

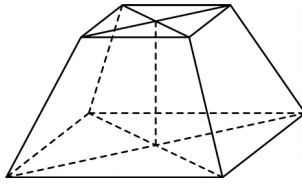
浙江省杭州市学军中学 2023-2024 学年高二下学期 7 月学考

模拟（三）数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知全集 $U = \{1, 3, 5, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
- A. $\{3\}$ B. $\{7\}$ C. $\{3, 7\}$ D. $\{1, 3, 5\}$
2. 已知 $a > b > 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()
- A. $(\frac{1}{4})^a < (\frac{1}{3})^b$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $\ln(a-b) > 0$ D. $3^{a-b} < 1$
3. 若复数 $z = (1+i)(2-i)$, 则复数 z 的虚部为 ()
- A. 3 B. -3 C. 1 D. i
4. 突如其来的疫情打乱了我们的学习节奏, 郑老师为检查网课学习情况, 组织了一次网络在线考试, 并计算出本次考试中全体学生的平均分为 90, 方差为 65; 后来有两位学生反应, 自己的成绩被登记错误, 一位学生的成绩为 88 分, 记录成 78 分, 另一位学生的成绩为 80 分, 记录成 90 分, 更正后, 得到的平均分为 \bar{x} , 方差为 s^2 , 则 ()
- A. $\bar{x} = 90, s^2 > 65$ B. $\bar{x} = 90, s^2 < 65$
- C. $\bar{x} > 90, s^2 < 65$ D. $\bar{x} = 90, s^2 = 65$
5. 若 “ $\exists x \in M, 0 < x < 3$ ” 为真命题, “ $\forall x \in M, x < 2$ ” 为假命题, 则集合 M 可以是 ()
- A. $\{x|x < 0\}$ B. $\{x|0 \leq x \leq 1\}$ C. $\{x|1 < x < 3\}$ D. $\{x|x \leq 1\}$
6. 如图正四棱台的上、下底面的边长分别为 2, 4, 侧棱长为 2, 则其体积为 ()

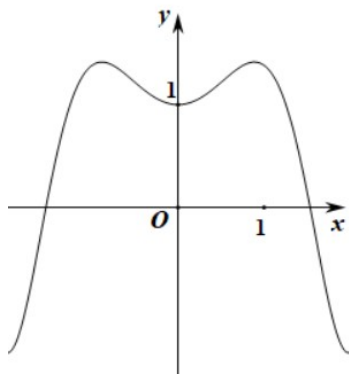


- A. $9\sqrt{2}$ B. $\frac{28}{3}\sqrt{2}$ C. $28\sqrt{3}$ D. $\frac{28}{3}\sqrt{3}$

7. 已知 $a = 0.2^{0.5}$, $b = 0.3^{0.4}$, $c = \log_{0.3} 0.2$, 则这三个数的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

8. 如图, 是函数 $f(x)$ 的部分图象, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()



- A. $f(x) = |\sin x + \cos x|$ B. $f(x) = \sin x^2 + \cos x^2$
 C. $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ D. $f(x) = \sin |x| + \cos |x|$

9. 在直角坐标系中, P 点的坐标为 $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$, Q 是第三象限内一点, $|OQ| = 1$, 且 $\angle POQ = \frac{3\pi}{4}$, 则

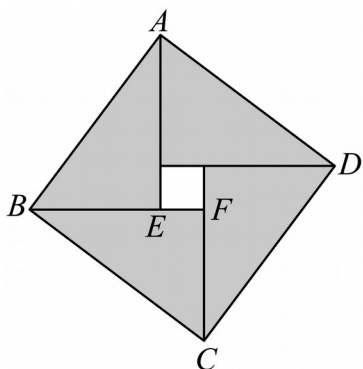
Q

点的横坐标为

- A. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ B. $-\frac{3\sqrt{2}}{5}$ C. $-\frac{7\sqrt{2}}{12}$ D. $-\frac{8\sqrt{2}}{13}$

10. 我国勾股定理最早的证明是东汉末期数学家赵爽在为《周髀算经》作注时给出的赵爽弦图(如图), 它是由四个全等的直角三角形拼成的内、外都是正方形的美丽图案. 若

$BF = 3EF = 3$, 则 $(\overline{AE} - \overline{FE} - \overline{CF}) \cdot \overline{BC} = (\quad)$



- A. 9 B. 13 C. 18 D. 2

11. 若函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ 上单调递减, 且 $f(x) = 1$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上有

