

2021年甘肃省高考数学诊断试卷（理科）（3月份）

单选题

1. (5分) 已知集合 $M = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$, $N = \{x | y = \lg(1-x)\}$, 则 $M \cup N = ()$

- A. $[0, 1)$ B. $[0, 1]$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1]$

2. (5分) 已知复数 z 满足 $(1-i)(3+z) = 1+i$ (i 为虚数单位), 则 z 的共轭复数为 $()$

- A. $3-i$ B. $3+i$ C. $-3-i$ D. $-3+i$

3. (5分) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ ($a > 0$) 的一条渐近线经过点 $P(2, 1)$, 则双曲线的焦距是 $()$

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{5}$

4. (5分) 正方形 $ABCD$ 边长为 4, 点 E 为 BC 边的中点, 点 F 为 CD 边的一点, 若

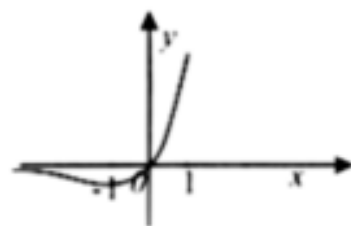
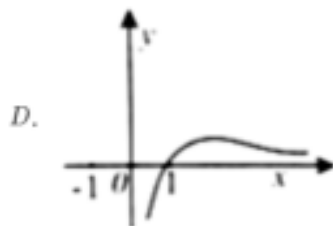
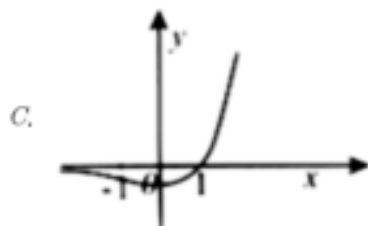
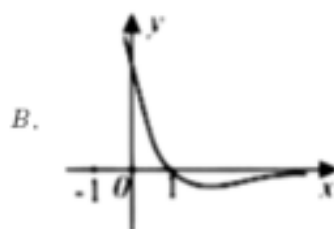
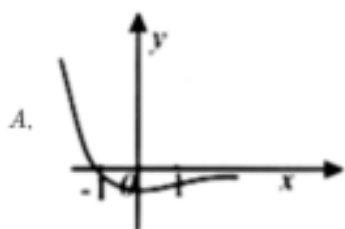
$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = |\overrightarrow{AE}|^2, \text{ 则 } CF = ()$$

- A. 5 B. 3 C. 2 D. 1

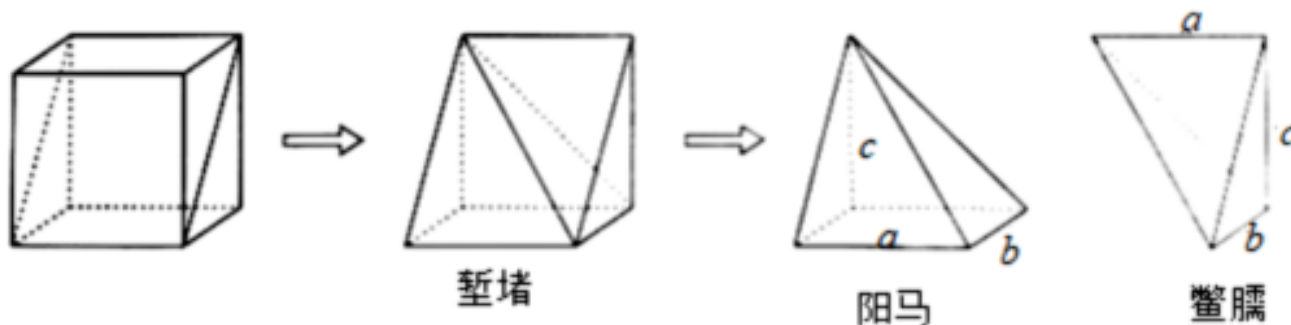
5. (5分) 某学校高一开展数学建模活动, 有六位教师负责指导该活动, 现有甲、乙两位同学分别从这六位教师中选择一位作为自己的指导教师, 所有可能的选择方法数共有 $()$

