专题 6.3　期末复习之选填压轴题二十个题型总结

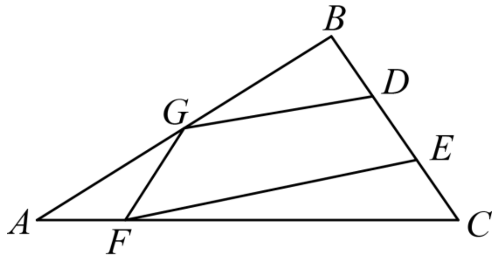
【浙教版】

题型梳理

举一反三

【题型 1　利用三角形的中线求面积】

【例 1】（2023 下·贵州毕节·八年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$AG=BG$，$BD=DE=EC$，$CF=4AF$，若四边形$DEFG$的面积为28，则$\triangle ABC$的面积为（　）



A．60　　B．56　　C．70　　D．48

【答案】A

【分析】连接CG、BF，过点F作$FM\perp AB$于点M，设$S_{\triangle AFG}=a$，根据同高的三角形的面积的比等于底边的比，分别得到$S_{\triangle AFB}=2a$、$S_{\Delta BCF}=8a$、$S_{\triangle ABC}=10a$、$S_{\triangle CFE}=\frac{8}{3}a$、$S_{\Delta ACG}=S_{\Delta BCG}=5a$、$S_{\Delta BDG}=\frac{5}{3}a$，再根据四边形$DEFG$的面积，求出$a=6$，即可得出$\triangle ABC$的面积.

【详解】解：连接CG、BF，过点F作$FM\perp AB$于点M，

设$S_{\triangle AFG}=a$，

$\because S_{\triangle AFG}=\frac{1}{2}\cdot AG\cdot FM$，$S_{\triangle FGB}=\frac{1}{2}\cdot BG\cdot FM$，$AG=BG$，

$\therefore S_{\triangle AFG}=S_{\triangle FGB}=a$，

$\therefore S_{\triangle AFB}=2a$，

$\because CF=4AF$，

同理可得：$S_{\triangle BCF}=4S_{\triangle AFB}$，

$\therefore S_{\triangle BCF}=8a$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AFB}+S_{\triangle BCF}=2a+8a=10a$，

$\because BD=DE=EC$，

$\therefore BC=3EC$，

同理可得：$S_{\triangle CFE}=\frac{1}{3}S_{\triangle BFC}=\frac{8}{3}a$，

$\because G$是AB的中点，

同理可得：$S_{\triangle ACG}=S_{\triangle BCG}=5a$，

$\because BD=DE=EC$，

$\therefore BC=3BD$，

同理可得：$S_{\triangle BDG}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCG}=\frac{5}{3}a$，

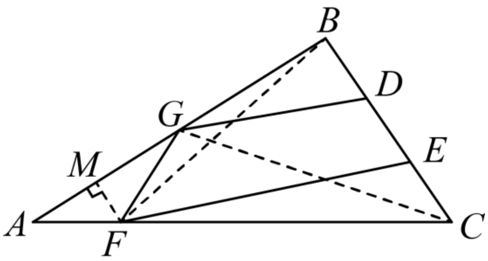
$\because$四边形$DEFG$的面积为28，

$\therefore S_{\text{四边形}DEFG}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AFG}-S_{\triangle CFE}-S_{\triangle BDG}=10a-a-\frac{8}{3}a-\frac{5}{3}a=\frac{14}{3}a=28$，

$\therefore a=6$，

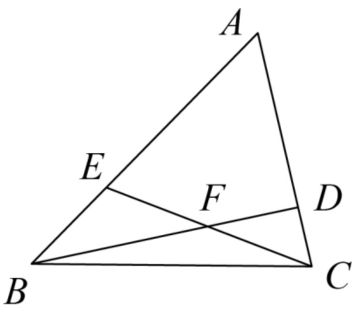
$\therefore S_{\triangle ABC}=10a=10\times 6=60$，

故选：A.



【点睛】本题主要考查了三角形的中线的性质，掌握三角形的中线的性质是解题关键．

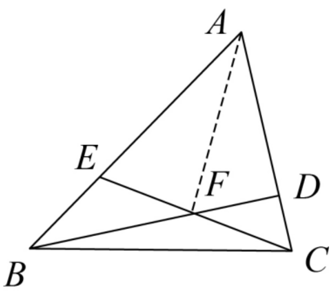
【变式 1-1】（2023 下·重庆·八年级西南大学附中校考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$BF=2FD$，$EF=FC$，若$\triangle BEF$的面积为 4，则四边形$AEFD$的面积为_____．



【答案】14

【分析】根据等底等高的三角形面积相等即可解决问题．

【详解】解：如图，连接AF，



$\because EF=FC$，$\triangle BEF$的面积为 4，

$\therefore S_{\triangle BFC}=4$，

$\because BF=2FD$，

$\therefore S_{\triangle DFC}=\frac{1}{2}S_{\triangle BFC}=2$，

$\because EF=FC$，

$\therefore S_{\triangle AEF}=S_{\triangle AFC}=S_{\triangle ADF}+2$，

$\because BF=2FD$，

$\therefore S_{\triangle ABF}=2S_{\triangle ADF}$，

$\therefore S_{\triangle AEF}+S_{\triangle BEF}=2S_{\triangle ADF}$，

$\therefore S_{\triangle ADF}+2+4=2S_{\triangle ADF}$，解得$S_{\triangle ADF}=6$，

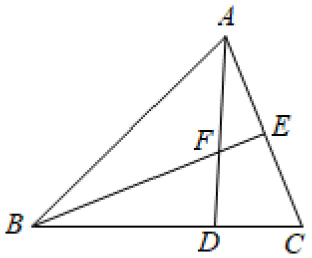
$\therefore S_{\triangle AEF}=6+2=8$，

$\therefore S_{四边形AEFD}=S_{\triangle ADF}+S_{\triangle AEF}=6+8=14$．

故答案为：14．

【点睛】本题主要考查了根据三角形的中线求面积，解决本题的关键是掌握等底等高的三角形面积相等．

【变式 1-2】（2023 下·江苏·八年级统考期末）如图，点 D，E 分别是$\triangle ABC$ 边 BC，AC 上一点，$BD=2CD$，$AE=CE$，连接 AD，BE 交于点 F，若$\triangle ABC$ 的面积为 18，则$\triangle BDF$ 与$\triangle AEF$ 的面积之差 $S_{\triangle BDF}-S_{\triangle AEF}$ 等于（　）



A．3　　B．$\frac{18}{5}$　　C．$\frac{9}{2}$　　D．6

【答案】A

【分析】由$\triangle ABC$ 的面积为 18，根据三角形的面积公式和等积代换即可求得．

【详解】解：$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot h_{BC}=\frac{1}{2}AC\cdot h_{AC}=18$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}(BD+CD)\cdot h_{BC}=\frac{1}{2}(AE+CE)\cdot h_{AC}=18$，

$\because AE=CE=\frac{1}{2}AC$，$S_{\triangle AEB}=\frac{1}{2}AE\cdot h_{AC}$，$S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}EC\cdot h_{AC}$，

$\therefore S_{\triangle AEB}=S_{\triangle CEB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 18=9$，

$\therefore S_{\triangle AEF}+S_{\triangle ABF}=9$①，

同理，$\because BD=2CD$，$BD+CD=BC$，

$\therefore BD=\frac{2}{3}BC$，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot h_{BC}$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}=\frac{2}{3}\times 18=12$，

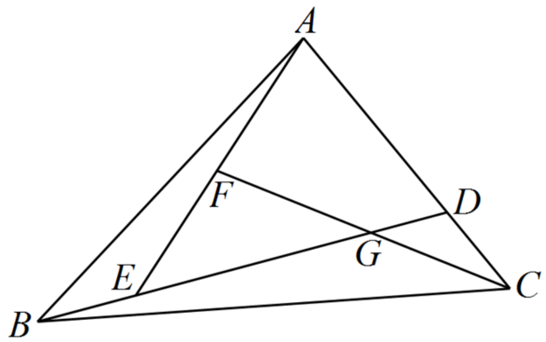
$\therefore S_{\triangle BDF}+S_{\triangle ABF}=12$②，

由①-②得：$S_{\triangle BDF}-S_{\triangle AEF}=(S_{\triangle BDF}+S_{\triangle ABF})-(S_{\triangle AEF}+S_{\triangle ABF})=12-9=3$．

故选：A．

【点睛】本题主要考查三角形的面积及等积变换，解答此题的关键是等积代换．

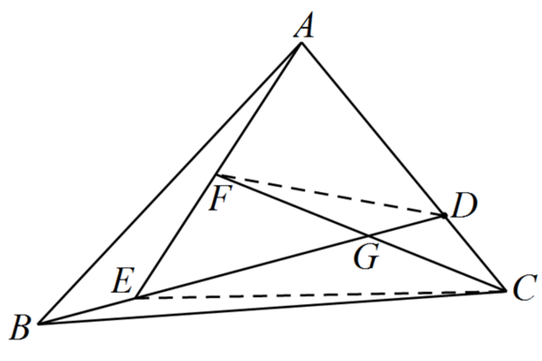
【变式 1-3】（2023 下·重庆沙坪坝·八年级重庆一中校考期末）如图，在$\triangle ABC$中，点D是AC边上一点，$CD:AD=1:2$，连接BD，点E是线段BD上一点，$BE:ED=1:3$，连接AE，点F是线段AE的中点，连接CF交线段BD于点G，若$\triangle ABC$的面积是 12，则$\triangle EFG$的面积是_______．



【答案】$\frac{9}{4}$

【分析】连接DF，CE．由题意中的线段的比和$S_{\triangle ABC}=12$，可推出$S_{\triangle ABD}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}=8$，$S_{\triangle CBD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}=4$，从而可求出$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABD}=2$，$S_{\triangle ADE}=\frac{3}{4}S_{\triangle ABD}=6$．结合中点的性质即得出$S_{\triangle ADF}=S_{\triangle EDF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADE}=3$，从而可求出$S_{\triangle CDF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADF}=\frac{3}{2}$，进而得出$S_{\triangle ECF}=S_{\triangle ACF}=S_{\triangle ADF}+S_{\triangle CDF}=\frac{9}{2}$，最后即得出$\frac{DG}{EG}=\frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle ECF}}=\frac{1}{3}$，最后即可求出$S_{\triangle EFG}=\frac{3}{4}S_{\triangle EDF}=\frac{9}{4}$．

【详解】解：如图，连接DF，CE．



$\because CD:AD=1:2$，$S_{\triangle ABC}=12$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}=8$，$S_{\triangle CBD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}=4$．

又$\because BE:ED=1:3$，

$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABD}=2$，$S_{\triangle ADE}=\frac{3}{4}S_{\triangle ABD}=6$．

∵点F是线段AE的中点，

∴$S_{\triangle ADF}=S_{\triangle EDF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADE}=3$.

∵$CD:AD=1:2$，

∴$S_{\triangle CDF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADF}=\frac{3}{2}$，

∴$S_{\triangle ACF}=S_{\triangle ADF}+S_{\triangle CDF}=\frac{9}{2}$，

∴$S_{\triangle ECF}=S_{\triangle ACF}=\frac{9}{2}$，

∴$\frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle ECF}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}}=\frac{1}{3}$，即$\frac{S_{\triangle DEF}+S_{\triangle DGC}}{S_{\triangle EFG}+S_{\triangle EGC}}=\frac{1}{3}$，

∴$\frac{DG}{EG}=\frac{1}{3}$，

∴$S_{\triangle EFG}=\frac{3}{4}S_{\triangle EDF}=\frac{9}{4}$.

故答案为：$\frac{9}{4}$.

【点睛】本题考查线段的中点的性质，线段的 n 等分点的性质，与三角形的高有关的计算问题．正确的连接辅助线是解题关键.

【题型 2　利用三角形的三边关系求取值范围】

【例 2】（2023 上·安徽安庆·八年级校考期末）已知△ABC 的两条高分别为 4 和 12，第三条高也为整数，则第三条高所有可能值为（　）

A．3 和 4　　B．1 和 2　　C．2 和 3　　D．4 和 5

【答案】D

【分析】先设长度为 4、12 的高分别是 a、b 边上的，边 c 上的高为 h，△ABC 的面积是 S，根据三角形面积公式，可求 a=$\frac{2S}{4}$；b=$\frac{2S}{12}$；c=$\frac{2S}{h}$，结合三角形三边的不等关系，可得关于 h 的不等式，解不等式即可.

