

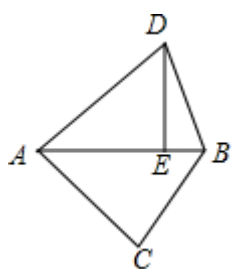
浙江省杭州市余杭区重点名校 2023-2024 学年中考五模数学试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，使点 C 落在线段 AB 上的点 E 处，点 B 落在点 D 处，则 B, D 两点间的距离为（ ）

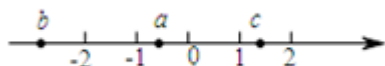


- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $\sqrt{5}$

2. 方程 $\frac{2x+1}{x-1} = 3$ 的解是（ ）

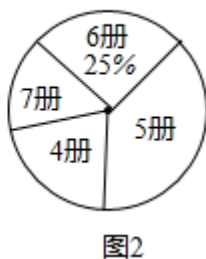
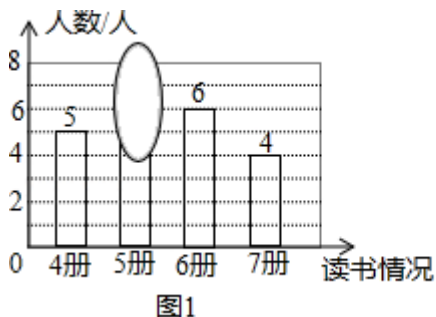
- A. -2 B. -1 C. 2 D. 4

3. 已知 a ， b ， c 在数轴上的位置如图所示，化简 $|a+c| - |a-2b| - |c+2b|$ 的结果是（ ）



- A. $4b+2c$ B. 0 C. $2c$ D. $2a+2c$

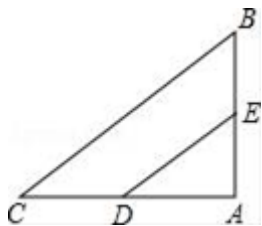
4. 老师随机抽查了学生读课外书册数的情况，绘制成条形图和不完整的扇形图，其中条形图被墨迹遮盖了一部分，则条形图中被遮盖的数是（ ）



- A. 5 B. 9 C. 15 D. 22

5.

如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$, D 、 E 分别是 AC 、 AB 的中点, 则以 DE 为直径的圆与 BC 的位置关系是 ()



- A. 相切 B. 相交 C. 相离 D. 无法确定

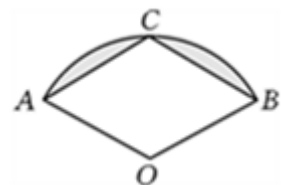
6. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 6x + 9 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围 ()

- A. $k < 1$ B. $k \neq 0$ C. $k < 1$ 且 $k \neq 0$ D. $k > 0$

7. 下列计算正确的是 ()

- A. $2a^2 - a^2 = 1$ B. $(ab)^2 = ab^2$ C. $a^2 + a^3 = a^5$ D. $(a^2)^3 = a^6$

8. 如图, 扇形 AOB 中, 半径 $OA=2$, $\angle AOB=120^\circ$, C 是弧 AB 的中点, 连接 AC 、 BC , 则图中阴影部分面积是 ()



- A. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ B. $\frac{2\pi}{3} - 2\sqrt{3}$
C. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ D. $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$

9. 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{4} = 2$ B. $4\sqrt{3} - \sqrt{27} = 1$ C. $\sqrt{18} \div \sqrt{2} = 9$ D. $\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 2$

10. 五名女生的体重 (单位: kg) 分别为: 37、40、38、42、42, 这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 2、40 B. 42、38 C. 40、42 D. 42、40

11. 据资料显示, 地球的海洋面积约为 360000000 平方千米, 请用科学记数法表示地球海洋面积面积约为多少平方千米 ()

- A. 36×10^7 B. 3.6×10^8 C. 0.36×10^9 D. 3.6×10^9

12. 在银行存款准备金不变的情况下, 银行的可贷款总量与存款准备金率成反比例关系. 当存款准备金率为 7.5% 时, 某银行可贷款总量为 400 亿元, 如果存款准备金率上调到 8% 时, 该银行可贷款总量将减少多少亿 ()

- A. 20 B. 25 C. 30 D. 35

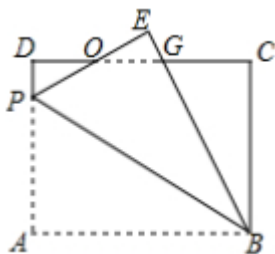
二、填空题: (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

13. 若二次函数 $y = -x^2 - 4x + k$ 的最大值是 9, 则 $k =$ _____.