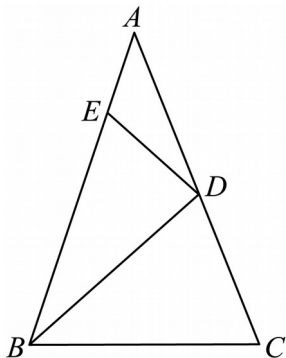
唯一的实数解, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{1}{4}, 3]$ B. $[\frac{3}{2}, \frac{5}{4}]$ C. $[1, \frac{5}{4})$ D. $[\frac{3}{2}, 3]$

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $AD = DB = BC$, 点 E 为线段 AB 上一点, 将 $\triangle ADE$ 绕

DE 翻折. 若在翻折过程中存在某个位置, 使得 $AE \perp CD$, 记 θ 为 $\angle ADE$ 的最小值, 则

()



- A. $\theta \in (15^\circ, 20^\circ]$ B. $\theta \in (20^\circ, 25^\circ]$ C. $\theta \in (25^\circ, 30^\circ]$ D. $\theta \in (30^\circ, 35^\circ]$

二、多选题

13. 已知 a, b 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 下列条件是 $a // \alpha$ 的充分条件的是 ()

- A. $b \subset \alpha, a \not\subset \alpha$ 且 $a // b$ B. $a // \beta$ 且 $\alpha // \beta$
- C. $\alpha // \beta, a \subset \beta$ D. $a \perp b, b \perp \alpha$

14. 把函数 $y = f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{3}$ 倍 (纵坐标不变), 再把所得

图象上所有点的纵坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (横坐标不变), 最后把所得图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个

单位长度, 得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 则 $f(x)$ 的解析式可以为 ()

- A. $f(x) = -2\cos 2x$ B. $f(x) = -2\cos\left(\frac{2\pi}{3}x + \frac{\pi}{3}\right)$
- C. $f(x) = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{2}{3}x - \frac{5\pi}{6}\right)$ D. $f(x) = 2\sin\left(\frac{2\pi}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$

15. 已知样本甲: a, b, c, d, e , 样本乙: $2a+1, 2b+1, 2c+1, 2d+1, 2e+1$, 其中 a, b, c, d, e 为正实数, 则下列叙述中一定正确的是 ()

- A. 样本乙的极差大于样本甲的极差
- B. 样本乙的众数均大于样本甲的众数
- C. 若 c 为样本甲的中位数, 则 $2c+1$ 为样本乙的中位数
- D. 若 c 为样本甲的平均数, 则 $2c+1$ 为样本乙的平均数

16. 若函数 $f(x)$ 在区间 M 上满足 $\frac{a}{f(x+2)} = \frac{1}{f(x)}$, 则称 $f(x)$ 为 M 上的 “ a 变函数”,

对于 a 变函数 $f(x)$, 若 $f(x) \leq g(t)$ 有解, 则称满足条件的 t 值为 “ a 变函数 $f(x)$ 的衍生

解”, 已知 $f(x)$ 为 $(-\infty, -2]$ 上的 “4 变函数”, 且当 $x \in [-2, 0)$ 时,

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 \frac{1}{|x|}, & (-2 \leq x < -1) \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}, & (-1 \leq x < 0) \end{cases}, \quad g(t) = \frac{t}{4} - \frac{1}{2t} \quad x \in [-4, -2) \quad 4$$

, 当 _____ 时, 则下列哪些是 变函数

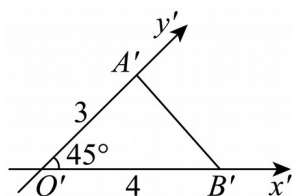
$f(x)$ 的衍生解 ()

- A. $(0, 1)$ B. $[-2, 0)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, -2]$

三、填空题

17. 如图, $\triangle O'A'B'$ 是水平放置的 $\triangle OAB$ 的直观图, $O'A' = 3$, $O'B' = 4$, $\angle A'O'B' = 45^\circ$,

则原 $\triangle AOB$ 的面积为_____.



18. 口袋中有除颜色外其他完全相同的 5 个球, 编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 甲、乙两人玩一种游戏: 甲先摸出一个球, 记下编号, 放回后乙再摸一个球, 记下编号, 若两个编号的和为偶数则甲胜, 否则乙胜. 两个编号的和为 6 的事件发生的概率是____, 这种游戏规则_ (填 “公平” 或 “不公平”).

19. 若正数 x, y 满足 $\frac{xy+2}{y} = 4$, 则 $\frac{x}{y}$ 的最大值为_____.

20. 平面上有一组互不相等的单位向量 $\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OA_2}, \dots, \overrightarrow{OA_n}$, 若存在单位向量 \overrightarrow{OP} 满足

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA_n} = 0$, 则称 \overrightarrow{OP} 是向量组 $\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OA_2}, \dots, \overrightarrow{OA_n}$ 的平衡向量.

