

2023-2024 学年广东执信中学高三 5 月阶段性测试数学试题试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$, $g(x) = -x + m + 2$, 若对任意 $x_1 \in [1, 3]$, 总存在 $x_2 \in [1, 3]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$

成立, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $\left[\frac{17}{2}, 9\right]$ B. $\left(-\infty, \frac{17}{2}\right] \cup [9, +\infty)$
- C. $\left[\frac{17}{4}, \frac{9}{2}\right]$ D. $\left(-\infty, \frac{17}{4}\right] \cup \left[\frac{9}{2}, +\infty\right)$

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 \leq 1\}$, $B = \{x | 3^x < 1\}$, 则 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()

- A. $\{x | x < 0\}$ B. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ C. $\{x | -1 \leq x < 0\}$ D. $\{x | x \leq -1\}$

3. 若圆锥轴截面面积为 $2\sqrt{3}$, 母线与底面所成角为 60° , 则体积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

4. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$, ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 若 $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0$, 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒有 $f(x) \leq \left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$, 在

区间 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个 x_1 使 $f(x_1) = 3$, 则 ω 的最大值为 ()

- A. $\frac{123}{4}$ B. $\frac{111}{4}$ C. $\frac{105}{4}$ D. $\frac{117}{4}$

5. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 所对的边分别是 a , b , 则“ $a > b$ ”是“ $A > B$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 既不充分也不必要条件 D. 充分必要条件

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 则方程 $f[f(x)] = 3$ 的实数根的个数是 ()

- A. 6 B. 3 C. 4 D. 5

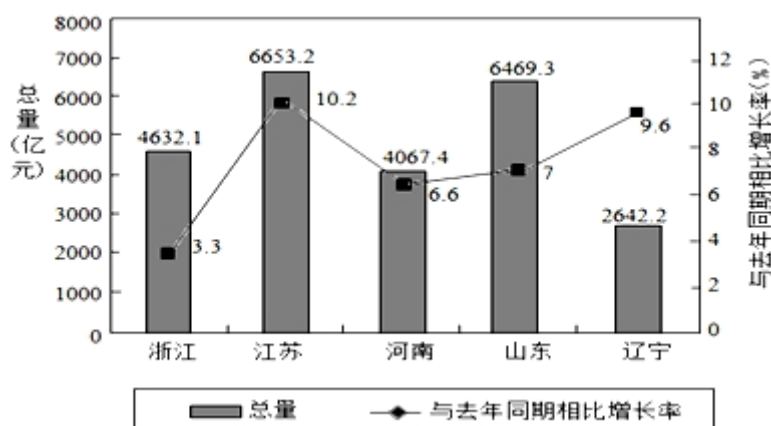
7. 二项式 $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{x}\right)^7$ 展开式中, $\frac{1}{x}$ 项的系数为 ()

- A. $-\frac{945}{16}$ B. $-\frac{189}{32}$ C. $-\frac{21}{64}$ D. $\frac{2835}{8}$

8. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, $3 + ai = b - (2a - 1)i$, 则 $|3a + bi| =$ ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. 4

9. 如图是 2017 年第一季度五省 GDP 情况图, 则下列陈述中不正确的是 ()



- A. 2017 年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 5 的是浙江省.
 B. 与去年同期相比, 2017 年第一季度的 GDP 总量实现了增长.
 C. 2017 年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省只有 1 个
 D. 去年同期河南省的 GDP 总量不超过 4000 亿元.

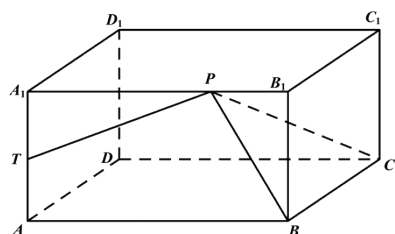
10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 10x + 1, & x \leq 0 \\ |\lg x|, & x > 0 \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = a (a \in \mathbf{R})$ 有四个实数解 $x_i (i = 1, 2, 3, 4)$, 其中

$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $(x_1 + x_2)(x_3 - x_4)$ 的取值范围是 ()