【详解】设长度为 4、12 的高分别是 a，b 边上的，边 c 上的高为 h，△ABC 的面积是 S，那么 a=$\frac{2S}{4}$；b=$\frac{2S}{12}$；c=$\frac{2S}{h}$

∵a-b＜c＜a+b，

∴$\frac{2S}{4}$-$\frac{2S}{12}$＜c＜$\frac{2S}{4}$+$\frac{2S}{12}$，

即 $\frac{S}{3}$＜$\frac{2S}{h}$＜$\frac{2S}{3}$，

解得 3＜h＜6，

∴h=4 或 h=5，

故选 D.

【点睛】主要考查三角形三边关系；利用三角形面积的表示方法得到相关等式是解决本题的关键.

【变式 2-1】（2023 上·北京朝阳·八年级北京市陈经纶中学校考期末）若三边均不相等的三角形三边 a，b，c 满足$a-b>b-c$（a 为最长边，c 为最短边），则称它为“不均衡三角形”．例如，一个三角形三边分别为 7，5，4，因为$7-5>5-4$，所以这个三角形为“不均衡三角形”．

（1）以下两组长度的小木棚能组成“不均衡三角形”的为________（填序号）．

①13cm，18cm，9cm；　②9cm，8cm，6cm．

（2）已知“不均衡三角形”三边分别为$2x+2$，16，$2x-6$直接写出 x 的整数值为________．

【答案】　①　10 或 12 或 13 或 14

【分析】（1）根据“不均衡三角形”的定义即可求解；

（2）分三种情况，16为最长边、16不为最长也不为最短边、16为最短边进行讨论即可求解．

【详解】：（1）①$\because 18-13>13-9$，

∴13cm，18cm，9cm能组成“不均衡三角形”；

②$\because 9-8<8-6$，

∴9cm，8cm，6cm不能组成“不均衡三角形”．

故答案为：①.

（2）①当 16 为最长边，$2x-6$为最短边时，

$16-(2x+2)>2x+2-(2x-6)$，

解得：$x<3$，

$\because 2x-6>0$，

解得：$x>3$，

故不合题意，舍去；

②当$2x+2$为最长边，$2x-6$为最短边时，

$2x+2-16>16-(2x-6)$

解得：$x>9$，

$\because 2x+2>16>2x-6$，

解得：$7<x<11$，

$\therefore 9<x<11$，

$\because x$为整数，

$\therefore x=10$，

经检验，当$x=10$时，22，16，14可构成三角形；

③当$2x+2$为最长边，16 为最短边时，

$2x+2-(2x-6)>2x-6-16$

解得：$x<15$，

$\because 2x-6>16$，

解得：$x>11$，

$\therefore 11<x<15$，

$\because x$为整数，

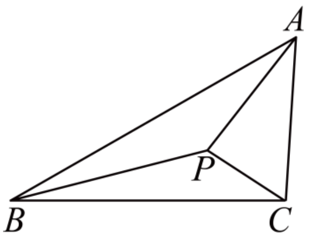
$\therefore x=12$或13或14，都可以构成三角形；

综上所述，x的整数值为10或12或13或14；

故答案为：10或12或13或14.

【点睛】本题考查了三角形三边关系、新概念"不均衡三角形"的定义、分类讨论等知识，熟练掌握新概念"不均衡三角形"的定义是解题的关键.

【变式 2-2】（2023 上·广东珠海·八年级珠海市斗门区实验中学校考期末）如图，已知 P 是△ABC 内任一点，AB＝12，BC＝10，AC＝6，则 PA+PB+PC 的值一定大于（　）



A．14　　B．15　　C．16　　D．28

【答案】A

【分析】在三个三角形中分别利用三边关系列出三个不等式，相加后根据不等式的性质即可得到正确的结论.

【详解】解：如图所示，在△ABP 中，AP+ BP> AB，

同理: BP + PC > BC，AP+ PC > AC，

以上三式左右两边分别相加得到:

2(PA+ PB+ PC)> AB+ BC+ AC,

即 PA+ PB+ PC>$\frac{1}{2}$(AB+ BC+ AC)，

∴PA+ PB+ PC>$\frac{1}{2}$×（12+10+6）=14，

即 PA+ PB+ PC>14

故选 A.

【点睛】本题主要考查的是三角形的三边关系，在三个三角形中分别利用三边关系列出三个不等式，相加后即可得到正确的结论.

【变式 2-3】（2023 上·广东惠州·八年级期末）AD 是△ABC 的边 BC 上的中线，AB=6，AC=4，则边 BC 的取值范围是______，中线 AD 的取值范围是______.

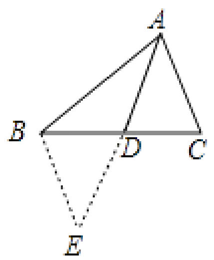
【答案】　2＜BC＜10；　1＜AD＜5

【详解】∵在△ABC 中，AB=6，AC=4，

∴6－4＜BC＜6+4，

∴2＜BC＜10；

延长 AD 到 E，使 AD=DE，连接 BE，如图所示：



∵AD 为中线，

∴BD=DC，

在△ADC 和△EDB 中，

$$\begin{cases} AD = DE \\ \angle ADC = \angle BDE \\ CD = BD \end{cases},$$

∴△ADC≌△EDB（SAS），

∴AC=BE=4，

在△ABE 中，AB=6，BE=4，

∴6－4＜AE＜6+4，

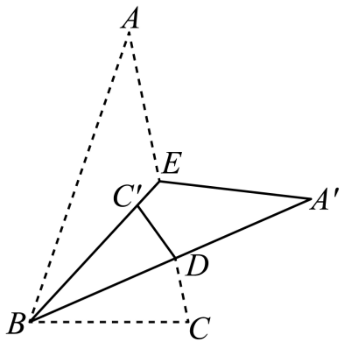
∴2＜2AD＜10，

∴1＜AD＜5，

故答案是：2＜BC＜10，1＜AD＜5．

【题型 3　三角形折叠中的角度问题】

【例 3】（2023 下·江苏无锡·八年级统考期末）如图，$\triangle ABC$中，$\angle A=20°$，沿BE将此三角形对折，又沿BA'再一次对折，点 C 落在BE上的C'处，此时$\angle C'DB=74°$，则原三角形的$\angle C$的度数为（　）



A．27°　　　B．59°　　　C．69°　　　D．79°

【答案】D

【分析】先根据折叠的性质得$\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，$\angle CDB=\angle C'DB=74°$，则$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，即$\angle ABC=3\angle 3$，根据三角形内角和定理得$\angle 3+\angle C=106°$，在$\triangle ABC$中，利用三角形内角和定理得$\angle A+\angle ABC+\angle C=180°$，则$20°+2\angle 3+106°=180°$，可计算出$\angle 3=27°$，即可得出结果．

【详解】解如图，$\because\triangle ABC$沿BE将此三角形对折，又沿BA'再一次对折，点C落在BE上的C'处，

$\therefore\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，$\angle CDB=\angle C'DB=74°$，

$\therefore\angle 1=\angle 2=\angle 3$，

$\therefore\angle ABC=3\angle 3$，

在$\triangle BCD$中，$\angle 3+\angle C+\angle CDB=180°$，

$\therefore\angle 3+\angle C=180°-74°=106°$，

在$\triangle ABC$中，

$\because\angle A+\angle ABC+\angle C=180°$，

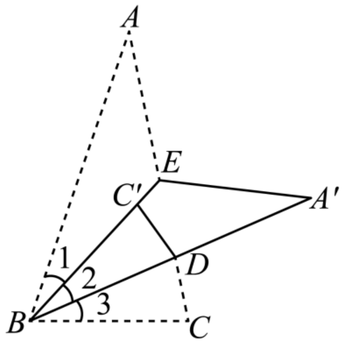
$\therefore 20°+2\angle 3+(\angle 3+\angle C)=180°$，

即$20°+2\angle 3+106°=180°$，

$\therefore\angle 3=27°$，

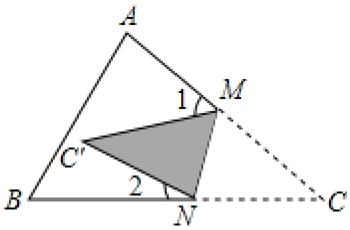
$\therefore\angle C=106°-27°=79°$，

故选：D．



【点睛】此题主要考查了图形的折叠变换及三角形内角和定理的应用等知识；熟练掌握折叠的性质，得出$\angle ABC$和$\angle CBD$的倍数关系是解决问题的关键．

【变式 3-1】（2023 下·海南海口·八年级校考阶段练习）如图，把△ABC 纸片沿 MN 折叠，使点 C 落在四边形 $ABNM$ 的内部时，则∠1、∠2 和 ∠C 之间有一种数量关系始终保持不变. 这个关系是___.



【答案】2∠C=∠1+∠2

【分析】根据三角形内角和定理得出∠C′=180°-∠C′MN-∠C′NM，再由图形翻折变换的性质即可得出结论．

【详解】解：在△C′MN 中，

∵∠C′+∠C′MN+∠C′NM=180°，

∴∠C′=180°-∠C′MN-∠C′NM，

由折叠的性质得：∠1+2∠C′MN=180°，∠2+2∠C′NM=180°，

∴∠1+2∠C′MN+∠2+2∠C′NM=360°，∠C=∠C′，

∴∠1+∠2=360°-2∠C′MN-2∠C′NM=2（180°-∠C′MN-∠C′NM）=2∠C′，

∴2∠C=∠1+∠2.

故答案为 2∠C=∠1+∠2．

【点睛】本题考查的是三角形内角和定理，熟知三角形内角和是 180°是解答此题的关键．

【变式 3-2】（2023 下·江苏徐州·八年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A = 20°$，点D在边AC上（如图1），先将$\triangle ABD$沿着BD翻折，使点A落在点A'处，$A'B$交AC于点E（如图 2），再将$\triangle BCE$沿着BE翻折，点C恰好落在BD上的点C'处，此时$\angle C'EB = 66°$（如图 3），则$\angle ABC$的度数为（　）

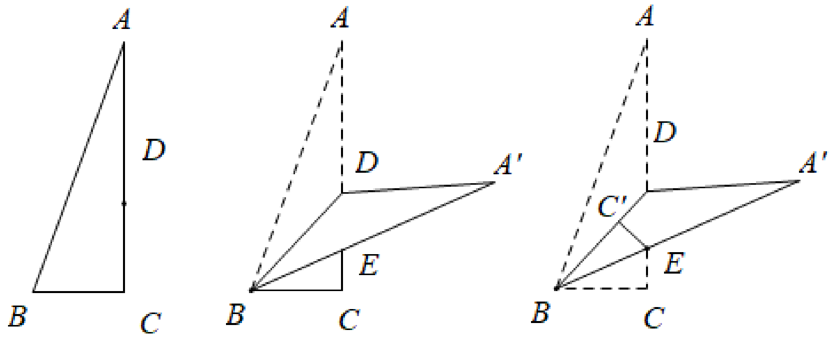


图1　　图2　　图3

A．66°　　B．23°　　C．46°　　D．69°

【答案】D

【分析】根据翻折后对应角相等得到$\angle ABC'=\angle C'BE=\angle EBC=\frac{1}{3}\angle ABC$，利用已知条件和三角形的内角和等于$180°$，建立等量关系可求$\angle ABC$的度数．

【详解】解：由题意可得$\angle ABC'=\angle C'BE=\angle EBC=\frac{1}{3}\angle ABC$，$\angle C'EB=\angle CEB=66°$，

设$\angle ABC=x$，则$\angle ABC'=\angle C'BE=\angle EBC=\frac{1}{3}x$，

$\because$三角形的内角和等于$180°$，

$\therefore$在$\triangle ABC$中，$\angle A+\angle ABC=180°-\angle C$，即$20°+x=180°-\angle C$；

在$\triangle BCE$中，$\angle CEB+\angle CBE=180°-\angle C$，即$66°+\frac{1}{3}x=180°-\angle C$；

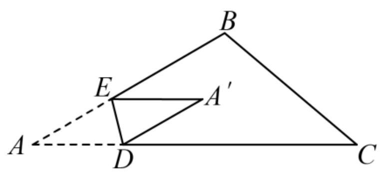
$\therefore$ $20°+x=66°+\frac{1}{3}x$，

解得：$x=69°$，

故选：D．

【点睛】本题考查翻折后对应角相等，利用三角形的内角和等于$180°$，设未知数并建立等量关系是解题的关键，本题的难点是$\angle C$是两个三角形的公共角，由此列方程求解．

【变式 3-3】（2023 下·江苏泰州·八年级统考期末）如图，将一张三角形纸片ABC的一角折叠，使得点 A 落A'的位置，折痕为DE．若$\angle A=30°$，$\angle C=40°$，若点 E 是AB边上的固定点（$AE<\frac{1}{2}AB$），D 是 AC 上一动点，将纸片沿DE折叠，使$A'D$与三角形ABC的其中一边平行，则$\angle AED=$_____．

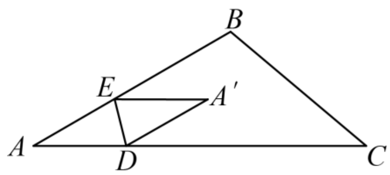


【答案】$75°$或$130°$或$40°$

【分析】分$AB \parallel A'D$时和$BC \parallel A'D$时，利用折叠性质和平行线的性质以及三角形的内角和求解即可.