已知 $\langle \overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OA_2} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 向量 \overrightarrow{OP} 是向量组 $\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OA_2}, \overrightarrow{OA_3}$ 的平衡向量, 当 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA_3}$ 取得最大

值时, $\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_3}$ 的值为_____.

四、解答题

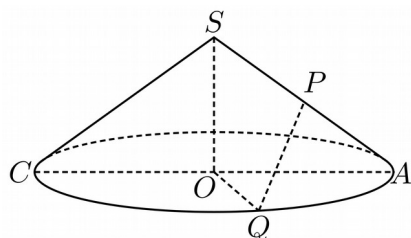
21. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a = 2, b = 4$.

(1) 若 $\cos B + 2\cos A = c\cos C$, 求 C 的值;

(2) 若 D 是边 AB 上的一点, 且 CD 平分 $\angle ACB$, $\cos \angle ACB = -\frac{1}{9}$, 求 CD 的长.

22. 如图, 已知顶点为 S 的圆锥其底面圆 O 的半径为 8, 点 Q 为圆锥底面半圆弧 AC 的中点,

点 P 为母线 SA 的中点.



(1) 若母线长为 10, 求圆锥的体积;

(2)若异面直线 PQ 与 SO 所成角大小为 $\frac{\pi}{4}$, 求 P 、 Q 两点间的距离.

23. 对于函数 $f(x) = \ln\left(\frac{2}{x} + a\right)$.

(1)若 $g(x) = f(1-x)$, 且 $g(x)$ 为奇函数, 求 a 的值;

(2)若方程 $f(x) = \ln[(a-6)x + 2a - 8]$ 恰有一个实根, 求实数 a 的取值范围;

(3)设 $a > 0$, 若对任意 $b \in \left[\frac{1}{4}, 1\right]$, 当 $x_1, x_2 \in [b, b+1]$ 时, 满足 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq \ln 2$, 求实数

a 的取值范围.

参考答案:

1. B

【分析】根据集合补集及交集的定义即可求解.

【详解】由题可得 $\complement A = \{5, 7\}$, $\complement B = \{1, 7\}$, 所以 $(\complement A) \cap (\complement B) = \{7\}$,

故答案选 B.

【点睛】本题主要考查集合间的运算, 属于基础题.

2. A

【分析】利用特殊值法可求解.

【详解】由 $a > b > 0$ 可设 $a = 2, b = 1$, 代入不等式中检验可知 A 正确.

故选: A

3. C

【解析】利用复数的乘法运算将复数 z 表示为一般形式, 即可得出复数 z 的虚部.

【详解】因为 $z = (1+i)(2-i) = 2-i+2i-i^2 = 3+i$, 所以 z 的虚部为 1.

故选: C

【点睛】本题考查复数虚部的求解, 涉及复数乘法法则的应用, 考查计算能力, 属于基础题.

4. B

【解析】根据平均数与方差的计算方法即可得解.

【详解】由于 $78+90 = 88+80$, 因此更正前后样本的平均数不发生改变, 即 $\bar{x} = 90$;

由于 $(90-78)^2 > (90-88)^2 + (90-80)^2$,

因此更正后样本的方差变小, 即 $s^2 < 65$;

故选: B

【点睛】本题考查平均数与方差的计算方法, 考查学生对数据的分析与处理能力, 属于基础题.

5. C

【分析】根据题意，由“ $\exists x \in M, 0 < x < 3$ ”为真命题可排除 A，由“ $\forall x \in M, x < 2$ ”为假命题可排除 BD，即可得到结果.

【详解】若“ $\exists x \in M, 0 < x < 3$ ”为真命题，则 A 错误，

又“ $\forall x \in M, x < 2$ ”为假命题，则“ $\exists x \in M, x \geq 2$ ”为真命题，则 B,D 错误，

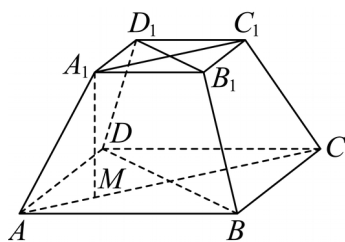
则集合 M 可以是 $\{x | 1 < x < 3\}$.

故选：C

6. B

【分析】根据台体的结构特征结合台体的体积公式运算求解.

【详解】



如图，过 A_1 作下底面的投影，垂足为 M ，

上底面对角线长 $A_1C_1 = 2\sqrt{2}$ ，下底面对角线长 $AC = 4\sqrt{2}$ ，

$$\text{则 } AM = \frac{1}{2}(AC - A_1C_1) = \sqrt{2},$$

可得正四棱台的高 $A_1M = \sqrt{A_1A^2 - AM^2} = \sqrt{2}$ ，

$$\text{所以正四棱台的体积 } V = \frac{1}{3}(4 + \sqrt{4 \times 16} + 16) \times \sqrt{2} = \frac{28\sqrt{2}}{3}.$$

故选：B

7. A

【分析】根据指数和对数的性质，分别判断三个数的所在范围，可得大小关系.