- A. $(0, 101]$ B. $(0, 99]$ C. $(0, 100]$ D. $(0, +\infty)$

11. 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB = 3AA_1 = 6$, $\vec{A_1P} = 2\vec{PB_1}$, 点 T 在棱 AA_1 上, 若 $TP \perp$ 平面 PBC . 则

$\vec{TP} \cdot \vec{B_1B} =$ ()



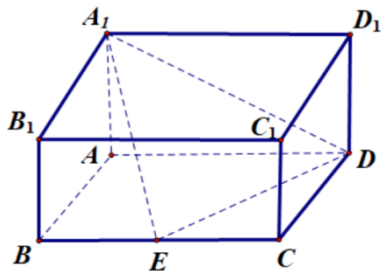
- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

12. 已知 $z = i(3 - 2i)$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()

- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 1$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$, E 为 BC 的中点, 则点 A 到平面 A_1DE 的距离是 _____.



14. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 1$, $AD = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, 若 $\vec{CE} = \vec{ED}$, $\vec{DF} = 2\vec{FB}$, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{AF} =$ _____.

15. 设集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$, 则不等式 $f(x) > x$ 的解集用区间表示为 _____.

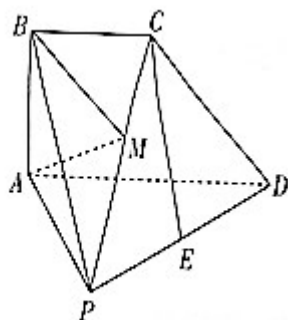
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |4x - 1| - |x + 2|$.

(1) 解不等式 $f(x) > 2$;

(2) 记函数 $y = f(x) + 5|x + 2|$ 的最小值为 k , 正实数 a 、 b 满足 $a + 6b = \frac{k}{9}$, 求证: $\sqrt{\frac{6b+a}{ab}} \geq 2\sqrt{6}$.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 平面 $ABCD \perp$ 平面 PAD , $AD \parallel BC$, $AB = BC = AP = \frac{1}{2}AD$, $\angle ADP = 30^\circ$, $\angle BAD = 90^\circ$, E 是 PD 的中点.



(1) 证明: $PD \perp PB$;

(2) 设 $AD = 2$, 点 M 在线段 PC 上且异面直线 BM 与 CE 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$, 求二面角 $M - AB - P$ 的余弦值.

19. (12 分) 山东省 2020 年高考将实施新的高考改革方案. 考生的高考总成绩将由 3 门统一高考科目成绩和自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目成绩组成, 总分为 750 分. 其中, 统一高考科目为语文、数学、外语, 自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目是从物理、化学、生物、历史、政治、地理 6 科中选择 3 门作为选考科目, 语、数、外三科各占 150 分, 选考科目成绩采用“赋分制”, 即原始分数不直接用, 而是按照学生分数在本科目考试的排名来划分等级并以此打分得到最后得分. 根据高考综合改革方案, 将每门等级考试科目中考生的原始成绩从高到低分为 $\square$ 、 $\square +$ 、 $\square$ 、 $\square +$ 、 $\square$ 、 $\square +$ 、 $\square$ 、 $\square$ 共 8 个等级. 参照正态分布原则, 确定各等级人数所占比例分别为 3%、7%、16%、24%、24%、16%、7%、3%. 等级考试科目成绩计入考生总成绩时, 将 $\square$ 至 $\square$ 等级内的考生原始成绩, 依照等比例转换法则, 分别转换到 91-100、81-90、71-80, 61-70、51-60、41-50、31-40、21-30 八个分数区间, 得到考生的等级成绩. 举例说明.

某同学化学学科原始分为 65 分, 该学科 $\square +$ 等级的原始分分布区间为 58~69, 则该同学化学学科的原始成绩属 $\square +$ 等级. 而 $\square +$ 等级的转换分区间为 61~70, 那么该同学化学学科转换分为:

设该同学化学学科的转换等级分为 $\square$, $\frac{69-65}{65-58} = \frac{70-\square}{\square-61}$, 求得 $\square \approx 66.73$.