【详解】解：根据折叠有：$\angle A = \angle A' = 30°$，

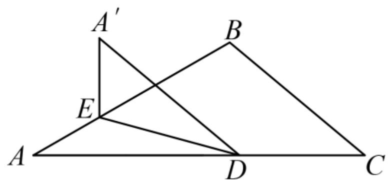
当$AB \parallel A'D$时，如图，则$\angle BEA' = \angle A' = 30°$，



由折叠性质得： $\angle AED = \angle A'ED$，

$\therefore \angle AED = \frac{1}{2}(180° - \angle BEA') = 75°$，

当$BC \parallel A'D$时，如图，则$\angle A'DA = \angle C = 40°$，

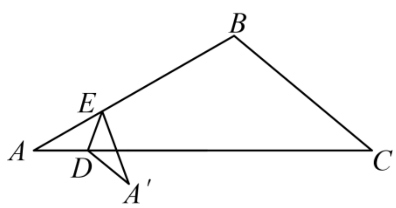


由折叠性质得： $\angle ADE = \angle A'DE$，

$\therefore \angle ADE = \angle A'DE = \frac{1}{2}\angle ADA' = 20°$，

$\therefore \angle AED = 180° - \angle ADE - \angle A = 130°$；

当$BC \parallel A'D$时，如图，则$\angle A'DC = \angle C = 40°$，



由折叠性质得：$\angle ADE = \angle A'DE$，

$\because \angle ADE = \angle A'DE = \angle A'DC + 180° = 220°$，

$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180° + \angle A'DC) = 110°$ ，

$\therefore$ $\angle AED = 180° - \angle ADE - \angle A = 40°$ ，

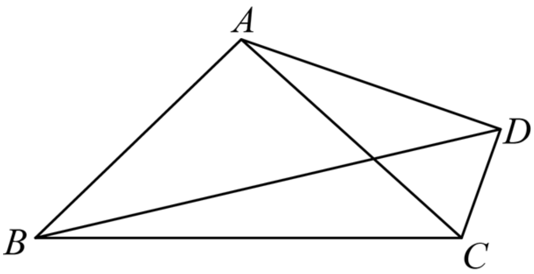
综上，$\angle AED$的度数为$75°$或$130°$或$40°$.

故答案为：$75°$或$130°$或$40°$.

【点睛】本题考查折叠性质、平行线性质，熟练掌握折叠性质，利用分类讨论思想，结合图形进行角的运算是解答的关键.

【题型 4　利用全等三角形的判定与性质求值】

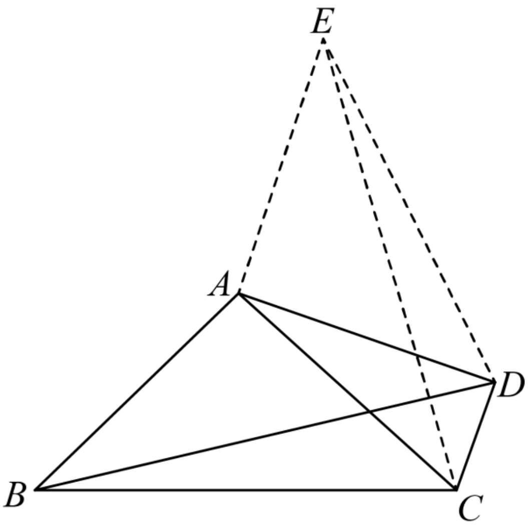
【例 4】（2023 下·黑龙江哈尔滨·八年级统考期末）如图，已知四边形$ABCD$，连接AC、BD，$\angle BAC = \angle ADC = 90°$，$AB = AC$，若$AD = 5$，则$\triangle ABD$的面积等于________.



【答案】$\frac{25}{2}$

【分析】如图，将AD逆时针旋转$90°$到AE，连接DE、CE，则$AE = AD = 5$，$\angle EAD = \angle ADC$，$CD \parallel AE$，证明$\triangle ABD \cong \triangle ACE(\text{SAS})$，根据$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AE \times AD$，计算求解即可.

【详解】解：如图，将AD逆时针旋转$90°$到AE，连接DE、CE，



$\therefore AE = AD = 5$，$\angle EAD = \angle ADC$，

$\therefore CD \parallel AE$，

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle CAD + \angle EAD$，即$\angle BAD = \angle CAE$，

$\because AB = AC$，$\angle BAD = \angle CAE$，$AD = AE$，

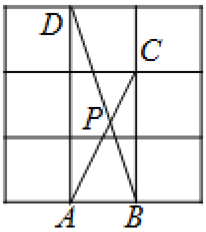
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE(\text{SAS})$，

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AE \times AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$，

故答案为：$\frac{25}{2}$.

【点睛】本题考查了旋转的性质，平行线的判定，平行线间距离相等，全等三角形的判定与性质．解题的关键在于正确的添加辅助线构造全等三角形.

【变式 4-1】（2023 下·山东济宁·八年级统考期末）如图，在3×3的网格中，每一个小正方形的边长都是1，点A，B，C，D都在格点上，连接AC，BD相交于P，那么$\angle APB$的大小是（　）



A．80°　　B．60°　　C．45°　　D．30°

【答案】C

【分析】取格点E，F，M，连接MD，MB，先证明$\Delta DFM \cong \Delta MEB$，得出$MD = MB$，$\angle DMF = \angle MBE$，再证明$AC//BM$得出$\angle APB = \angle PBM$，最后证明$\Delta DMB$是等腰直角三角形，得出$\angle DBM = 45°$，从而得出$\angle APB$=45°即可.

【详解】解：取格点E，F，M，连接MD，MB，

由已知条件可知：$MF = BE$，$DF = EM$，$\angle DFM = \angle MEB = 90°$，

$\therefore \Delta DFM \cong \Delta MEB$，

$\therefore MD = MB$，$\angle DMF = \angle MBE$，

同理可得：$\Delta ACB \cong \Delta BME$，

$\therefore \angle CAB = \angle MBE$，

$\therefore AC//BM$，

$\therefore \angle APB = \angle PBM$，

$\because \angle BME + \angle MBE = 90°$，

$\therefore \angle BME + \angle DMF = 90°$,

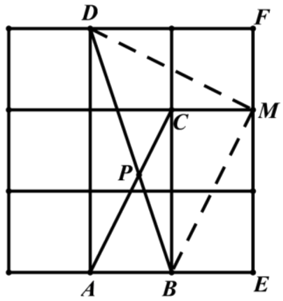
$\therefore \angle DMB = 90°$,

$\therefore \Delta DMB$是等腰直角三角形，

$\therefore \angle DBM = 45°$,

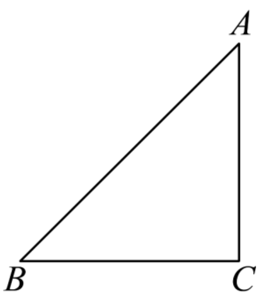
即$\angle APB$=45°，

故选：C.



【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，平行线的判定与性质，所求角转换成容易求出度数的角，合理的添加辅助线是解决本题的关键.

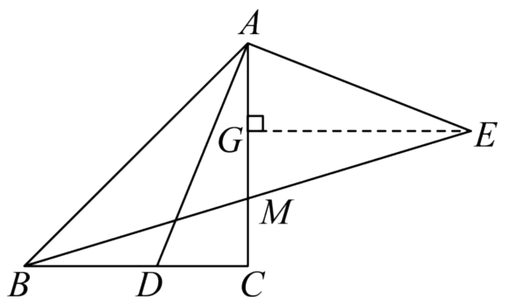
【变式4-2】（2023下·江苏盐城·八年级景山中学校考期末）已知：$\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，$AC = CB$，D为射线CB上一动点，连接AD，在直线AC右侧作$AE \perp AD$，且$AE = AD$．连接BE交直线AC于M，若$2AC = 7CM$，则$\frac{S_{\triangle ADB}}{S_{\triangle AEM}}$的值为_____.



【答案】$\frac{4}{5}$或$\frac{4}{9}$

【分析】添加辅助线，构造全等三角形，根据全等三角形的性质求出线段间的数量关系，最后进行分类讨论即可求解.

【详解】①如图，过E作$EG \perp AC$于点G，



$\therefore\angle ACB=\angle AGE=\angle CGE=90°$，

$\therefore\angle DAC+\angle ADC=90°$，

$\because AE\perp AD$，

$\therefore\angle DAE=90°$，即：$\angle DAC+\angle GAE=90°$，

$\therefore\angle ADC=\angle GAE$，

在$\triangle ADC$和$\triangle EAG$中，

$$\begin{cases}\angle ACD=\angle AGE\\ \angle ADC=\angle GAE\\ AD=AE\end{cases},$$

$\therefore\triangle ADC\cong\triangle EAG(\mathrm{AAS})$，

$\therefore AC=GE$，$CD=AG$，

$\therefore\triangle BMC\cong\triangle EMG(\mathrm{AAS})$，

$\therefore GM=MC$，

设$CM=2a$，则$AC=7a$，

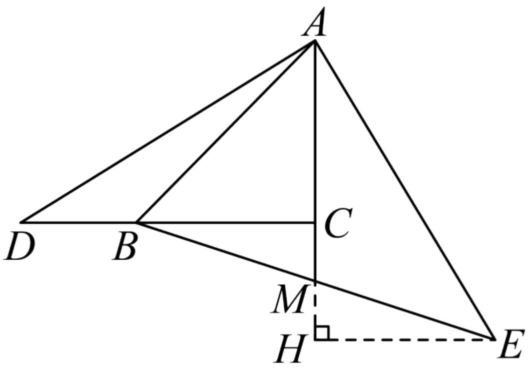
$\therefore GM=CM=2a$，$BC=AC=7a$，

$\therefore AG=CD=AC-GM-CM=7a-2a-2a=3a$，

$\therefore BD=BC-CD=7a-3a=4a$，$AM=AG+GM=3a+2a=5a$，

则$\frac{S_{\triangle ADB}}{S_{\triangle AEM}}=\frac{\frac{1}{2}BD\cdot AC}{\frac{1}{2}AM\cdot GE}=\frac{\frac{1}{2}\times4a\times7a}{\frac{1}{2}\times5a\times7a}=\frac{4}{5}$，

②如图，过E作$EH\perp AC$交AC延长线于点H，



$\therefore \angle ACB = \angle AHE = 90°$，

$\therefore \angle DAC + \angle ADC = 90°$，

$\because AD \perp AE$，

$\therefore \angle DAE = 90°$，即：$\angle DAC + \angle HAE = 90°$，

$\therefore \angle ADC = \angle HAE$，

在$\triangle ADC$和$\triangle EAH$中，

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle AHE \\ \angle ADC = \angle HAE \\ AD = AE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EAH(\mathrm{AAS})$，

$\therefore AC = HE$，$CD = AH$，

$\therefore AC = CB = HE$，

在$\triangle BMC$和$\triangle EMH$中，

$$\begin{cases} \angle BMC = \angle EMH \\ \angle BCM = \angle EHM \\ BC = HE \end{cases},$$

$\therefore \triangle BMC \cong \triangle EMH(\mathrm{AAS})$，

$\therefore HM = MC$，

设$CM = 2m$，则$AC = 7m$，

$\therefore HM = CM = 2m$，$BC = AC = 7m$，

$\therefore AH = CD = AC + GM + CM = 7m + 2m + 2m = 11m$，

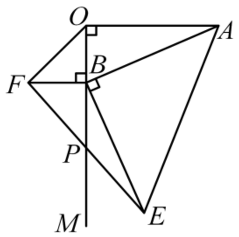
$\therefore BD = CD - BC = 11m - 7m = 4m$，$AM = AC + CM = 7m + 2m = 9m$，

则$\frac{S_{\triangle ADB}}{S_{\triangle AEM}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot AC}{\frac{1}{2}AM \cdot HE} = \frac{\frac{1}{2} \times 4m \times 7m}{\frac{1}{2} \times 9m \times 7m} = \frac{4}{9}$，

故答案为：$\frac{4}{5}$或$\frac{4}{9}$.

