

成都石室阳安高三数学（理科）入学考试

一、单选题

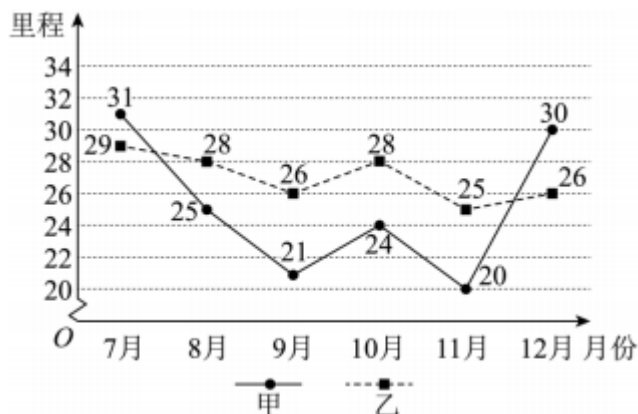
1. 设集合 $S = \{x | x > -\frac{1}{2}\}$, $T = \{x | 2^{3x-1} < 1\}$, 则 $S \cap T =$

- A. $\textcircled{7}$ B. $\{x | x < -\frac{1}{2}\}$ C. $\{x | x > \frac{1}{3}\}$ D. $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$

2. 在复平面内, 复数 z 对应的点的坐标为 $(-2, -1)$, 则 $\frac{z}{i} =$ ()

- A. $-1-2i$ B. $-2-i$ C. $-1+2i$ D. $2-i$

3. 走路是最简单优良的锻炼方式, 它可以增强心肺功能, 血管弹性, 肌肉力量等, 甲、乙两人利用手机记录了去年下半年每个月的走路里程 (单位: 公里), 现将两人的数据绘制成如图所示的折线图, 则下列结论中正确的是 ()



- A. 甲走路里程的极差等于10
B. 乙走路里程的中位数是26
C. 甲下半年每月走路里程的平均数小于乙下半年每月走路里程的平均数
D. 甲下半年每月走路里程的标准差小于乙下半年每月走路里程的标准差

$$y+1 \geq 0$$

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y-4 \leq 0 \\ x-2y+3 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3y-x$ 的最大值为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 2 C. 5 D. 8

5. 下列命题正确的是 ()

- A. 命题“ $p \wedge q$ ”为假命题, 则命题 p 与命题 q 都是假命题
B. 命题“若 $x = y$, 则 $\sin x = \sin y$ ”的逆否命题为真命题
C. 若 x_0 使得函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x_0) = 0$, 则 x_0 为函数 $f(x)$ 的极值点;

D. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}$ ，使得 $x_0^2 + x_0 + 1 < 0$ ”的否定是：“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ，均有 $x^2 + x + 1 < 0$ ”

6. 已知中心在原点，焦点在 y 轴上的双曲线的离心率为 $\sqrt{5}$ ，则它的渐近线方程为()

A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$

C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm \sqrt{6}x$

7. 把一个铁制的底面半径为4，侧面积为 $\frac{16}{3}\pi$ 的实心圆柱熔化后铸成一个球，则这个铁球的表面积为()

A. 16π B. 12π C. 24π D. 9π

8. 从分别写有 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张，放回后再随机抽取 1 张，则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为()

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且满足 $f(x+2) + f(x) = 0$ ，当 $x \in [0, 1]$ 时，

$f(x) = 2^x - 1$ ，则 $f\left(\frac{11}{2}\right) =$ ()

A. $8\sqrt{2} - 1$ B. $2\sqrt{2} - 1$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $1 - \sqrt{2}$

10. 已知 F_1, F_2 是双曲线 C 的两个焦点， P 为 C 上一点，且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ， $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，则 C 的离心率为()

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{13}$

11. 设 $3^a = 8$ ， $b = \log_{0.5} 0.2$ ， $c = \log_4 24$ ，则()

A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

12. 过点 $(1, 2)$ 可作三条直线与曲线 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 相切，则实数 a 的取值范围为()

A. $(1, 2)$ B. $(2, 3)$ C. $(3, 4)$ D. $(4, 5)$

二、填空题

13. 若直线 $ax + 2by - 2 = 0 (a, b > 0)$ 始终平分圆 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 8 = 0$ 的周长，则 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值

为_____.