四舍五入后该同学化学学科赋分成绩为 67.

(1) 某校高一年级共 2000 人, 为给高一学生合理选科提供依据, 对六个选考科目进行测试, 其中物理考试原始成绩基本服从正态分布 $\square \sim \square(60, 12^2)$.

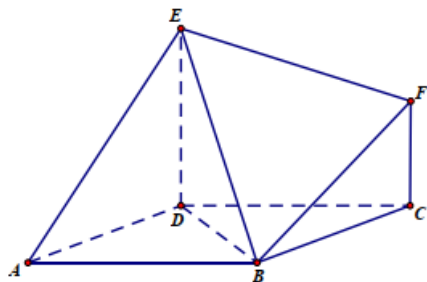
(i) 若小明同学在这次考试中物理原始分为 84 分, 等级为 $\square +$, 其所在原始分分布区间为 82~93, 求小明转换后的物理成绩;

(ii) 求物理原始分在区间 $(72, 84)$ 的人数;

(2) 按高考改革方案, 若从全省考生中随机抽取 4 人, 记 $\square$ 表示这 4 人中等级成绩在区间 $[61, 80]$ 的人数, 求 $\square$ 的分布列和数学期望.

(附: 若随机变量 $\square \sim \square(\square, \square^2)$, 则 $\square(\square - \square < \square < \square + \square) = 0.682$, $\square(\square - 2\square < \square < \square + 2\square) = 0.954$, $\square(\square - 3\square < \square < \square + 3\square) = 0.997$)

20. (12 分) 如图, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, $DE \perp$ 平面 $ABCD$, $CF \parallel DE$, $DE = 2CF$, BE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° .



(1) 求证: 平面 $BEF \perp$ 平面 BDE ;

(2) 求二面角 $B-EF-D$ 的余弦值.

21. (12 分) 在直角坐标系 l 中, 已知直线 l 的直角坐标方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为

参数), 以直角坐标系原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin(\theta + \frac{\pi}{3})$.

(1) 求曲线 C_1 和直线 l 的极坐标方程;

(2) 已知直线 l 与曲线 C_1 、 C_2 相交于异于极点的点 A, B , 若 A, B 的极径分别为 ρ_1, ρ_2 , 求 $|\rho_1 - \rho_2|$ 的值.

22. (10 分) 随着小汽车的普及, “驾驶证”已经成为现代人“必考”的证件之一. 若某人报名参加了驾驶证考试, 要顺利地拿到驾驶证, 他需要通过四个科目的考试, 其中科目二为场地考试. 在一次报名中, 每个学员有 5 次参加科目二考试的机会 (这 5 次考试机会中任何一次通过考试, 就算顺利通过, 即进入下一科目考试; 若 5 次都没有通过, 则需重新报名), 其中前 2 次参加科目二考试免费, 若前 2 次都没有通过, 则以后每次参加科目二考试都需要交 200 元的补考费. 某驾校对以往 2000 个学员第 1 次参加科目二考试进行了统计, 得到下表:

考试情况	男学员	女学员
第 1 次考科目二人数	1200	800
第 1 次通过科目二人数	960	600
第 1 次未通过科目二人数	240	200

若以上表得到的男、女学员第 1 次通过科目二考试的频率分别作为此驾校男、女学员每次通过科目二考试的概率, 且每人每次是否通过科目二考试相互独立. 现有一对夫妻同时在此驾校报名参加了驾驶证考试, 在本次报名中, 若这对夫妻参加科目二考试的原则为: 通过科目二考试或者用完所有机会为止.