【点睛】此题考查了等腰直角三角形的性质，同角的余角相等，全等三角形的判定与性质，有关三角形的面积的求解，解题的关键是正确作出所需要的辅助线.

【变式 4-3】（2023 上·江苏无锡·八年级校联考期末）如图，AO⊥OM，OA=8，点 B 为射线 OM 上的一个动点，分别以 OB、AB 为直角边，B 为直角顶点，在 OM 两侧作等腰 Rt△OBF、等腰 Rt△ABE，连接 EF 交 OM 于 P 点，当点 B 在射线 OM 上移动时，PB 的长度是（　　）

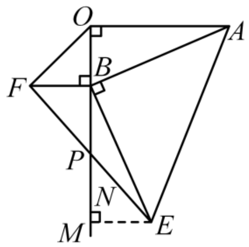


A．3.6　　B．4　　C．4.8　　D．PB 的长度随 B 点的运动而变化

【答案】B

【分析】作辅助线，首先证明△ABO≌△BEN，得到 BO=ME；进而证明△BPF≌△MPE，即可解决问题.

【详解】如图，过点 E 作 EN⊥BM，垂足为点 N，



∵∠AOB=∠ABE=∠BNE=90°，

∴∠ABO+∠BAO=∠ABO+∠NBE=90°，

∴∠BAO=∠NBE，

∵△ABE、△BFO 均为等腰直角三角形，

∴AB=BE，BF=BO；

在△ABO 与△BEN 中，

$$\begin{cases}\angle BAO=\angle NBE\\ \angle AOB=\angle BNE\\ AB=BE\end{cases}$$

∴△ABO≌△BEN（AAS），

∴BO=NE，BN=AO；

∵BO=BF，

∴BF=NE，

在△BPF 与△NPE 中，

$$\begin{cases}\angle FBP=\angle ENP\\ \angle FPB=\angle EPN\\ BF=NE\end{cases}$$

∴△BPF≌△NPE（AAS），

∴BP=NP=$\frac{1}{2}$BN；而 BN=AO，

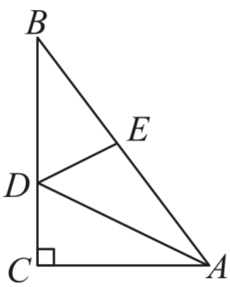
∴BP=$\frac{1}{2}$AO=$\frac{1}{2}$×8=4，

故选 B．

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，全等三角形的性质和判定的应用，解题的关键是作辅助线，构造全等三角形，灵活运用有关定理来分析或解答．

【题型 5　利用轴对称求最短路径】

【例 5】（2023 下·全国·八年级期末）如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，$AB=10$，如果点 D，E 分别为BC，AB上的动点，那么$AD+DE$的最小值是（　　）

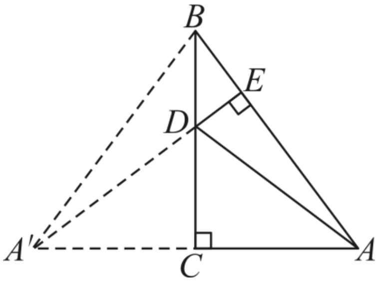


A．8.4　　B．9.6　　C．10　　D．10.8

【答案】B

【分析】如图所示，作点 A 关于BC的对称点A'，连接CA'，DA'，BA'，则$AD=A'D$，$BA=BA'$,故$AD+DE=A'D+DE$，由此推出当A'、D、E 三点共线时，$AD+DE=A'E$，$AD+DE$最小值即为$A'E$的长，当$A'E$最小时，即满足$A'E\perp AB$，故根据三角形的面积即可求得$A'E$的最小值．

【详解】解：作点 A 关于BC的对称点A'，作点$A'E\perp AB$，交BC于点 D，连接CA'，DA'如图：



则$AD = A'D$，

$\therefore AD + DE = A'D + DE \geq A'E$.

即$AD + DE$的最小值为$A'E$.

$\because \angle ACB = 90°$，$AC = 6$，$BC = 8$，$AB = 10$，

$\therefore AA' = 12$，

$\because S_{\triangle AA'B} = \frac{1}{2}AA' \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot A'E$，

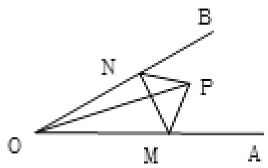
$\therefore A'E = \frac{AA' \cdot BC}{AB} = \frac{12 \times 8}{10} = 9.6$，

即$AD + DE$的最小值为 9.6.

故选：B.

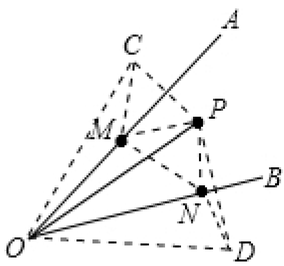
【点睛】此题考查了轴对称最短路径问题，垂线段的性质，根据三角形的面积求高等，熟练掌握以上性质是解本题的关键.

【变式 5-1】（2023 上·天津宁河·八年级统考期末）如图，点 P 是∠AOB 内任意一点，OP=5cm，点 M 和点 N 分别是射线 OA 和射线 OB 上的动点，∠AOB=30°则△PMN 周长的最小值=______



【答案】5cm；

【详解】分别作点 P 关于 OA、OB 的对称点 C、D，连接 CD，分别交 OA、OB 于点 M、N，连接 OP、OC、OD、PM、PN.



∵点 P 关于 OA 的对称点为 C，关于 OB 的对称点为 D，

∴PM=CM，OP=OC，∠COA=∠POA；

∵点 P 关于 OB 的对称点为 D，

∴PN=DN，OP=OD，∠DOB=∠POB，

∴OC=OD=OP=5cm，∠COD=∠COA+∠POA+∠POB+∠DOB=2∠POA+2∠POB=2∠AOB=60°，

∴△COD 是等边三角形，

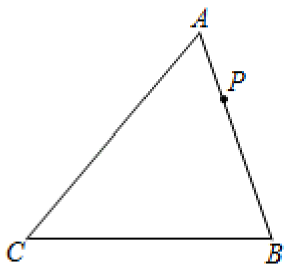
∴CD=OC=OD=5cm．

∴△PMN 的周长的最小值=PM+MN+PN=CM+MN+DN≥CD=5cm．

故答案是：5cm．

【点睛】主要运用最短路线问题，综合运用了等边三角形的知识．

【变式 5-2】（2023 下·陕西西安·八年级西安市铁一中学校考期末）如图，在锐角△*ABC* 中，∠*ACB*＝50°；边 *AB* 上有一定点 *P*，*M*、*N* 分别是 *AC* 和 *BC* 边上的动点，当△*PMN* 的周长最小时，∠*MPN* 的度数是（　　）



A．50°　　　　B．60°　　　　C．70°　　　　D．80°

【答案】D

【分析】根据轴对称的性质作 PD⊥AC 于点 E，PG⊥BC 于点 F，连接 DG 交 AC、BC 于点 M、N，连接 MP、NP，得到△PMN，由此解答.

【详解】解：过点 P 作 PD⊥AC 于点 E，PG⊥BC 于点 F，连接 DG 交 AC、BC 于点 M、N，连接 MP、NP，

∵*PD*⊥*AC*，*PG*⊥*BC*，

∴∠*PEC*＝∠*PFC*＝90°，

∴∠*C*+∠*EPF*＝180°，

∵∠*C*＝50°，

∵∠*D*+∠*G*+∠*EPF*＝180°，

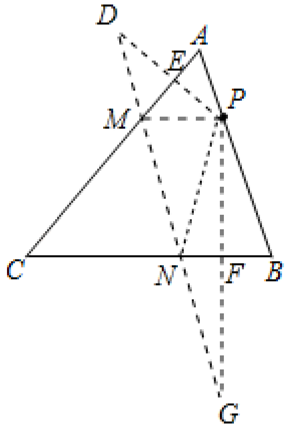
∴∠*D*+∠*G*＝50°，

由对称可知：∠*G*＝∠*GPN*，∠*D*＝∠*DPM*，

$\therefore \angle GPN + \angle DPM = 50°$，

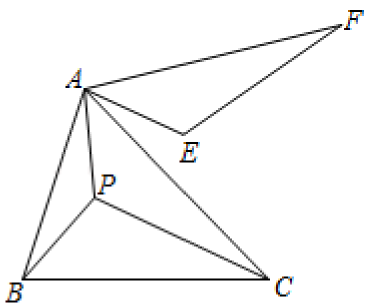
$\therefore \angle MPN = 130° - 50° = 80°$，

故选：D.



【点睛】此题考查最短路径问题，根据题意首先作出对称点，连接对称点得到符合题意的三角形，再根据轴对称的性质解答，正确掌握最短路径问题的解答思路是解题的关键.

【变式 5-3】（2023 上·四川绵阳·八年级统考期末）如图，已知$\angle BAC = 60°$，$AB = 4$，$AC = 6$，点 P 在$\triangle ABC$ 内，将$\triangle APC$ 绕着点 A 逆时针方向旋转 60°得到$\triangle AEF$．则 $AE+PB+PC$ 的最小值为（　　）

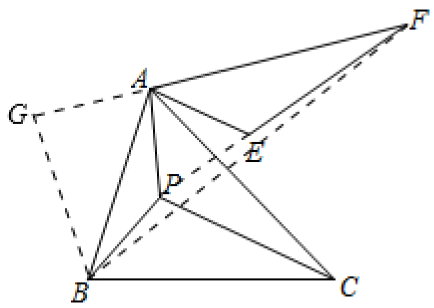


A．$2\sqrt{19}$　　　　B．8　　　　　　C．$5\sqrt{3}$　　　　　D．$6\sqrt{2}$

【答案】A

【分析】连接 PE，BF，过 B 作 AF 垂线交 FA 延长线于 G，由旋转性质得$AP = AE$，$\angle PAE = \angle CAF = 60°$，$PC = EF$，再证明△APE 为等边三角形，将$AE + PB + PC$转化为$PB + PE + EF \geq BF$，再在直角$\triangle BGF$ 中由勾股定理求出 BF 即可.

【详解】解：如图，连接 PE，BF，过 B 作 AF 垂线交 FA 延长线于 G，



∵△APC 绕着点 A 逆时针方向旋转 60°得到△AEF，

∴$AP=AE$，$\angle PAE=\angle CAF=60°$，$PC=EF$，

∴△APE 为等边三角形，

即$AE=PE$，

∴$AE+PB+PC=PB+PE+EF\geq BF$，

∵$\angle BAC=60°$，

∴$\angle BAF=120°$，

∴$\angle BAG=60°$，

∴$AG=\frac{1}{2}AB=2$，$GF=2+6=8$，

∴$BG=\sqrt{AB^2-AG^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

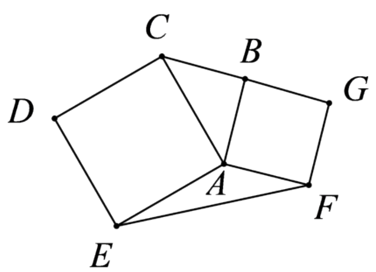
∴$BF=\sqrt{BG^2+GF^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+8^2}=2\sqrt{19}$.