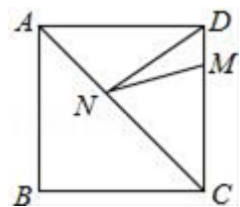
14. 如果 $2(\vec{a} + \vec{x}) = \vec{b} + \vec{x}$, 那么 $\vec{x} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{x}$).

15. 若两个相似三角形的面积比为 1:4, 则这两个相似三角形的周长比是 _____.

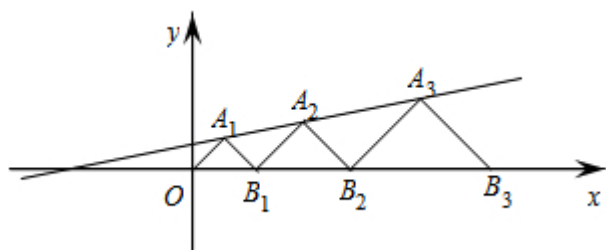
16. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $BC=6$, P 为 AD 上一点, 将 $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折至 $\triangle EBP$, PE 与 CD 相交于点 O , BE 与 CD 相交于点 G , 且 $OE=OD$, 则 AP 的长为 _____.



17. 已知, 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 8, M 在 DC 上, 且 $DM=2$, N 是 AC 边上的一动点, 则 $DN+MN$ 的最小值是 _____.



18. 在平面直角坐标系中, 点 A_1, A_2, A_3 和 B_1, B_2, B_3 分别在直线 $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$ 和 x 轴上, $\triangle OA_1B_1, \triangle B_1A_2B_2, \triangle B_2A_3B_3$ 都是等腰直角三角形. 则 A_3 的坐标为 _____.

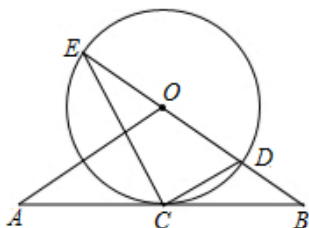


三、解答题: (本大题共 9 个小题, 共 78 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (6 分) 已知: 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, $OA=OB$, $\odot O$ 经过 AB 的中点 C , 与 OB 交于点 D , 且与 BO 的延长线交于点 E , 连接 EC, CD .

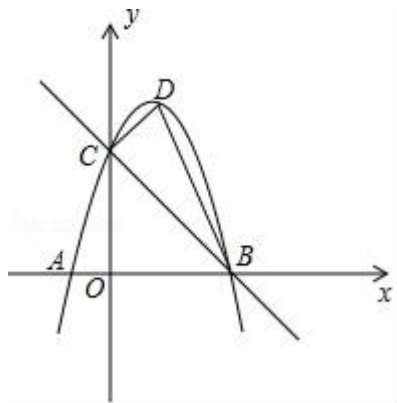
(1) 试判断 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并加以证明;

(2) 若 $\tan E = \frac{1}{2}$, $\odot O$ 的半径为 3, 求 OA 的长.



20. (6 分) 如图, 以 D 为顶点的抛物线 $y = -x^2$

$+bx+c$ 交 x 轴于 A 、 B 两点，交 y 轴于点 C ，直线 BC 的表达式为 $y=-x+1$ 。求抛物线的表达式；在直线 BC 上有一点 P ，使 $PO+PA$ 的值最小，求点 P 的坐标；在 x 轴上是否存在一点 Q ，使得以 A 、 C 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似？若存在，请求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。



21. (6分) 阅读材料：小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，如：

$3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$ ，善于思考的小明进行了以下探索：

设 $a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$ (其中 a 、 b 、 m 、 n 均为整数)，则有 $a+b\sqrt{2}=m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$ 。