14. 已知直线 $l_1: x - my + 1 = 0$ 过定点 A , 直线 $l_2: mx + y - m + 3 = 0$ 过定点 B , l_1 与 l_2 相交于点 P , 则 $\|PA\|_2 + \|PB\|_2 =$ _____.

15. 某杂交水稻种植研究所调查某地水稻的株高时, 发现株高 (单位: cm) 服从正态分布 $N(100, 10^2)$,

若测量 10000 株水稻, 株高在 $(80, 90)$ 的约有 _____. (若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \sim 0.6827, P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \sim 0.9545)$$

16. 现有如下命题:

①若 $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 的展开式中含有常数项, 且 n 的最小值为 10;

② $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2};$

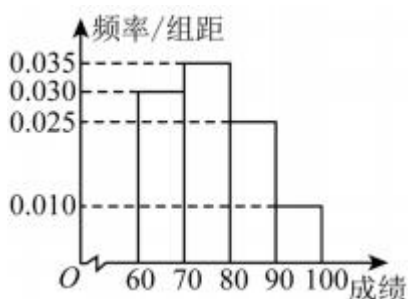
③若有一个不透明的袋子内装有大小、质量相同的 6 个小球, 其中红球有 2 个, 白球有 4 个, 每次取一个, 取后放回, 连续取三次, 设随机变量 ζ 表示取出白球的次数, 则 $E(\zeta) = 2$;

④若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x) + 2$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为 8.

则正确论断有 _____. (填写序号)

三、解答题

17. 为庆祝神舟十四号载人飞船返回舱成功着陆, 某学校开展了航天知识竞赛活动, 已知所有学生的成绩均位于区间 $[60, 100]$, 从中随机抽取 1000 名学生的竞赛成绩作为样本, 绘制如图所示的频率分布直方图.

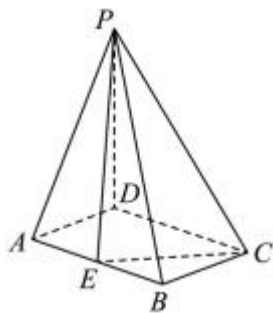


(1) 若此次活动中获奖的学生占参赛总人数 30%, 试估计获奖分数线;

(2) 采用比例分配分层随机抽样的方法, 从成绩不低于 80 的学生中随机抽取 7 人, 再从这 7 人中随机抽

取 2 人, 记成绩在 $[90, 100]$ 的人数为 ξ , 求 ξ 的分布列和数学期望.

18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形, E 为 AB 的中点, $PD \perp CE$, $AE = 1$, $PD = 3$, $PC = \sqrt{13}$



(1) 证明: $AD \perp$ 平面 PCD .

(2) 求 DA 与平面 PCE 所成角的正弦值.

19. 已知函数 $f(x) = 2\ln x + ax^2 + b$ 在 $x = 1$ 处取得极值 1.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在 $[e^{-1}, e]$ 上的最大值和最小值.

20. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $D(2p, 0)$, 过 F 的直线交 C 于 M, N 两点. 当直线

MD 垂直于 x 轴时, $|MF| = 5$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 在 x 轴上是否存在一定点 Q , 使得_____? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

从①点 N 关于 x 轴的对称点 N' , 与 M, Q 三点共线; ② x 轴平分 $\angle MQN$ 这两个条件中选一个, 补充在题目中“_____”处并作答.

注: 如果选择两个条件分别解答, 则按第一个解答计分.

21. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{x+a}{x}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明: 当 $x > 0$ 时, $\frac{1}{x+1} < \frac{\ln(x+1)}{x} < 1$

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = \cos Q \\ y = -1 + \sin Q \end{cases}$ (Q 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴

为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2 \cos \theta$.

(1) 写出曲线 C_1 的极坐标方程, 曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设点 M 的极坐标为 $M(2, 0)$, 射线 $\theta = a$ ($-\frac{\pi}{4} < a < 0, \rho \geq 0$) 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点

$\frac{\pi}{4}$ (异于极点), 当 $\angle AMB =$

4 时，求线段 AB 的长.

23. 设 $f(x) = |x - 3 + x| - 4$.

(1) 解不等式 $f(x) < 2$;

(2) 已知实数 x 、 y 、 z 满足 $2x^2 + 3y^2 + 6z^2 = a (a > 0)$, 且 $x + y + z$ 的最大值是 1, 求 a 的值.

成都石室阳安高三数学（理科）入学考试

一、单选题

1. 设集合 $S = \{x | x > -\frac{1}{2}\}$, $T = \{x | 2^{3x-1} < 1\}$, 则 $S \cap T =$

- A. $\mathbb{R}$ B. $\{x | x < -\frac{1}{2}\}$ C. $\{x | x > \frac{1}{3}\}$ D. $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$

【答案】D

【解析】

【分析】先解出集合 T, 然后集合 T 与集合 S 取交集即可.

【详解】 $T = \{x | 2^{3x-1} < 1\} = \{x | 2^{3x-1} < 2^0\} = \{x | 3x-1 < 0\} = \left\{x | x < \frac{1}{3}\right\}$,

集合 $S = \left\{x | x > -\frac{1}{2}\right\}$, 则 $S \cap T = \{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$

故选 D

【点睛】本题考查集合的交集运算, 属于基础题.

2. 在复平面内, 复数 z 对应的点的坐标为 $(-2, -1)$, 则 $\frac{z}{i} =$ ()

- A. $-1 - 2i$ B. $-2 - i$ C. $-1 + 2i$ D. $2 - i$

【答案】C

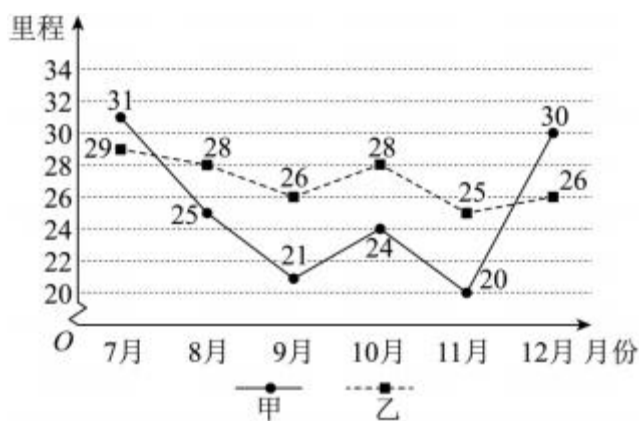
【解析】

【分析】根据复数对应点坐标得 z 的值, 再利用复数的除法可得结果.

【详解】复数 z 对应的点的坐标为 $(-2, -1)$, 则 $z = -2 - i$, 所以 $\frac{z}{i} = \frac{-2-i}{i} = \frac{-2i-i^2}{i^2} = -1 + 2i$.

故选: C

3. 走路是最简单优良的锻炼方式, 它可以增强心肺功能, 血管弹性, 肌肉力量等, 甲、乙两人利用手机记录了去年下半年每个月的走路里程 (单位: 公里), 现将两人的数据绘制成如图所示的折线图, 则下列结论中正确的是 ()



- A. 甲走路里程的极差等于10
- B. 乙走路里程的中位数是26
- C. 甲下半年每月走路里程的平均数小于乙下半年每月走路里程的平均数
- D. 甲下半年每月走路里程的标准差小于乙下半年每月走路里程的标准差

【答案】C

【解析】

【分析】根据折线图，得到甲、乙下半年的走路历程数据，根据极差、中位数、平均数以及标准差与数据稳定性之间的关系求解.