故选：A.

【点睛】本题考查了旋转的性质、等边三角形的判定与性质、勾股定理，将$AE+PB+PC$转化为$PB+PE+EF\geq BF$是解决本题的关键.

【题型 6　利用勾股定理求面积】

【例 6】（2023 上·陕西西安·八年级西安市铁一中学校考期末）如图，分别以Rt△ACB的直角边AB和斜边AC为边向外作正方形$ABGF$和正方形$ACDE$，连结EF．已知$CB=6$，$EF=10$，则△AEF的面积为（　）

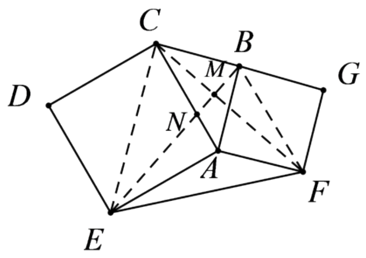


A．$6\sqrt{3}$　　　B．$8\sqrt{3}$　　　C．24　　　D．12

【答案】D

【分析】连接CE,CF,BE,BF，设BE,CF交于点M，AC,BE交于点N，证明$\triangle ABE\cong\triangle AFC$（SAS），进而证明$CF\perp BE$，根据勾股定理得出$AB^2=16$，$AC^2=52$，过点$A$作$AT\perp EF$于点$T$，勾股定理求得$AT$，根据三角形的面积公式进行计算即可求解．

【详解】解：如图，



连接CE,CF,BE,BF，设BE,CF交于点M，AC,BE交于点N，

$\because$四边形$ACDE,ABGF$是正方形，

$\therefore AC=AE,AB=AF$，$\angle EAC=\angle FAB=90°$

$\therefore\angle EAC+\angle CAB=\angle BAF+\angle CAB$

即$\angle EAB=\angle CAF$，

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle AFC$（SAS），

$\therefore\angle ACF=\angle AEB$，

$\because\angle CNE=\angle CMN+\angle ACF=\angle NAE+\angle AEB$，

$\therefore\angle CMN=\angle NAE=90°$，

即$CF\perp BE$，

$\therefore CM^2+BM^2=CB^2,EM^2+FM^2=EF^2$，$BM^2+MF^2=BF^2,CM^2+EM^2=EC^2$，

$\therefore CM^2+BM^2+EM^2+FM^2=CB^2+EF^2$

$\therefore BF^2+CE^2=CB^2+EF^2=6^2+10^2=136$

又$\because EC=\sqrt{2}AC,BF=\sqrt{2}AB$，

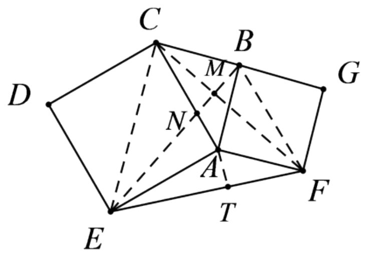
$\therefore 2AB^2+2AC^2=136$

又$\because AC^2-AB^2=BC^2=36$，

解得：$AB^2=16$，$AC^2=52$，

$\therefore AF=AB=4,AE=AC=2\sqrt{13}$，

过点A作$AT\perp EF$于点T，



设$ET=x$

$\therefore AT^2=AE^2-ET^2=AF^2-(10-ET)^2$

即$52-x^2=16-(10-x)^2$，

解得：$x=\frac{34}{5}=6.8$

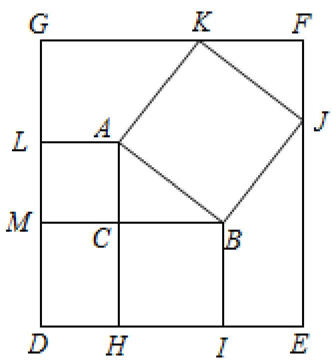
$\therefore AT=\sqrt{52-6.8^2}=\sqrt{5.76}=2.4$

$\therefore S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}\times 10\times 2.4=12$，

故选：D.

【点睛】本题考查了勾股定理，全等三角形的性质与判定，证明$CF\perp BE$是解题的关键.

【变式 6-1】（2023 上·浙江金华·八年级统考期末）如图，已知长方形纸板的边长$DE=10$，$EF=11$，在纸板内部画Rt$\triangle ABC$，并分别以三边为边长向外作正方形，当边HI、LM和点 K、J 都恰好在长方形纸板的边上时，则$\triangle ABC$的面积为（　）



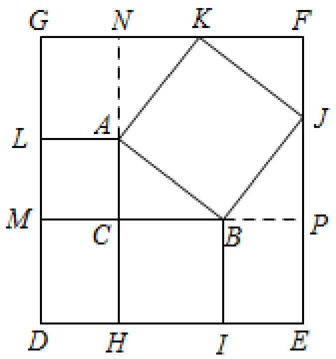
A．6　　　　B．$\frac{11}{2}$　　　　C．$\frac{25}{4}$　　　　D．$3\sqrt{5}$

【答案】A

【分析】延长 CA 与 GF 交于点 N，延长 CB 与 EF 交于点 P，设 $AC=b$，$BC=a$，则 $AB=\sqrt{a^2+b^2}$，证明$\triangle ABC\cong\triangle BJK\cong\triangle JKF\cong\triangle KAN$，再利用长方形 $DEFG$ 的面积=十个小图形的面积和进而求得 $ab=12$，即可求解.

【详解】解：延长 CA 与 GF 交于点 N，延长 CB 与 EF 交于点 P，

设 $AC=b$，$BC=a$，则 $AB=\sqrt{a^2+b^2}$，



∵四边形 $ABJK$ 是正方形，四边形 $ACML$ 是正方形，四边形 $BCHI$ 是正方形，

∴$AB=BJ$，$\angle ABJ=90°$，

∴$\angle ABC+\angle PBJ=90°=\angle ABC+\angle BAC$，

∴$\angle BAC=\angle JBP$，

∵$\angle ACB=\angle BPJ=90°$，

∴$\triangle ABC\cong\triangle BJK$（$AAS$），

同理$\triangle ABC\cong\triangle BJK\cong\triangle JKF\cong\triangle KAN$，

∴$AC=BP=JF=KN=NG=b$，$BC=PJ=FK=AN=PE=a$，

∵$DE=10$，$EF=11$，

∴$2b+a=10$，$2a+b=11$，

∴$a+b=7$，

∴$a^2+b^2=49-2ab$，

∵长方形 $DEFG$ 的面积=十个小图形的面积和，

∴$10\times11=3ab+\frac{1}{2}ab\times4+a^2+b^2+(\sqrt{a^2+b^2})^2$，

整理得：$5ab+2(a^2+b^2)=110$，

把 $a^2+b^2=49-2ab$，代入得：$5ab+2(49-2ab)=110$，

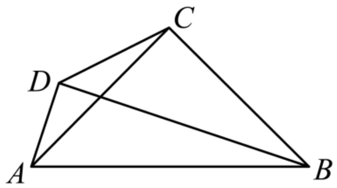
∴$ab=12$，

∴$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{1}{2}ab=6$，

故选：A．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，勾股定理，关键是构造全等三角形和直角三角形．

【变式 6-2】（2023 上·江苏无锡·八年级统考期末）如图，在四边形$ABCD$中，连接AC、BD，已知$\angle ADB=\angle ACB=90°$，$\angle CAB=45°$，$CD=\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{5}$，则四边形$ABCD$的面积为（　）



A．$2\sqrt{2}$　　B．3　　C．$\frac{7}{2}$　　D．4

【答案】B

【分析】如图，延长 BC，AD，二线交于点 E，设 AC，BD 的交点为点 M，过点 C 分别作 $CG\perp DE$，垂足为 G，$CF\perp DB$，垂足为 F，证明$\triangle AGC\cong\triangle BFC$ 即可．

【详解】如图，延长 BC，AD，二线交于点 E，设 AC，BD 的交点为点 M，

$\because\angle ACB=\angle ADB=90°$，$\angle ADM=\angle BCM$，$\angle CAB=45°$，

$\therefore\angle ACE=\angle BCM=90°$，$\angle EAC=\angle MBC$，$AC=BC$，

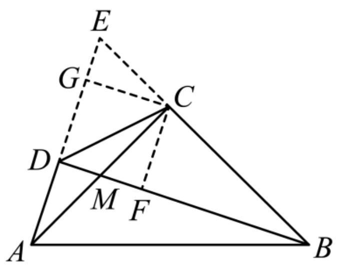
$\therefore\triangle ACE\cong\triangle BCM$，

$\therefore\angle AEC=\angle BMC$，$CM=CE$，

过点 C 分别作 $CG\perp DE$，垂足为 G，$CF\perp DB$，垂足为 F，

$\because\angle AEC=\angle BMC$，$CM=CE$，

$\therefore\triangle GEC\cong\triangle FMC$，



$\therefore GC=FC$，

$\therefore DC$ 平分$\angle BDE$，$\angle GDC=\angle FDC=45°$，四边形 $CGDF$ 是正方形，

$\because CD=\sqrt{2}$，

$\therefore CG=GD=DF=FC=1$，

$\because BC=\sqrt{5}$，

$\therefore BF=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1}=2$，

$\because\angle GAC=\angle FBC$，$GC=FC$，

$\therefore\triangle AGC\cong\triangle BFC$，

$\therefore AG=BF=2$，$AD=AG-DG=1$，$BD=BF+DF=3$，

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}=\frac{1}{2}BD\cdot CF+\frac{1}{2}BD\cdot AD$

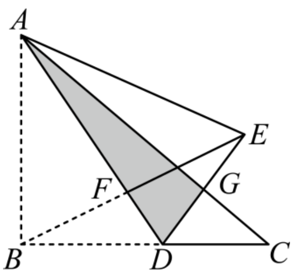
$=\frac{1}{2}BD\cdot(DG+AD)=\frac{1}{2}BD\cdot AG$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$，

故选 B．

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质，勾股定理，角平分线的判定定理，等腰直角三角形的判定和性质，正方形的判定和性质，熟练掌握三角形全等，勾股定理，灵活运用角的平分线的判定定理是解题的关键．

【变式 6-3】（2023 下·浙江宁波·八年级统考期末）如图，三角形纸片 ABC，点 D 是 BC 边上一点，连接 AD，把$\triangle ABD$ 沿着 AD 翻折，得到$\triangle AED$，DE 与 AC 交于点 G，连接 BE 交 AD 于点 F．若 $DG=GE$，$AF=4$，$BF=2$，$\triangle ADG$ 的面积为$\frac{5}{2}$，则点 F 到 BC 的距离为（　　）



A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【答案】B

【分析】首先求出$\triangle ABD$ 的面积．根据三角形的面积公式求出 DF，设点 F 到 BD 的距离为 h，根据$\frac{1}{2}\bullet BD\bullet h=\frac{1}{2}\bullet BF\bullet DF$，求出 BD 即可解决问题．

【详解】解：$\because DG=GE$，

$\therefore S_{\triangle}ADG=S_{\triangle}AEG=\frac{5}{2}$，

$\therefore S_{\triangle}ADE=5$，

由翻折可知，$\triangle ADB\cong\triangle ADE$，$BE\perp AD$，

$\therefore S_{\triangle}ABD=S_{\triangle}ADE=5$，$\angle BFD=90°$，

$\therefore\frac{1}{2}\cdot(AF+DF)\cdot BF=5$，

$\therefore\frac{1}{2}\cdot(4+DF)\cdot 2=5$，

$\therefore DF=1$，

$\therefore DB=\sqrt{BF^2+DF^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

设点 F 到 BD 的距离为 h，

则$\frac{1}{2}\cdot BD\cdot h=\frac{1}{2}\cdot BF\cdot DF$，

即：$\frac{1}{2}\times\sqrt{5}h=\frac{1}{2}\times 2\times 1$，

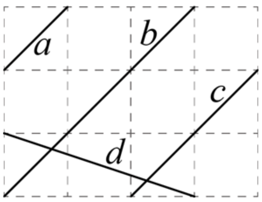
$\therefore h=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