$\therefore a=m^2+2n^2$ ， $b=2mn$ 。这样小明就找到了一种把部分 $a+b\sqrt{2}$ 的式子化为平方式的方法。

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

当 a 、 b 、 m 、 n 均为正整数时，若 $a+b\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$ ，用含 m 、 n 的式子分别表示 a 、 b ，得 $a=$ _____， $b=$ _____；

(2) 利用所探索的结论，找一组正整数 a 、 b 、 m 、 n ，填空：_____+_____=(_____+_____ $\sqrt{3}$)²；

(3) 若 $a+4\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$ ，且 a 、 b 、 m 、 n 均为正整数，求 a 的值。

22. (8分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=\frac{1}{2}AB$ 。求证： $\angle B=30^\circ$ 。

请填空完成下列证明。

证明：如图，作 $Rt\triangle ABC$ 的斜边上的中线 CD ，

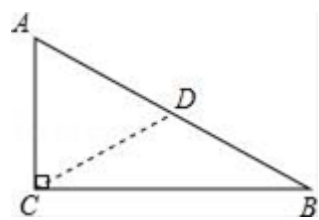
则 $CD=\frac{1}{2}AB=AD$ (_____)。

$\because AC=\frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore AC=CD=AD$ 即 $\triangle ACD$ 是等边三角形。

$\therefore \angle A=$ _____ $^\circ$ 。

$\therefore \angle B=90^\circ-\angle A=30^\circ$ 。

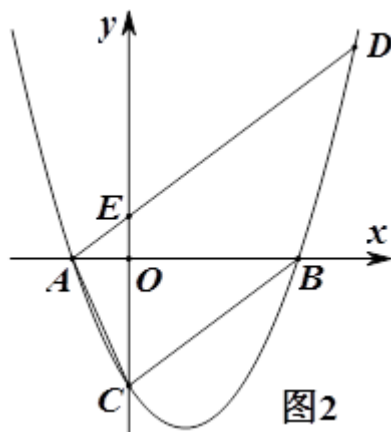
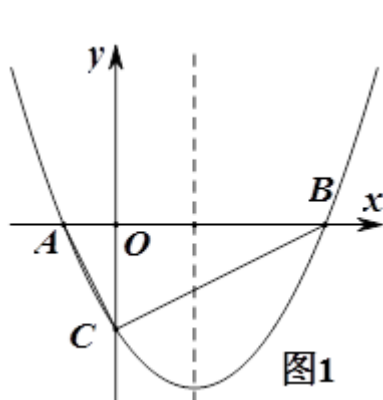


23. (8分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - n$ ($n > 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 点在 B 点的左边), 与 y 轴交于点 C .

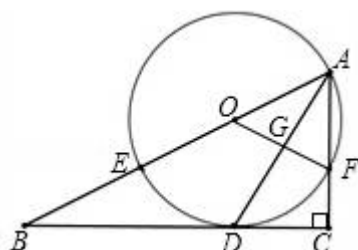
(1) 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 求 n 的值;

(2) 如图 1, 在 (1) 的条件下, 点 P 在抛物线上, 点 Q 在抛物线的对称轴上, 若以 BC 为边, 以点 B, C, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形, 求 P 点的坐标;

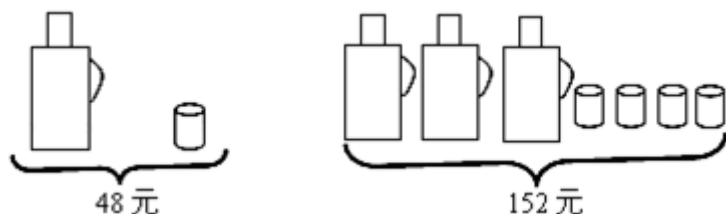
(3) 如图 2, 过点 A 作直线 BC 的平行线交抛物线于另一点 D , 交 y 轴交于点 E , 若 $AE:ED=1:4$, 求 n 的值.