- A. 64种 B. 36种 C. 30种 D. 15种

6. (5分) 函数 $f(x) - xe^2$ 的图象如图所示, 则函数 $f(1-x)$ 的图象为 $()$



7. (5分) 《九章算术·商功》有如下叙述:“斜解立方,得两堵斜解堑堵,其一为阳马,一为鳖臑,阳马居二,鳖臑居一,不易之率也.”(阳马和鳖臑是我国古代对一些特殊锥体的称谓).取一个长方体,按如图所示将其一分为二,得两个一模一样的三棱柱,均称为堑堵,再沿堑堵的一顶点与相对的棱剖开,得四棱锥和三棱锥各一个.其中以矩形为底,有一棱与底面垂直的四棱锥,称为阳马.余下的三棱锥是由四个直角三角形组成的四面体,称为鳖臑.那么如图所示, $a=3, b=4, c=5$ 的阳马外接球的表面积是()

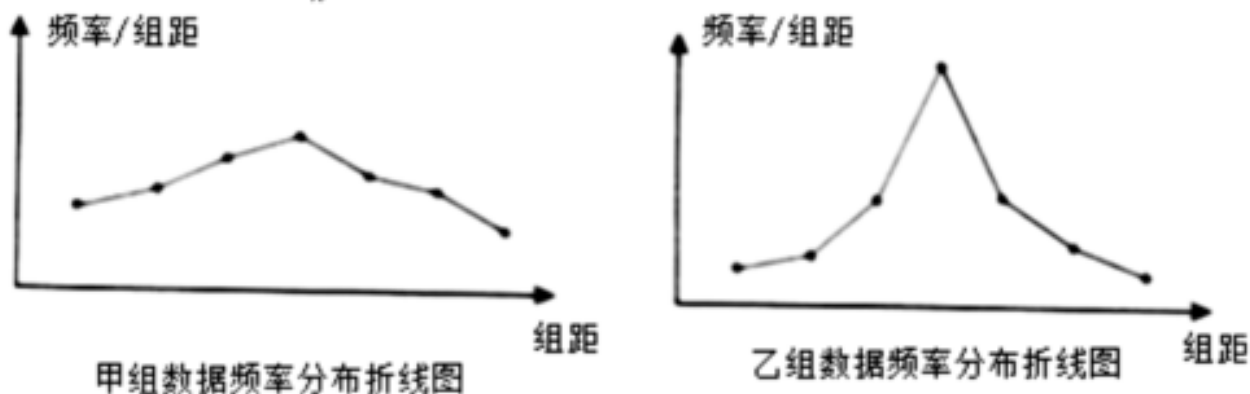


- A. $20\sqrt{2}\pi$ B. $25\sqrt{2}\pi$ C. 50π D. 200π

8. (5分) 一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 现定义这组数据的平均差为

$$D = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

如图是甲、乙两组数据的频率分布折线图.



根据折线图, 可判断甲、乙两组数据的平均差 D_1, D_2 的大小关系是()

- A. $D_1 > D_2$ B. $D_1 = D_2$ C. $D_1 < D_2$ D. 无法确定

9. (5分) 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆上存在一点 P , 使 $|PF_1| = |PE_2 - 26, PE| < |PE_2| - \frac{a^2}{9}$,

则椭圆的离心率为()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

10. (5分) 已知递增等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5} - \frac{7}{8}a_3 = 4$, $a_7 = ()$ 则

- A. 8 B. $\sqrt{2}$ C. 16 D. $1\sqrt{2}$

11. (5分) 下列四个命题:

- ①命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, \cos x \leq 1$ ”的否定是“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \cos x_0 > 1$ ”
 ② α, β 是两个不同的平面, $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \perp l$, 则 $m \perp \beta$.
 ③函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x \leq 1 \\ 2x-3, & x > 1 \end{cases}$ 为 $\mathbb{R}$ 上的增函数.

$$4\sin^2 x + \frac{4}{\sin^2 x} > 4 (z \neq kn | k \in \mathbb{Z}).$$

其中真命题的个数是 ()