故选：B．

【点睛】本题考查翻折变换，三角形的面积，勾股定理二次根式的运算等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用参数构建方程解决问题．

【题型 7　网格中勾股定理的运用】

【例 7】(2023 下·安徽亳州·八年级校考期末）如图，在单位为 1 的正方形网格图中有a，b，c，d四条线段，从中任取三条线段所构成的三角形中恰好是直角三角形的个数为（　）



A．0 个　　B．1 个　　C．2 个　　D．3 个

【答案】C

【分析】由图形和勾股定理可得a，b，c，d四条线段的长度，再根据勾股定理的逆定理，即可得到构成直角三角形的个数．

【详解】解：由图可得：$a=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，$c=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$d=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

$\because(\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2=2+8=10=(\sqrt{10})^2$，$(\sqrt{10})^2+(2\sqrt{2})^2=10+8=18=(3\sqrt{2})^2$，

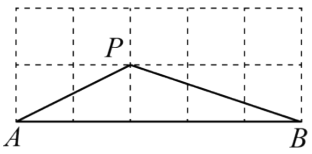
$\therefore$ 线段a、c、d和b、c、d可以构成直角三角形，

$\therefore$ 从中任取三条线段所构成的三角形中恰好是直角三角形的个数为 2 个，

故选：C．

【点睛】本题考查了勾股定理、勾股定理逆定理，熟练掌握勾股定理以及勾股定理逆定理是解题的关键．

【变式 7-1】（2023 下·宁夏吴忠·八年级校考期末）如图所示的网格是正方形网格，点 A，B，P 是网格线的交点，则∠PAB+∠PBA=（　）

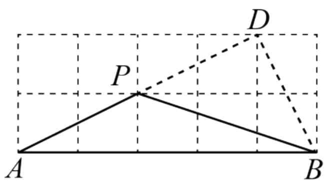


A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．75°

【答案】B

【分析】延长 AP 交格点于 D，连接 BD，根据勾股定理得$PD^2=BD^2=5$，$PB^2=10$，求得$PD^2+BD^2=PB^2$，于是得到∠PDB=90°，根据等腰直角三角形的性质和三角形外角的性质即可得到结论．

【详解】解：如图，延长 AP 交格点于 D，连接 BD，



则$PD^2=BD^2=1^2+2^2=5$，$PB^2=1^2+3^2=10$，

∴$PD^2+BD^2=PB^2$，

∴∠PDB=90°，则△DPB 为等腰直角三角形，

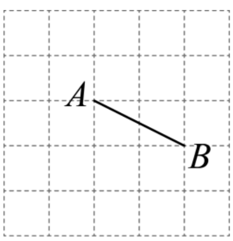
∴∠DPB=45°，

∴∠PAB+∠PBA=∠DPB=45°，

故选：B．

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，勾股定理，三角形的外角性质，等腰直角三角形的判定和性质，正确作出辅助线是解题的关键．

【变式 7-2】（2023 下·河北保定·八年级统考期末）如图，在每个小正方形的边长均为 1 的网格中，线段AB的两个端点均在格点（正方形的顶点）上．



（1）线段AB的长为_________；

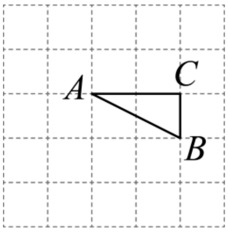
（2）若$\triangle ABC$是直角三角形，则网格中满足条件的格点C共有_________个．

【答案】　$\sqrt{5}$　6/六

【分析】（1）构造直角三角形，利用勾股定理求解即可；

（2）根据直角三角形的概念，画出图形即可得到答案．

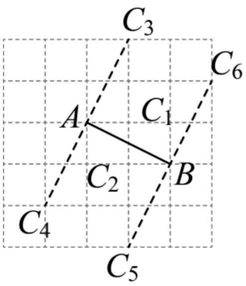
【详解】（1）解：如图，



由勾股定理得$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

故答案为：$\sqrt{5}$；

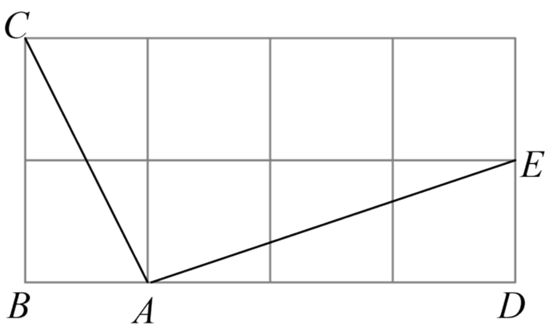
（2）解：如图所示，共有6个，



故答案为：6．

【点睛】此题考查了作图-应用与设计，勾股定理，熟练掌握知识点是解题的关键．

【变式7-3】（2023下·江西新余·八年级统考期末）如图所示的网格是正方形网格，点A、B、C、D、E是网格线交点，则$\angle BAC-\angle DAE$的为_____度．

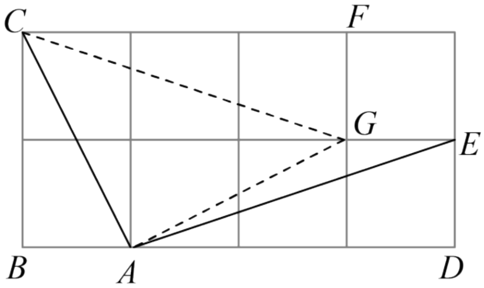


【答案】45

【分析】连接CG、AG，根据勾股定理可以得出$\triangle CAG$是等腰直角三角形，利用平行线性质得到$\angle ACF=\angle BAC$，从而可证$\triangle CFG\cong\triangle ADE(\mathrm{SAS})$，得到$\angle FCG=\angle DAE$，利用$\angle BAC-\angle DAE=\angle ACF-\angle FCG$求

出结果即可.

【详解】解：如图，连接CG、AG，



由勾股定理得：$AC^2 = AG^2 = 1^2 + 2^2 = 5$，$CG^2 = 1^2 + 3^2 = 10$，

$\therefore AC^2 + AG^2 = CG^2$，

$\therefore \angle CAG = 90°$，

$\therefore \triangle CAG$是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ACG = 45°$，

$\therefore CF \parallel AB$，

$\therefore \angle ACF = \angle BAC$，

在$\triangle CFG$和$\triangle ADE$中

$$\begin{cases} CF = AD \\ \angle CFG = \angle ADE = 90° \\ FG = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CFG \cong \triangle ADE(\mathrm{SAS})$

$\therefore \angle FCG = \angle DAE$

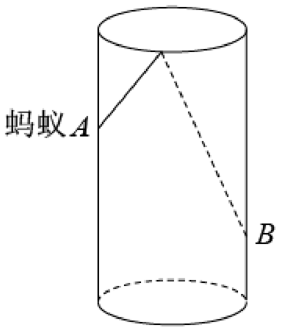
$\therefore \angle BAC - \angle DAE = \angle ACF - \angle FCG = \angle ACG = 45°$，

故答案为：45.

【点睛】本题考查了勾股定理，等腰直角三角形的判定与性质，平行线的性质，全等三角形的判定与性质，正确作出辅助线利用网格线的特征是解答本题的关键.

【题型 8　由勾股定理求立体几何图形中的最短路径】

【例 8】（2023 上·河北保定·八年级保定市第十七中学校考期末）如图，透明的圆柱形容器（容器厚度忽略不计）的高为12cm，底面周长为16cm，在容器内壁离容器底部3cm的点B处有一饭粒，此时一只蚂蚁正好在容器外壁，且离容器上沿3cm的点A处，则蚂蚁吃到饭粒需爬行的最短路径是（　　）

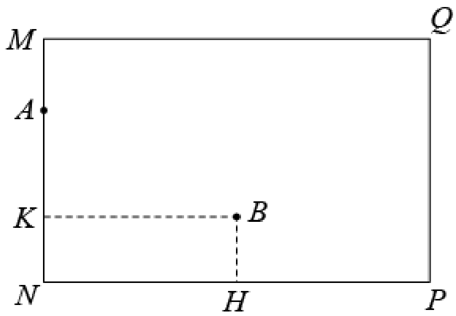


A．20cm　　B．$4\sqrt{13}$cm　　C．10cm　　D．$2\sqrt{73}$cm

【答案】B

【分析】根据题意，得圆柱形容器的侧面展开图为矩形$MNPQ$，根据矩形的性质，得MK、KB，延长AM于点A'，且$AM=A'M$，连接$A'B$，$A'B$交MQ于点S，连接AS，根据全等三角形的性质，通过证明$\triangle AMS\cong\triangle A'MS$，得$AS=A'S$；根据两点之间直线段最短的性质，得蚂蚁吃到饭粒需爬行的最短路径为$AS+BS$，根据勾股定理的性质计算得$A'B$，即可得到答案．

【详解】根据题意，圆柱形容器的侧面展开图为矩形$MNPQ$，过点B作$BH\perp NP$，交NP于点H，过点B作$BK\perp MN$，交MN于点K；



根据题意，得：$AM=3\text{cm}$，$MQ=NP=16\text{cm}$，$MN=QP=12\text{cm}$，$NH=PH$，$BH=3\text{cm}$

$\therefore NH=PH=\frac{1}{2}NP=8\text{cm}$

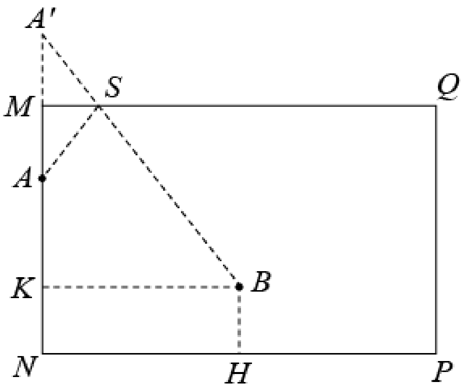
$\because BH\perp NP$，$BK\perp MN$，$\angle N=90^\circ$

$\therefore$四边形$KNHB$为矩形

$\therefore KB=NH=8\text{cm}$，$KN=BH=3\text{cm}$，$\angle AMQ=90^\circ$

$\therefore MK=MN-KN=12-3=9\text{cm}$

如下图，延长AM于点A'，且$AM=A'M$，连接$A'B$，$A'B$交MQ于点S，连接AS



在$\triangle AMS$和$\triangle A'MS$中

$$\begin{cases} A'M = AM \\ \angle A'MS = \angle AMS = 90^\circ \\ MS = MS \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMS \cong \triangle A'MS$

$\therefore AS = A'S$

根据题意，蚂蚁吃到饭粒需爬行的最短路径为$AS + BS$

$\because A'M = AM$

$\because AM = A'M = 3\text{cm}$

$\therefore A'K = A'M + MK = 12\text{cm}$

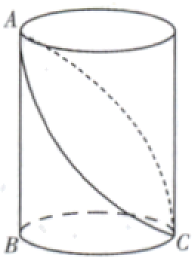
$\therefore A'B = \sqrt{A'K^2 + KB^2} = 4\sqrt{13}\text{cm}$

$\therefore AS + BS = A'S + BS = A'B = 4\sqrt{13}\text{cm}$，即蚂蚁吃到饭粒需爬行的最短路径是$4\sqrt{13}\text{cm}$

故选：B．

【点睛】本题考查了全等三角形、勾股定理、两点之间直线段最短、矩形的知识；解题的关键是熟练掌握矩形、勾股定理、两点之间直线段最短的性质，从而完成求解．

【变式 8-1】（2023·八年级课时练习）如图，已知圆柱的底面直径$BC = \frac{6}{\pi}$，高$AB = 3$，小虫在圆柱侧面爬行，从C点爬到A点，然后再沿另一面爬回C点，则小虫爬行的最短路程的平方为（　）

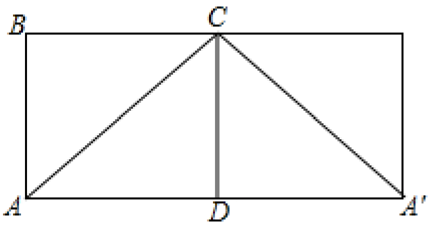


A．18　　　B．48　　　C．120　　　D．72

【答案】D

【分析】要求最短路径，首先要把圆柱的侧面展开，利用两点之间线段最短，然后利用勾股定理即可求解.