(1) 求这对夫妻在本次报名中参加科目二考试都不需要交补考费的概率;

(2) 若这对夫妻前 2 次参加科目二考试均没有通过, 记这对夫妻在本次报名中参加科目二考试产生的补考费用之和为 X 元, 求 X 的分布列与数学期望.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

将函数 $f(x)$ 解析式化简，并求得 $f'(x)$ ，根据当 $x_1 \in [1, 3]$ 时 $f'(x) > 0$ 可得 $f(x_1)$ 的值域。由函数 $g(x) = -x + m + 2$ 在 $x_2 \in [1, 3]$ 上单调递减可得 $g(x_2)$ 的值域，结合存在性成立问题满足的集合关系，即可求得 m 的取值范围。

【详解】

$$\text{依题意 } f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} = \frac{x^2 + x + 2(x + 1) + 1}{x + 1}$$

$$= x + \frac{1}{x + 1} + 2,$$

$$\text{则 } f'(x) = 1 - \frac{1}{(x + 1)^2},$$

当 $x \in [1, 3]$ 时， $f'(x) > 0$ ，故函数 $f(x)$ 在 $[1, 3]$ 上单调递增，

$$\text{当 } x_1 \in [1, 3] \text{ 时， } f(x_1) \in \left[\frac{7}{2}, \frac{21}{4} \right];$$

而函数 $g(x) = -x + m + 2$ 在 $[1, 3]$ 上单调递减，

$$\text{故 } g(x_2) \in [m - 1, m + 1],$$

$$\text{则只需 } \left[\frac{7}{2}, \frac{21}{4} \right] \subseteq [m - 1, m + 1],$$

$$\text{故 } \begin{cases} m - 1 \leq \frac{7}{2} \\ m + 1 \geq \frac{21}{4} \end{cases}, \text{ 解得 } \frac{17}{4} \leq m \leq \frac{9}{2},$$

$$\text{故实数 } m \text{ 的取值范围为 } \left[\frac{17}{4}, \frac{9}{2} \right].$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了导数在判断函数单调性中的应用，恒成立与存在性成立问题的综合应用，属于中档题.

2、D

【解析】

先求出集合 A, B ，再求集合 B 的补集，然后求 $A \cup (\complement_R B)$

【详解】

$A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}, B = \{x \mid x < 0\}$ ，所以 $A \cup (\complement_R B) = \{x \mid x \geq -1\}$.

故选：D

【点睛】

此题考查的是集合的并集、补集运算，属于基础题.

3、D

【解析】

设圆锥底面圆的半径为 r ，由轴截面面积为 $2\sqrt{3}$ 可得半径 r ，再利用圆锥体积公式计算即可.

【详解】

设圆锥底面圆的半径为 r ，由已知， $\frac{1}{2} \times 2r \times \sqrt{3}r = 2\sqrt{3}$ ，解得 $r = \sqrt{2}$ ，

所以圆锥的体积 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times \sqrt{3}r = \frac{2\sqrt{6}}{3} \pi$.

故选：D

【点睛】

本题考查圆锥的体积的计算，涉及到圆锥的定义，是一道容易题.

4、C

【解析】

根据 $f(x)$ 的零点和最值点列方程组，求得 ω, φ 的表达式 (用 k 表示)，根据 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值，

求得 ω 的取值范围，求得对应 k 的取值范围，由 k 为整数对 k 的取值进行验证，由此求得 ω 的最大值.

【详解】

$$\text{由题意知} \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad k_1, k_2 \in Z, \text{ 则 } \begin{cases} \omega = \frac{3(2k+1)}{4}, \\ \varphi = \frac{(2k'+1)\pi}{4}, \end{cases} \text{ 其中 } k = k_1 - k_2, \quad k' = k_2 + k_1.$$

又 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值, 所以 $\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} = \frac{2\pi}{15} \leq 2T$, 得 $0 < \omega \leq 30$, 即 $\frac{3(2k+1)}{4} \leq 30$, 所以

$k \leq 19.5$, 又 $k \in Z$, 因此 $k \leq 19$.

$$\text{①当 } k=19 \text{ 时, } \omega = \frac{117}{4}, \text{ 此时取 } \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ 可使 } \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \text{ 成立, 当 } x \in \left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right) \text{ 时,}$$

