigma<\xi<\mu+3\sigma)=0.9987, 0.9987^{50}=0.9370, 0.9987^{49}\times 0.0013=0.0012$.

20.（12 分）在平面直角坐标系 *xOy* 中，曲线 *C* 的参数方程为 $\begin{cases} x=2m+\dfrac{1}{6m} \\ y=2m-\dfrac{1}{6m} \end{cases}$（*m* 为参数），以坐标点 *O* 为极点，*x* 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 *l* 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=1$.

（1）求直线 *l* 的直角坐标方程和曲线 *C* 的普通方程；

（2）已知点 *M*（2，0），若直线 *l* 与曲线 *C* 相交于 *P*、*Q* 两点，求 $\dfrac{1}{|MP|}+\dfrac{1}{|MQ|}$ 的值.

21.（12 分）已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），与 x 轴负半轴交于 $A(-2,0)$，离心率 $e=\dfrac{1}{2}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设直线 l：$y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 $M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$ 两点，连接 AM，AN 并延长交直线 $x=4$ 于 $E\left(x_3,y_3\right)$，$F\left(x_4,y_4\right)$ 两点，已知 $\dfrac{1}{y_1}+\dfrac{1}{y_2}=\dfrac{1}{y_3}+\dfrac{1}{y_4}$，求证：直线 MN 恒过定点，并求出定点坐标.

22.（10 分）已知函数 $f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-\ln x$.

（1）若 $f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-\ln x$ 在 $x=x_1,x_2\left(x_1\neq x_2\right)$ 处导数相等，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>3-2\ln 2$ ；

（2）若对于任意 $k\in\left(-\infty,1\right)$ ，直线 $y=kx+b$ 与曲线 $y=f\left(x\right)$ 都有唯一公共点，求实数 b 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

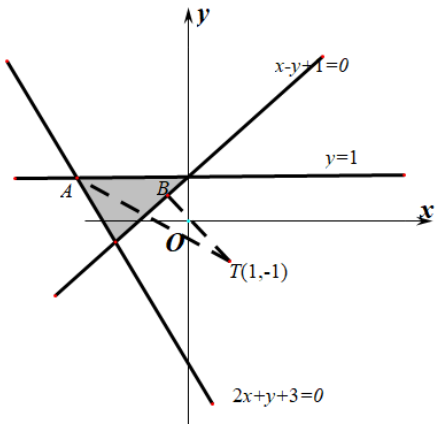
1、D

【解析】

首先将 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}$ 转化为 $\overrightarrow{MT}^2-1$，只需求出 MT 的取值范围即可，而 MT 表示可行域内的点与圆心 $T(1,-1)$ 距离，数形结合即可得到答案.

【详解】

作出可行域如图所示



设圆心为$T(1,-1)$，则$\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}=(\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{TE})\cdot(\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{TF})=$

$(\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{TE})\cdot(\overrightarrow{MT}-\overrightarrow{TE})=\overrightarrow{MT}^2-\overrightarrow{TE}^2=\overrightarrow{MT}^2-1$，

过T作直线$x-y+1=0$的垂线，垂足为B，显然$MB\le MT\le MA$，又易得$A(-2,1)$，

所以$MA=\sqrt{[1-(-2)]^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$，$TB=\dfrac{|1-(-1)+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

故$\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{MT}^2-1\in[\dfrac{7}{2},12]$.

故选：D.

【点睛】

本题考查与线性规划相关的取值范围问题，涉及到向量的线性运算、数量积、点到直线的距离等知识，考查学生转化与划归的思想，是一道中档题.

2、D

【解析】

通过取特殊值逐项排除即可得到正确结果.

【详解】

函数$f(x)=\ln\left|\dfrac{1-x}{1+x}\right|$的定义域为$\{x\mid x\neq\pm1\}$，当$x=\dfrac{1}{2}$时，$f(\dfrac{1}{2})=-\ln3<0$，排除B和C；

当$x=-2$时，$f(-2)=\ln3>0$，排除A.

故选：D.

【点睛】

本题考查图象的判断，取特殊值排除选项是基本手段，属中档题.

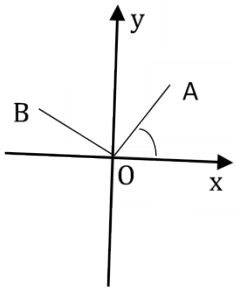
3、A

【解析】

设直线直线OA与x轴正半轴所成的最小正角为β，由任意角的三角函数的定义可以求得$\sin\beta$的值，依题有$OA\perp OB$,则$\alpha=\beta+90°$，利用诱导公式即可得到答案.

【详解】

如图，设直线直线OA与x轴正半轴所成的最小正角为β



因为点$A(1,2)$在角β的终边上，所以$\sin\beta=\dfrac{2}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

依题有$OA\perp OB$,则$\alpha=\beta+90°$，

所以$\cos\alpha=\cos(\beta+90°)=-\sin\beta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

故选：A

【点睛】

本题考查三角函数的定义及诱导公式，属于基础题.