【详解】对于 A 选项， 7 - 12 月甲走路的里程为： 31、25、21、24、20、30，

甲走路里程的极差为 $31 - 20 = 11$ 公里， A 错；

对于 B 选项， 7 - 12 月乙走路的里程为： 29、28、26、28、25、26，

由小到大排列分别为： 25、26、26、28、28、29，

所以，乙走路里程的中位数是 $\frac{26+28}{2} = 27$ ， B 对；

对于 C 选项，甲下半年每月走路里程的平均数 $\frac{31+25+21+24+20+30}{6} = \frac{151}{6}$ ，

乙下半年每月走路里程的平均数为 $\frac{29+28+26+28+25+26}{6} = \frac{162}{6} = 27$ ，

所以，甲下半年每月走路里程的平均数小于乙下半年每月走路里程的平均数， C 对；

对于 D 选项，由图可知，甲下半年走路里程数据波动性大于乙下半年走路里程数据，

所以甲下半年每月走路里程的标准差大于乙下半年每月走路里程的标准差， D 错.

故选： C.

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y+1 \geq 0 \\ 2x+y-4 < 0 \\ x-2y+3 \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 3y - x$ 的最大值为()

A. $-\frac{1}{2}$

B. 2

C. 5

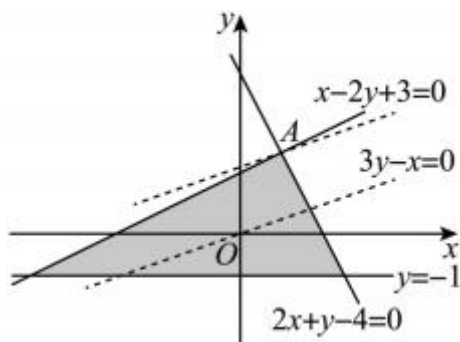
D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】作出可行域，根据目标函数的几何意义，平移目标函数即可求解.

【详解】画出可行域如图所示，



由 $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ 2x+y-4=0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ，设 $A(1, 2)$,

则目标函数 $z = 3y - x$ ，经过点 $A(1, 2)$ 时在 y 轴上的截距最大，

所以在点 $A(1, 2)$ 处 z 取得最大值

最大值为 $z = 3 \times 2 - 1 = 5$.

故选：C.

5. 下列命题正确的是()

A. 命题“ $p \wedge q$ ”为假命题，则命题 p 与命题 q 都是假命题

B. 命题“若 $x = y$ ，则 $\sin x = \sin y$ ”的逆否命题为真命题

C. 若 x_0 使得函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x_0) = 0$ ，则 x_0 为函数 $f(x)$ 的极值点；

D. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}$ ，使得 $x_0^2 + x_0 + 1 < 0$ ”的否定是：“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ，均有 $x^2 + x + 1 < 0$ ”

【答案】B

【解析】

【分析】根据复合命题的真假判断 A，根据四种命题的关系判断 B，根据极值的定义判断 C，根据命题的否定判断 D.

【详解】对于 A：命题“ $p \wedge q$ ”为假命题，则命题 p 与命题 q 至少有一个假命题，故 A 错误；

对于 B：命题“若 $x = y$ ，则 $\sin x = \sin y$ ”显然为真命题，又原命题与逆否命题同真同假，故 B 正确；

对于 C: 若 x_0 使得函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x_0) = 0$,

2 ,
3

则圆柱的体积为 $V = \pi \times 4^2 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{3} \pi$,

设球的半径为 R , 则 $\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{32}{3} \pi$, 解得 $R = 2$,

因此, 该铁球的表面积为 $4\pi R^2 = 4\pi \times 2^2 = 16\pi$.