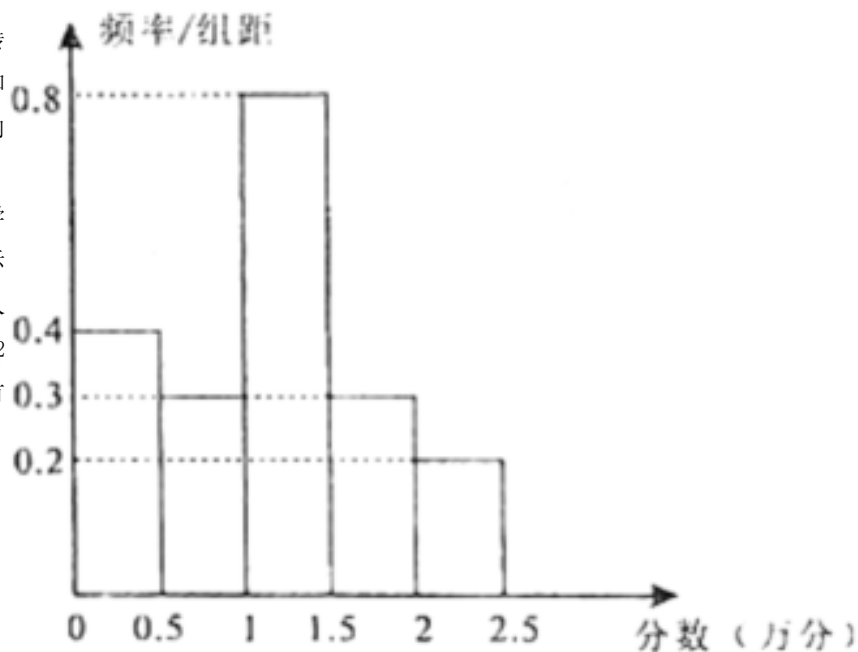
- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

12. (5分) 若函数 $f(x)$ 为定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 当 $z \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) > e^2 - c^2$, 则不等式 $f(2r-1) - f(x-1) > e^{-1}(c'-1)(1-e^{2-3/})$ 的解集为 ()

- A. $(0, 2)$ B. $(0, \frac{2}{3})$ C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

填空题

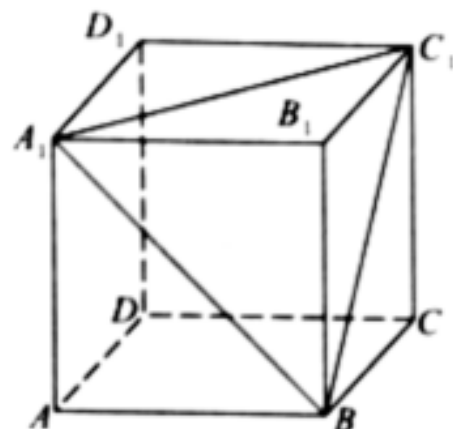
1. (5分) “学习强国”学习平台是由中共中央宣传部主管, 以习近平新时代中国特色社会主义思想 and 党的十九大精神为主要内容, 立足全体党员、面向全社会的优质平台. 2019年1月1日, “学习强国”学习平台在全国上线, 某单位组织全体党员登录学习, 统计学习积分得到的频率分布直方图如图所示. 若学习积分在 $[1, 1.5)$ (单位: 万分) 的人数是 32 人, 则该单位共有 _____ 名党员, 若学习积分超过 2 万分的党员可获得 “学习达人” 称号, 则该单位有 _____ 名党员能获得该称号.



2. (5分) 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-1 < 0 \\ x+y-3 < 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值为 _____.

3. (5分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差大于 0, 其前 n 项和为 S_n . 且 $a_2, a_5 - 10, a_3 + a_4 - 7$, 则 $\tan \frac{a_7 - \pi}{4} =$ _____.

4. (5分) 如图, 正方体 A_1C 的棱长为1, 点M在棱 A_1D_1 上. $A_1M = 2MD_1$, 过M的平面 α 与平面 A_1BC_1 平行, 且与正方体各面相交得到截面多边形, 则该截面多边形的周长为 _____。



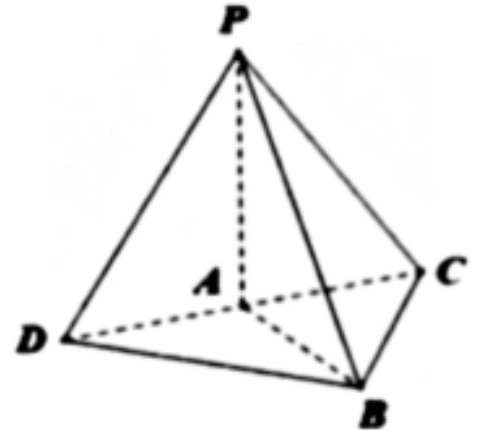
解答题

1. (12分) $\triangle ABC$ 中, 角A, B, C所对的边为a, b, c, 已知 $b \cos \frac{A}{2} = a \sin B$.
- (1) 求A;
- (II) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = 2\sqrt{3}$, D为BC的中点, 求BC边上中线AD的最小值.

2. (12分) 在三棱锥 $P-BCD$ 中, A 是 CD 的中点。 $AB=AC, BC=6, PB=BD=6\sqrt{3}, PC=12$.