4、D

【解析】

依题意，可得$f'(x)>0$，$f(x)$在$\left[\dfrac{1}{e},1\right]$上单调递增，于是可得$f(x)$在$\left[\dfrac{1}{e},1\right]$上的值域为$\left[a(e+2),e^2a\right]$，继而可得$a\left(e^2-e-2\right)\ \left(1-\dfrac{1}{e}\right)=e^2-1$，解之即可.

【详解】

解：$f'(x)=a\left(e^2-\dfrac{2}{x}\right)=\dfrac{a\left(e^2x-2\right)}{x}$，因为$x\in\left[\dfrac{1}{e},1\right]$，$a>0$，

所以$f'(x)>0$，$f(x)$在$\left[\dfrac{1}{e},1\right]$上单调递增，

则 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e},1\right]$ 上的值域为 $\left[a(e+2),e^2a\right]$，

因为所有点 $(s,f(t))$ $(s,t\in D)$ 所构成的平面区域面积为 e^2-1，

所以 $a\left(e^2-e-2\right)\ \left(1-\frac{1}{e}\right)=e^2-1$，

解得 $a=\frac{e}{e-2}$，

故选：*D*.

【点睛】

本题考查利用导数研究函数的单调性，理解题意，得到 $a(e^2-e-2)(1-\frac{1}{e})=e^2-1$ 是关键，考查运算能力，属于中档题.

5、C

【解析】

原式由正弦定理化简得 $\sqrt{3}\sin C\sin A=\cos A\sin C+\sin C$，由于 $\sin C\neq 0$，$0<A<\pi$ 可求 A 的值.

【详解】

解：由 $a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=b+c$ 及正弦定理得 $\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin A=\sin B+\sin C$.

因为 $B=\pi-A-C$，所以 $\sin B=\sin A\cos C+\cos A\sin C$ 代入上式化简得 $\sqrt{3}\sin C\sin A=\cos A\sin C+\sin C$.

由于 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin\left(A-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

又 $0<A<\pi$，故 $A=\frac{\pi}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查正弦定理解三角形，三角函数恒等变换等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力，属于中档题.

6、B

【解析】

试题分析：该几何体上面是长方体，下面是四棱柱；长方体的体积 $V_1=2\cdot 2\cdot 4=16$，四棱柱的底面是梯形，体积为 $V_2=\frac{1}{2}(2+6)\cdot 2\cdot 4=32$，因此总的体积 $V=16+32=48$.

考点：三视图和几何体的体积.

7、B

【解析】

根据函数$f\left(x\right)$，在$\left(0,\pi\right)$上是单调函数，确定 $0<\omega\le1$，然后一一验证，

A.若$\omega=\frac{1}{2}$，则$f\left(x\right)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\varphi\right)$，由$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$，得$\varphi=\frac{3\pi}{4}$，但$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{4}\right)\ne\frac{\sqrt{2}}{2}$.B.由

$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$，确定$f\left(x\right)=2\sin\left(\frac{2}{3}x+\frac{2\pi}{3}\right)$，再求解$f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$验证.C.利用整体法根据正弦函数的单调

性判断.D.计算$f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$是否为 0.

【详解】

因为函数$f\left(x\right)$，在$\left(0,\pi\right)$上是单调函数，

所以$\frac{T}{2}\ge\pi$ ，即$\frac{2\pi}{\omega}\ge2\pi$，所以 $0<\omega\le1$ ，

若$\omega=\frac{1}{2}$，则$f\left(x\right)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\varphi\right)$，又因为$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$，即$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=0$，解得$\varphi=\frac{3\pi}{4}$， 而

$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{4}\right)\ne\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 A 错误.

由$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\sin\left(\frac{\omega\pi}{2}+\varphi\right)=0$，不妨令$\frac{\omega\pi}{2}+\varphi=\pi$ ，得$\varphi=\pi-\frac{\pi\omega}{2}$

由$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\omega\times\frac{\pi}{8}+\varphi\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，得 $\omega\times\frac{\pi}{8}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{4}$或$\omega\times\frac{\pi}{8}+\varphi=2k\pi+\frac{3\pi}{4}$

当$\omega\times\frac{\pi}{8}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{4}$时，$\omega=\frac{2k\pi}{3}+2$，不合题意.

当$\omega\times\frac{\pi}{8}+\varphi=2k\pi+\frac{3\pi}{4}$时，$\omega=\frac{2k\pi}{3}+\frac{2}{3}$，此时$f\left(x\right)=2\sin\left(\frac{2}{3}x+\frac{2\pi}{3}\right)$

所以$f\left(-\frac{\pi}{8}\right)=2\sin\left(\frac{2}{3}\times\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\left(\frac{2}{3}\times\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$，故 B 正确.

因为$x\in\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right],\frac{2}{3}x+\frac{2\pi}{3}\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$，函数$f\left(x\right)$，在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$上是单调递增，故 C 错误.

$f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=2\sin\left(\frac{2}{3}\times\frac{5\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\frac{3\pi}{2}=\sqrt{3}\ne0$，故 D 错误.

故选：B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/675024123324011303