【详解】解：把圆柱侧面展开，展开图如图所示，



点A，C的最短距离为线段AC的长.

∵已知圆柱的底面直径$BC=\frac{6}{\pi}$，

∴$AD=\pi\cdot\frac{6}{\pi}\div 2=3$，

在$Rt\Delta ADC$中，$\angle ADC=90°$ ，$CD=AB=3$，

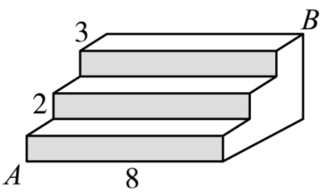
∴$AC^2=AD^2+CD^2=18$，

∴从C点爬到A点，然后再沿另一面爬回C点，则小虫爬行的最短路程的平方为$(2AC)^2=4AC^2=72$.

故选 D.

【点睛】本题考查了平面展开-最短路径问题，解题的关键是会将圆柱的侧面展开，并利用勾股定理解答.

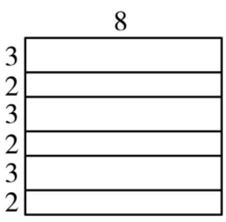
【变式 8-2】（2023 上·重庆·八年级校联考期末）如图，三级台阶，每一级的长、宽、高分别为 8dm、3dm、2dm，A 和 B 是这个台阶上两个相对的端点，点 A 处有一只蚂蚁，想到点 B 处去吃可口的食物，则蚂蚁沿着台阶面爬行到点 B 的最短路程为_____dm.



【答案】17

【分析】先将图形平面展开，再用勾股定理根据两点之间线段最短进行解答.

【详解】解：三级台阶平面展开图为长方形，长为 8dm，宽为$(2+3)\times 3dm$，



则蚂蚁沿台阶面爬行到 B 点最短路程是此长方形的对角线长.

可设蚂蚁沿台阶面爬行到 B 点最短路程为 xdm，

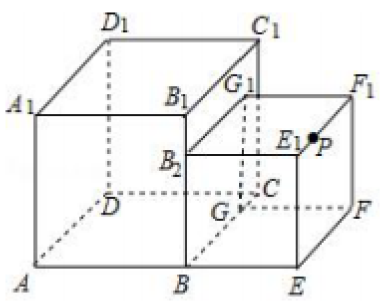
由勾股定理得：$x^2=8^2+[(2+3)\times3]^2=17^2$，

解得$x=17$.

故答案为：17.

【点睛】本题考查了平面展开—最短路径问题，用到台阶的平面展开图，只要根据题意判断出长方形的长和宽即可解答.

【变式 8-3】（2023 上·江苏无锡·八年级滨湖中学校考期末）棱长分别为$5cm$，$4cm$两个正方体如图放置，点P在E_1F_1上，且$E_1P=\frac{1}{4}E_1F_1$，一只蚂蚁如果要沿着长方体的表面从点A爬到点P，需要爬行的最短距离是____



【答案】$\sqrt{106}cm$

【分析】根据两点之间直线最短的定理，将正方体展开即可解题.

【详解】将两个立方体平面展开，将$E_1F_1G_1B_2$面以E_1B_2为轴向上展开，连接 A、P 两点，得到三角形 APE，AE=4+5=9，EP=4+1=5，AP=$\sqrt{9^2+5^2}$=$\sqrt{106}$cm.

【点睛】本题考查空间思维能力.

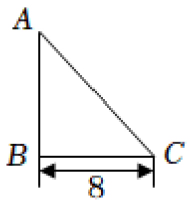
【题型 9　勾股定理的实际应用】

【例 9】（2023·江西九江·校考模拟预测）我国古代数学名著《九章算术》中有这样一道题目，大致意思是：有一竖立着的木杆，在木杆的上端系有绳索，绳索从木杆上端顺着木杆下垂后，堆在地面上的部分有 3 尺，牵着绳索头（绳索头与地面接触）退行，在离木杆底部 8 尺处时，绳索用尽．问绳索长为多少．绳索长为_尺.

【答案】$\frac{73}{6}$

【分析】设绳索AC的长为 x 尺，则木柱AB的长为$(x-3)$尺，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，根据勾股定理即可列出方程解答即可.

【详解】解：设绳索AC的长为 x 尺，则木柱AB的长为$(x-3)$尺，



在Rt△ABC中，由勾股定理得，$AC^2-AB^2=BC^2$，

即$x^2-(x-3)^2=8^2$，

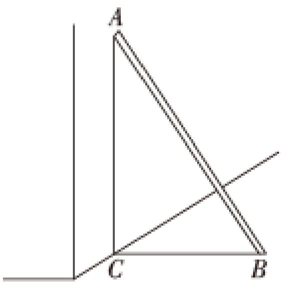
解得$x=\frac{73}{6}$，

答：绳索长为$\frac{73}{6}$尺.

故答案为：$\frac{73}{6}$.

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，熟记直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方是解题的关键.

【变式 9-1】（2023 下·浙江绍兴·八年级统考期末）如图，斜靠在墙上的一根竹竿，AB＝10m，BC＝6m，若 A 端沿垂直于地面的方向 AC 下移 2m，则 B 端将沿 CB 方向移动的距离是（　　）米.



A．1.6　　　B．1.8　　　C．2　　　D．2.2

【答案】C

【分析】直接利用勾股定理得出 AC 的长，再利用勾股定理得出 CB'，进而得出 B 端将沿 CB 方向移动.

【详解】在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$

$\because AB=10$，$BC=6$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

当 AC 下移 2m 后，$A'C$=8-2=6，

在 $Rt\Delta A'B'C$ 中，$\angle A'CB'=90°$

$B'C=\sqrt{A'B'^2-A'C^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

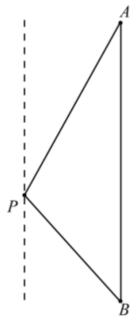
$B'C-BC$=8-6= 2

∴移动了 2m

故选：C.

【点睛】此题主要考查了勾股定理的应用，正确应用勾股定理是解题关键.

【变式 9-2】（2023 上·山东济南·八年级统考期末）如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 30°方向，距离灯塔 80 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45°方向上的 B 处，这时，海轮所在的 B 处与灯塔 P 的距离为（　　）

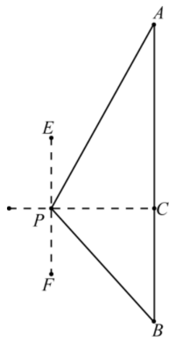


A．40 海里　　B．$40\sqrt{2}$海里　　C．80 海里　　D．$40\sqrt{6}$海里

【答案】B

【分析】过点 P 作 $PC\perp AB$，则在$Rt\triangle APC$中，通过 30°的直角三角形，计算出 PC 的长，再根据等腰直角三角形，通过勾股定理即可求出 PB.

【详解】解：作 $PC\perp AB$ 于 C 点，



∵A 在 P 的北偏东 30°方向，

∴$\angle EPA=30°$，

∴$\angle APC=90°-\angle EPA=90°-30°=60°$，

又∵B 在 P 的南偏东 45°方向上，

∴$\angle FPB=45°$，

∴$\angle BPC=90°-\angle FPB=90°-45°=45°$，

∴$\angle APC=60°$，$\angle BPC=45°$，$AP=80$（海里）

∴在$Rt\triangle APC$中，$\angle PAC=90°-\angle APC=90°-60°=30°$，

∴$PC=\frac{1}{2}AP=\frac{1}{2}\times 80=40$（海里）

∵在$Rt\triangle PCB$中，$\angle BPC$＝45°，

∴三角形为等腰直角三角形，

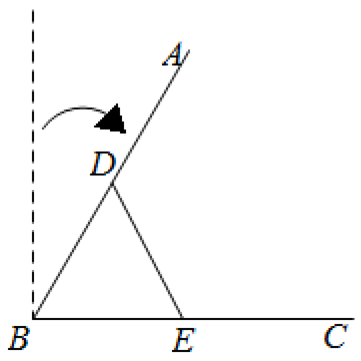
∴$PC=BC=40$，

∴$PB=\sqrt{PC^2+PB^2}=\sqrt{40^2+40^2}=40\sqrt{2}$（海里）．

故选：B．

【点睛】本题考查方位角有关的计算以及用勾股定理求航海问题，解决本题的关键是构建直角三角形进行计算．

【变式 9-3】（2023 上·浙江宁波·八年级统考期末）如图，一棵高 5 米的树AB被强台风吹斜，与地面BC形成$60°$夹角，之后又被超强台风在点D处吹断，点A恰好落在BC边上的点E处，若$BE=2$，则BD的长是（　）



A．2　　B．3　　C．$\frac{21}{8}$　　D．$\frac{24}{7}$

【答案】C

【分析】过点 D 作 DM⊥BC，设 BD=x，然后根据题意和含 30°的直角三角形性质分别表示出 BM，EM，DE 的长，结合勾股定理列方程求解．

【详解】解：过点 D 作 DM⊥BC，设 BD=x，

由题意可得：AB=5，AD=DE=5-x

∵∠ABC=60°，DM⊥BC，

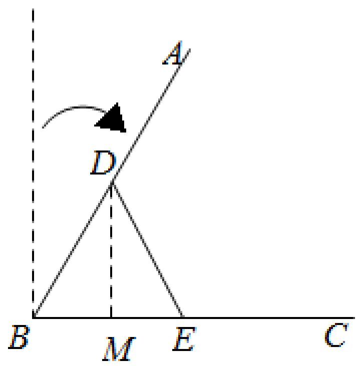
∴在 Rt△BDM 中，∠BDM=30°

∴$BM=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}x$，则$ME=BE-BM=2-\frac{1}{2}x$

∴$BD^2-BM^2=DE^2-ME^2$，$x^2-\left(\frac{1}{2}x\right)^2=(5-x)^2-\left(2-\frac{1}{2}x\right)^2$

解得：$x=\frac{21}{8}$，即 BD=$\frac{21}{8}$米

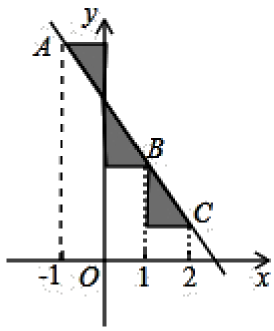
故选：C．



【点睛】本题考查含 30°的直角三角形性质和勾股定理解直角三角形，正确理解题意掌握相关性质定理列方程求解是关键．

【题型 10　一次函数中面积有关的计算】

【例 10】（2023 上·广东深圳·八年级统考期末）如图，点 A，B，C 在一次函数$y=-3x+b$的图象上，它们的横坐标依次为-1，1，2，分别过这些点作x轴与y轴的垂线，则图中阴影部分的面积之和是（　　）



A．3　　B．4.5　　C．$3(b-1)$　　D．$\frac{3}{2}(b-2)$

【答案】B

【详解】试题解析：将 A、B、C 的横坐标代入到一次函数中；

解得 A（-1，b+3），B（1，b-3），C（2，b-6）．

由一次函数的性质可知，三个阴影部分三角形全等，底边长为 2-1=1，高为（b-3）-（b-6）=3，

可求得阴影部分面积为：S=$\frac{1}{2}$×1×3×3=4.5．

故选 B．

【变式 10-1】（2023 下·湖北武汉·八年级统考期末）在平面直角坐标系中，点 A（0，4），B（-2，0），C（a，-a），△ABC 的面积小于 10，则 a 的取值范围是______________．

【答案】$-\frac{14}{3}<a<2$且$a\neq-\frac{4}{3}$

【分析】根据A、B坐标，利用待定系数法可求出直线AB的解析式，根据点C坐标可得点C在直线y=-x上，即在直线OC上，联立AB、OC解析式可得交点坐标，分a=0，a＞0，$-\frac{4}{3}$＜a＜0、a＜$-\frac{4}{3}$四种情况，画出图形，分别用a表示出△ABC的面积，根据△ABC的面积小于10列不等式求出a的取值范围即可得答案.