故选: A

8. 从分别写有 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张, 放回后再随机抽取 1 张, 则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为 ()

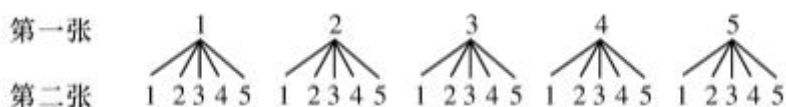
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用树图列举基本事件总数, 再找出第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的事件数, 代入古典概型的公式求解.

【详解】从 5 张卡片中随机抽取 1 张, 放回后再随机抽取 1 张的情况如图:



基本事件总数为 25,

第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的事件数为 10,

故所求概率 $P = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.

故选: A

9. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且满足 $f(x+2) + f(x) = 0$, 当 $x \in [0, 1]$ 时,

$f(x) = 2^x - 1$, 则 $f\left(\frac{11}{2}\right) =$ ()

- A. $8\sqrt{2} - 1$ B. $2\sqrt{2} - 1$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $1 - \sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】结合已知条件 $f(x+2) + f(x) = 0$, 可以得到函数的周期性, 再结合奇偶性可以将 $\frac{11}{2}$ 缩小到 $[0, 1]$ 的区间内, 从而求出函数值

【详解】因为 $f(x+2)+f(x)=0$ ，所以 $f(x+2)=-f(x)$ ，所以 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$ ，所

以 $y = f(x)$ 是周期为 4 的函数，所以 $f\left(\frac{11}{2}\right) = f\left(\frac{11}{2} - 4\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ，因为 $y = f(x)$ 是奇函数，所以 $-f\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} - 1$ ，所以 $f\left(\frac{11}{2}\right) = \sqrt{2} - 1$

故选：C

10. 已知 F_1, F_2 是双曲线 C 的两个焦点， P 为 C 上一点，且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ， $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{13}$

【答案】A

【解析】设 $|PF_2| = m$ ，则 $|PF_1| = 3m$ ，由双曲线的定义可得 $2a = |3m - m| = 2m$ ，所以 $m = a$ ， $|PF_1| = 3a$ ， $|PF_2| = a$ ，由余弦定理可得 $4c^2 = 9a^2 + a^2 - 2 \times 3a \times a \times \cos 60^\circ$ ，整理可得 $4c^2 = 7a^2$ ，所以 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{7}{4}$ ，即 $e = \frac{\sqrt{7}}{2}$ 。

【分析】根据双曲线的定义及条件，表示出 $|PF_1|$ ， $|PF_2|$ ，结合余弦定理可得答案。

【详解】因为 $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，由双曲线的定义可得 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$ ，

所以 $|PF_2| = a$ ， $|PF_1| = 3a$ ；

因为 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，由余弦定理可得 $4c^2 = 9a^2 + a^2 - 2 \times 3a \times a \times \cos 60^\circ$ ，

整理可得 $4c^2 = 7a^2$ ，所以 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{7}{4}$ ，即 $e = \frac{\sqrt{7}}{2}$ 。

故选：A

【点睛】关键点睛：双曲线的定义是入手点，利用余弦定理建立 a, c 间的等量关系是求解的关键。

11. 设 $3^a = 8$ ， $b = \log_{0.5} 0.2$ ， $c = \log_4 24$ ，则 ()

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

【答案】A

【解析】

【分析】利用指对互算、对数的运算性质和对数函数的单调性即可比较大小。

【详解】 $a = \log_3 8 < \log_3 9 = 2$ ， $b = \log_{0.5} 0.2 = \frac{\log_2 5}{\log_2 2}$

而 $\log_4 24 > \log_4 16 = 2$ ，则 $a < c < b$ ，

$$= \log_2 5 = \log_4 25 > \log_4 24 = c,$$

故选： A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/676122025202010141>