(1) 证明: $BC \perp$ 平面 PBD ;

(II) 若 $PD=6\sqrt{3}$, 求二面角 $D-PB-A$ 的余弦值.



3. (12分) 2020年1月15日教育部制定出台了《关于在部分高校开展基础学科招生改革试点工作的意见》(也称“强基计划”),《意见》宣布:2020年起不再组织开展高校自主招生工作,改为实行强基计划.强基计划主要选拔培养有志于服务国家重大战略需求且综合素质优秀或基础学科拔尖的学生,据悉强基计划的校考由试点高校自主命题,校考过程中通过笔试后才能进入面试环节.已知甲、乙两所大学的笔试环节都设有三门考试科目且每门科目是否通过相互独立.若某考生报考甲大学,每门科目通过的概率均为 $\frac{1}{2}$;该考生报考乙大学,每门科目通过的概率依次为 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$. 其中 $0 < m < 1$.

(1) 若 $m = \frac{2}{3}$, 分别求出该考生报考甲、乙两所大学在笔试环节恰好通过一门科目的概率;

(11) 强基计划规定每名考生只能报考一所试点高校, 若以笔试过程中通过科目数的数学期望为依据作出决策, 则当该考生更希望通过乙大学的笔试时, 求 m 的范围.

4. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{a}{2}x + \frac{\sin x}{2} - \cos x$.
- (1) 当 $a = 2$ 时, 证明: $f(x) > x$ $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 对 恒成立;
- (II) 若函数 $g(x) = xf(x)$ 在 $x \in (0, \pi)$ 存在极大值点 x_0 , 求 $a \cos^2 x_0 - \sin x_0$ 的最小值.

5. (12分) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 及点 $P(4, 0)$.
- (1) 以抛物线焦点 F 为圆心, $|FP|$ 为半径作圆, 求圆 F 与抛物线交点的横坐标;
- (II) A, B 是抛物线上不同的两点, 且直线 AB 与 x 轴不垂直, 弦 AB 的垂直平分线恰好经过点 P , 求 $FA \cdot FB$ 的范围.

6. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $C_1 \begin{cases} x = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = t \end{cases}$ (t 为参数). 以原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为： $\rho^2 = \frac{4}{4 - 3\sin^2\theta}$. 为

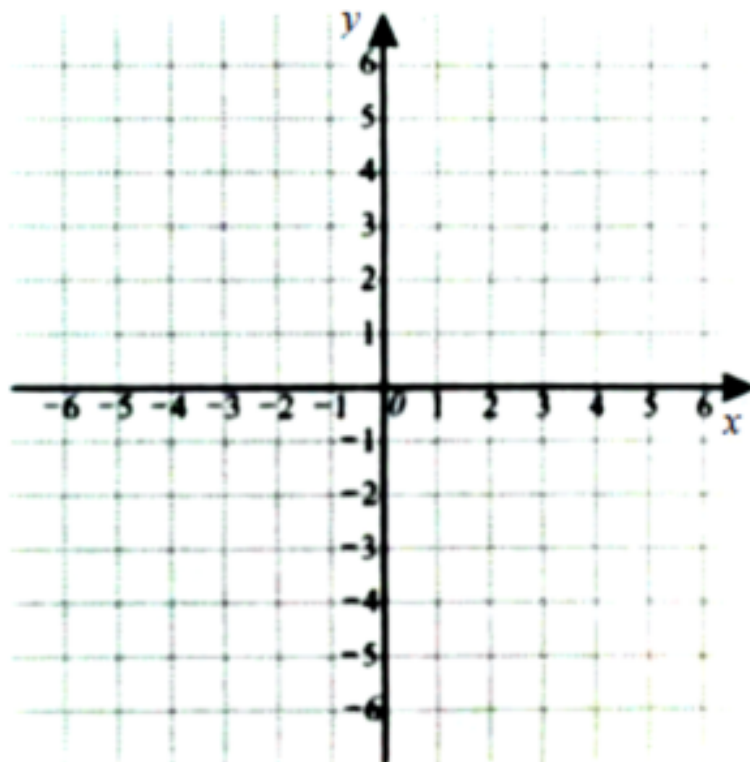
(I) 写出曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程； C_5

(II) 已知点 P 是曲线 C_2 上一点，求线段 OP 的中点 M 到曲线 C_1 距离的最小值. C_1

7. (12分) 已知 $f(x) = |x+a| - |x-3|$.

(I) 当 $a = -1$ 时, 画出函数 $y = f(x)$ 的图象;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) > -a^2 - 1$ 有解, 求实数 a 的取值范围.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/676231040205011013>