【详解】 $a = 0.2^{0.5} \in (0,1)$, $b = 0.3^{0.4} \in (0,1)$, $c = \log_{0.3} 0.2 > \log_{0.3} 0.3 = 1$,

又 $0.2^{0.5} < 0.2^{0.4} < 0.3^{0.4}$, $\therefore a < b < c$.

故选: A.

8. B

【分析】 根据奇偶性排除 A, 根据 $f(x)$ 有小于 0 的函数值排除 C, 根据正弦函数的性质排除 D, 即可得出答案.

【详解】 由图像可知, 函数图像关于 y 轴对称, 所以 $f(x)$ 应为偶函数, 所以排除 A;

由图像可知函数值能取到小于 0 的值, 所以排除 C;

对于 D, 当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

而当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 时, $\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, 而正弦的函数图像可知 D 不正确;

故选: B

【点睛】 本题主要考查了根据函数图象选择解析式, 涉及了函数奇偶性的应用, 属于中档题.

9. A

【详解】 试题分析: 由题设可设 $Q(\cos \theta, \sin \theta), P(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 则

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}, \theta - \alpha = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z, \text{ 所以 } \theta = \frac{5\pi}{4} + \alpha + 2k\pi, k \in Z, \text{ 所}$$

以 $\cos \theta = \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \alpha\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{5} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{4}{5} = -\frac{7\sqrt{2}}{10}$, 故应选 A.

考点: 三角函数的定义与单位圆.

10. B

【分析】根据向量的线性运算，结合向量数量积的几何意义求值.

【详解】由已知 $BF = 3EF = 3$,

得 $EF = 1$, $BE = 2$, $AE = 3$,

又 $AE \perp BE$, 所以 $|\overline{BC}| = |\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,

因为 $\overline{AE} - \overline{FE} - \overline{CF} = \overline{AC}$,

所以 $(\overline{AE} - \overline{FE} - \overline{CF}) \cdot \overline{BC} = \overline{AC} \cdot \overline{BC}$,

又由已知得 $AB \perp BC$,

则 $\overline{AC} \cdot \overline{BC} = |\overline{BC}|^2 = 13$,

故选: B.

11. C

【分析】先求得函数的单调递减区间，再根据 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递

减，由 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 为单调递减区间的子集求得 ω 的范围，由 $x \in [0, 2\pi]$ ，得到 $\omega x \in [0, 2\omega\pi]$,

根据方程 $f(x) = 1$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有唯一解，由 $\begin{cases} 2\omega\pi \geq \frac{\pi}{2} \\ 2\omega\pi < \frac{5\pi}{2} \end{cases}$ 求解.

【详解】解：由题意令 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq \omega x \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$),

$$\text{解得 } \frac{2k\pi}{\omega} + \frac{\pi}{2\omega} \leq x \leq \frac{3\pi}{2\omega} + \frac{2k\pi}{\omega}, \quad k \in \mathbf{Z},$$

$\therefore f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递减,

$$\therefore \frac{2\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{2\omega} + \frac{2k\pi}{\omega} \text{ 且 } \frac{\pi}{2} \geq \frac{\pi}{2\omega} + \frac{2k\pi}{\omega}, \quad k \in \mathbf{Z},$$

$$\therefore 1 + 4k \leq \omega \leq \frac{9}{4} + 3k, \quad k \in \mathbf{Z},$$

当 $x \in [0, 2\pi]$ 时, $\omega x \in [0, 2\omega\pi]$,

因为方程 $f(x) = 1$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有唯一解,

$$\text{则有 } \begin{cases} 2\omega\pi \geq \frac{\pi}{2} \\ 2\omega\pi < \frac{5\pi}{2} \end{cases}, \text{ 解得 } \frac{1}{4} \leq \omega < \frac{5}{4},$$

综上, ω 的取值范围为 $\left[1, \frac{5}{4}\right)$,

故选: C.

12. C

【分析】 易知, A 在以 AD 为母线的圆锥上的一部分 (弧 AF), AE 与 CD 所成的最大角为

$\angle FGA$, 只需 $\angle FGA \geq 90^\circ$.

【详解】 如图, AE 与 CD 所成的最大角为 $\angle FGA$, 只需 $\angle FGA \geq 90^\circ$ 即可.

即 $90^\circ \geq \angle AFG + \angle FAG = (54^\circ - \angle ADE) + (90^\circ - \angle ADE)$,

即 $\angle ADE \geq 27^\circ$, 即 $\theta = 27^\circ \in (25^\circ, 30^\circ]$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/676143152120010203>