【详解】设直线AB的解析式为y=kx+b，

∵A（0，4），B（-2，0），

∴OA=4，OB=2，

∵点A、B在直线AB上，

∴$\begin{cases}-2k+b=0\\ k=4\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=2\\ b=4\end{cases}$，

∴直线AB的解析式为y=2x+4，

①当a=0时，点C（0，0），与原点重合，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=4<10$，

∴a=0符合题意，

②如图，当a＞0时，点C（a，-a）在第四象限，连接OC，

∴$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}$

$=\frac{1}{2}\times2\times4+\frac{1}{2}\times4a+\frac{1}{2}\times2a$

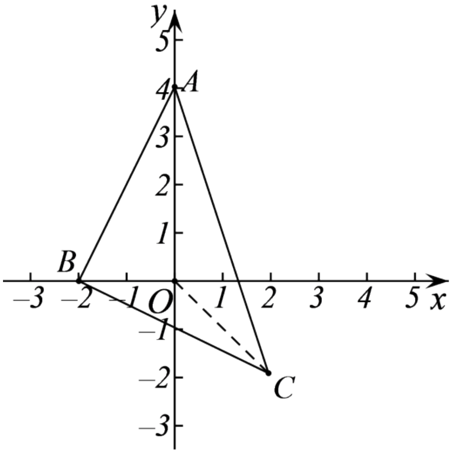
=4+3a，

∵△ABC的面积小于10，

∴4+3a＜10，

解得a＜2，

∴0＜a＜2，



∵点 C（a，-a），

∴点 C 在直线 y=-x 上，即在直线 OC 上，

联立直线 AB 与直线 OC 的解析式得$\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-x \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=-\frac{4}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases}$，

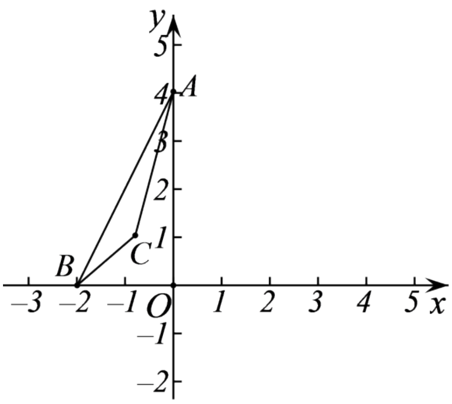
∴直线 AB 与直线 OC 的交点坐标为（$-\frac{4}{3}$，$\frac{4}{3}$），

∴$a\neq-\frac{4}{3}$，

②如图，当$-\frac{4}{3}<a<0$时，点 C 在△ABO 的内部，

∴$S_{\triangle ABC}<S_{\triangle ABO}<10$，

∴$-\frac{4}{3}<a<0$ 符合题意，



③如图，当 $a<-\frac{4}{3}$时，点 C（a，-a）在第二象限，且在△ABO 的外部，连接 OC，

∴$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}-S_{\triangle ABO}$

$=\frac{1}{2}\times4(-a)+\frac{1}{2}\times2(-a)-\frac{1}{2}\times2\times4$

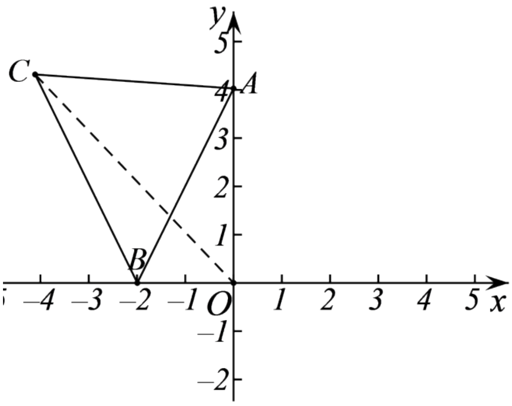
=3a-4，

∵△ABC 的面积小于 10，

∴-3a-4＜10，

解得：a＞$-\frac{14}{3}$，

∴$-\frac{14}{3}$＜a＜$-\frac{4}{3}$，

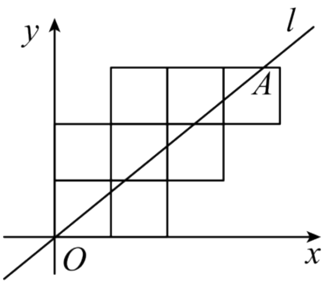


综上所述：a 的取值范围是$-\frac{14}{3}$＜a＜2，且 a≠$-\frac{4}{3}$.

故答案为：$-\frac{14}{3}$＜a＜2，且 a≠$-\frac{4}{3}$

【点睛】本题考查一次函数的交点问题及三角形的面积，熟练掌握待定系数法求一次函数解析式、利用图形正确表示出△ABC 的面积并灵活运用分类讨论的思想是解题关键.

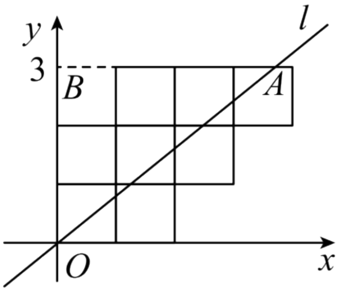
【变式 10-2】（2023 下·安徽芜湖·八年级校联考期末）八个边长为 1 的正方形如图摆放在平面直角坐标系中，经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分，设直线 l 和八个正方形的最上面交点为 A，则直线 l 的解析式是___________.



【答案】$y=\frac{9}{10}x$

【分析】如图，利用正方形的性质得到$B(0,3)$，由于直线l将这八个正方形分成面积相等的两部分，则$S_{\Delta AOB}=5$，然后根据三角形面积公式计算出AB的长，从而可得A点坐标．再由待定系数法求出直线 l 的解析式.

【详解】解：如图，



∵经过原点的一条直线l将这八个正方形分成面积相等的两部分，

$\therefore S_{\Delta AOB}=4+1=5$，

而$OB=3$，

$\therefore\ \frac{1}{2}AB\cdot 3=5$，

$\therefore AB=\frac{10}{3}$，

$\therefore A$点坐标为$(\frac{10}{3}$，$3)$．

设直线 l 的解析式为$y=kx$，

$\therefore\frac{10}{3}k=3$，解得$k=\frac{9}{10}$，

∴直线 l 的解析式为$y=\frac{9}{10}x$

故答案为$y=\frac{9}{10}x$.

【点睛】本题考查了坐标与图形性质和待定系数法求函数解析式．由割补法得$S_{\Delta AOB}=5$求分割点 A 的位置是解题关键.

【变式 10-3】（2023 上·江苏盐城·八年级校考期末）平面直角坐标系中，O 为坐标原点，直线$y=\frac{1}{3}x+2$与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，直线 $y=mx+m$（$m\neq0$）将△AOB 分成两部分的面积比为$1:5$，则 m 的值为______.

【答案】2 或$-\frac{2}{19}$

【分析】首先根据函数表达式求出 A、B 点的坐标，然后求出ΔAOB面积，然后根据 $y=mx+m$ 的特点得知恒过点（-1，0），然后根据题意可知 $y=mx+m$ 与坐标轴或$y=\frac{1}{3}x+2$的交点坐标，进而可求 m 的值；

【详解】解：由$y=\frac{1}{3}x+2$可知，A 点坐标为（-6，0），B 点坐标为（0，2）

$\therefore S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB=\frac{1}{2}\times|-6|\times 2=6$

$\because y=mx+m=m(x+1)$

∴函数恒过点（-1，0）

∵*y*=*mx*+*m* 将ΔAOB分成的两部分面积比为1:5

$\therefore S_{\Delta COE}=\frac{1}{1+5}S_{\Delta AOB}=1$或$S_{\Delta ACD}=\frac{1}{1+5}S_{\Delta AOB}=1$

当$S_{\Delta COE}=\frac{1}{1+5}S_{\Delta AOB}=1$时，

$OE=2\times 1\div 1=2$

∴*E* 点坐标为（0，2）

∴*m*=2，

当$S_{\Delta ACD}=1$时，

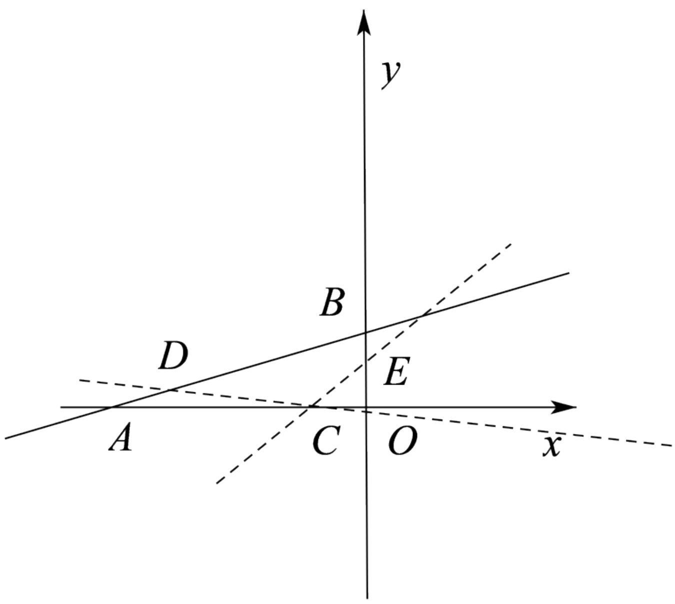
D 点纵坐标为：$y_D=2\times 1\div[(-1)-(-6)]=\frac{2}{5}$

∵*D* 在$y=\frac{1}{3}x+2$上，

∴*D* 点坐标为：$(-\frac{24}{5}$，$\frac{2}{5})$

将点 *D* 的坐标代入 *y*=*mx*+*m*,得：$m=-\frac{2}{19}$,

故答案为 2 或$-\frac{2}{19}$;



【点睛】本题考查了一次函数的图像，掌握并熟练使用相关知识，认真审题，精准识图，合理推论是本题的解题关键.

【题型 11　利用一次函数的性质求解】

【例 11】（2023 上·福建漳州·八年级校考期末）在平面直角坐标系中，一次函数$y_1=m(x+3)-1$（$m\neq 0$）和$y_2=a(x-1)+2$（$a\neq 0$），无论x 取何值，始终有$y_2>y_1$，m 的取值范围为（　）

A．$m\geq \frac{3}{4}$　　B．$m>\frac{3}{4}$　　C．$m\leq \frac{3}{4}$且$m\neq 0$　　D．$m<\frac{3}{4}$且$m\neq 0$

【答案】D

【分析】根据一次函数的图象和性质分别判断.

【详解】由题意可知：∵一次函数$y_1=m(x+3)-1(m\neq 0)$ 的图象过定点$(-3,-1)$，

一次函数$y_2=a(x-1)+2(a\neq 0)$ 过定点$(1,2)$，

∵①$a<0$时，$m=a$，两直线平行时，始终有$y_2>y_1$，

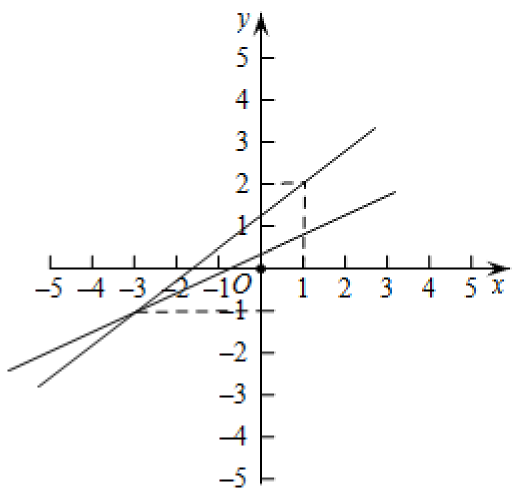
∴$m<0$.

②当$a>0$ 时，设经过点$(-3,-1)$，$(1,2)$ 的直线为$y_3=kx+b$，有

$$\begin{cases}-1=-3k+b\\2=k+b\end{cases}，$$

解得：$\begin{cases}k=\frac{3}{4}\\b=\frac{5}{4}\end{cases}$

∴$y_3=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$



∵一次函数$y_1=m(x+3)-1(m\neq 0)$ 的图象过定点$(-3,-1)$，

不论x 取何值，始终有$y_2>y_1$，

∴$0<m<\frac{3}{4}$