$\frac{117}{4}x + \frac{3\pi}{4} \in (2.7\pi, 6.6\pi)$, 所以当 $\frac{117}{4}x_1 + \frac{3\pi}{4} = 4.5\pi$ 或 6.5π 时, $f(x_1) = 3$ 都成立, 舍去;

$$\text{②当 } k=18 \text{ 时, } \omega = \frac{111}{4}, \text{ 此时取 } \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ 可使 } \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \text{ 成立, 当 } x \in \left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right) \text{ 时, } \frac{111}{4}x + \frac{\pi}{4} \in (2.1\pi, 5.8\pi),$$

所以当 $\frac{111}{4}x_1 + \frac{\pi}{4} = 2.5\pi$ 或 4.5π 时, $f(x_1) = 3$ 都成立, 舍去;

$$\text{③当 } k=17 \text{ 时, } \omega = \frac{105}{4}, \text{ 此时取 } \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ 可使 } \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \text{ 成立, 当 } x \in \left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right) \text{ 时,}$$

$\frac{105}{4}x + \frac{3\pi}{4} \in (2.5\pi, 6\pi)$, 所以当 $\frac{105}{4}x_1 + \frac{3\pi}{4} = 4.5\pi$ 时, $f(x_1) = 3$ 成立;

综上所述 ω 的最大值为 $\frac{105}{4}$.

故选:C

【点睛】

本小题主要考查三角函数的零点和最值, 考查三角函数的性质, 考查化归与转化的数学思想方法, 考查分类讨论的数学思想方法, 属于中档题.

5、D

【解析】

由大边对大角定理结合充分条件和必要条件的定义判断即可.

【详解】

$\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 所对的边分别是 a 、 b , 由大边对大角定理知“ $a > b$ ” $\Rightarrow$ “ $A > B$ ”,

“ $A > B$ ” $\Rightarrow$ “ $a > b$ ”.

因此, “ $a > b$ ” 是“ $A > B$ ”的充分必要条件.

故选: D.

【点睛】

本题考查充分条件、必要条件的判断, 考查三角形的性质等基础知识, 考查逻辑推理能力, 是基础题.

6、D

【解析】

画出函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 将方程 $f[f(x)] = 3$ 看作 $t = f(x), f(t) = 3$ 交点个数, 运用图象判断根的个数.

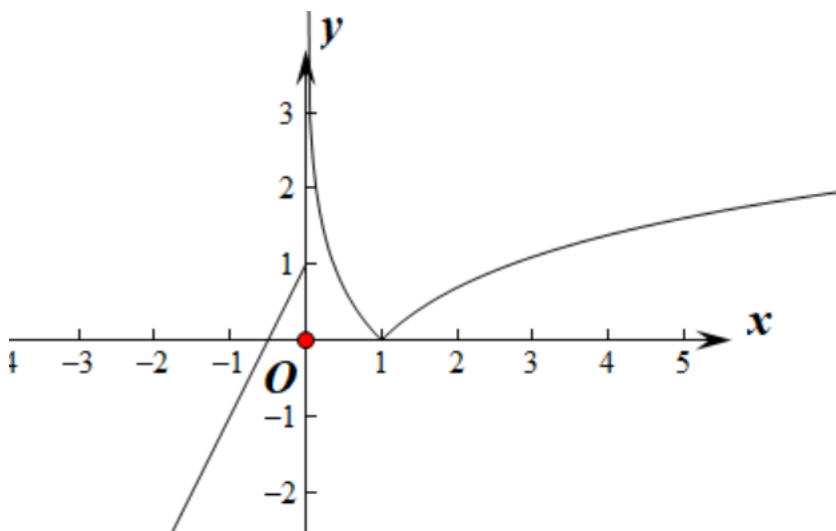
【详解】

画出函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$

令 $t = f(x), \therefore f(t) = 3$ 有两解 $t_1 \in (0, 1), t_2 \in (1, +\infty)$, 则 $t_1 = f(x), f(x) = t_2$ 分别有 3 个, 2 个解, 故方程

$f[f(x)] = 3$ 的实数根的个数是 $3+2=5$ 个

故选: D



【点睛】

本题综合考查了函数的图象的运用, 分类思想的运用, 数形结合的思想判断方程的根, 难度较大, 属于中档题.

7、D

【解析】

写出二项式的通项公式, 再分析 x 的系数求解即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/676113022040010232>