24. (10分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , O 为 AB 上一点, 经过点 A, D 的 $\odot O$ 分别交 AB, AC 于点 E, F , 连接 OF 交 AD 于点 G . 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线; 设 $AB=x$, $AF=y$, 试用含 x, y 的代数式表示线段 AD 的长; 若 $BE=8$, $\sin B = \frac{5}{13}$, 求 DG 的长,



25. (10分) 请根据图中提供的信息, 回答下列问题:

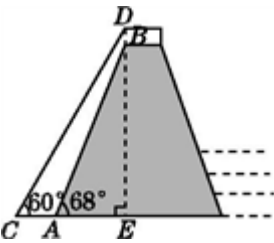


(1) 一个水瓶与一个水杯分别是多少元?

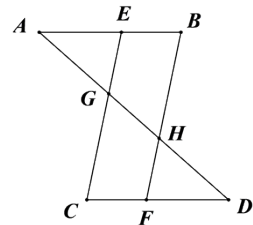
(2) 甲、乙两家商场同时出售同样的水瓶和水杯, 为了迎接新年, 两家商场都在搞促销活动, 甲商场规定: 这两种商品都打八折; 乙商场规定: 买一个水瓶赠送两个水杯, 另外购买的水杯按原价卖. 若某单位想要买 5 个水瓶和 n ($n > 10$, 且 n 为整数) 个水杯, 请问选择哪家商场购买更合算, 并说明理由. (必须在同一家购买)

26. (12分)

我国南水北调中线工程的起点是丹江口水库,按照工程计划,需对原水库大坝进行混凝土培厚加高,使坝高由原来的 162 米增加到 176.6 米,以抬高蓄水位,如图是某一段坝体加高工程的截面示意图,其中原坝体的高为 BE,背水坡坡角 $\angle BAE=68^\circ$,新坝体的高为 DE,背水坡坡角 $\angle DCE=60^\circ$.求工程完工后背水坡底端水平方向增加的宽度 AC. (结果精确到 0.1 米,参考数据: $\sin 68^\circ\approx 0.93$, $\cos 68^\circ\approx 0.37$, $\tan 68^\circ\approx 2.5$, $\sqrt{3}\approx 1.73$)



27. (12 分) 如图, $AB\parallel CD$, E 、 F 分别为 AB 、 CD 上的点, 且 $EC\parallel BF$, 连接 AD , 分别与 EC 、 BF 相交与点 G 、 H , 若 $AB=CD$, 求证: $AG=DH$.



参考答案

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1、 A

【解析】

先利用勾股定理计算出 AB，再在 Rt△BDE 中， 求出 BD 即可；

【详解】

解：∵ $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，

∴ $AB=5$ ，

∵ $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，使点 C 落在线段 AB 上的点 E 处，点 B 落在点 D 处，

∴ $AE=AC=4$ ， $DE=BC=3$ ，

∴ $BE=AB-AE=5-4=1$ ，

在 $Rt\triangle DBE$ 中， $BD=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ ，

故选 A.

【点睛】

本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等.

2、D

【解析】

按照解分式方程的步骤进行计算，注意结果要检验.

【详解】

解： $\frac{2x+1}{x-1}=3$

$$2x+1=3(x-1)$$

$$2x+1=3x-3$$

$$2x-3x=-1-3$$

$$-x=-4$$

$$x=4$$

经检验 $x=4$ 是原方程的解

故选：D

【点睛】

本题考查解分式方程，注意结果要检验.

3、A

【解析】

由数轴上点的位置得： $b<a<0<c$ ，且 $|b|>|c|>|a|$ ，

∴ $a+c>0$ ， $a-2b>0$ ， $c+2b<0$ ，

则原式= $a+c-a+2b+c+2b=4b+2c$.

故选：B.

点睛：本题考查了整式的加减以及数轴，涉及的知识有：去括号法则以及合并同类项法则，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4、B

【解析】

条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来．扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

【详解】

课外书总人数： $6 \div 25\% = 24$ （人），

看 5 册的人数： $24 - 5 - 6 - 4 = 9$ （人），

故选 B．

【点睛】

本题考查了统计图与概率，熟练掌握条形统计图与扇形统计图是解题的关键．

5、B

【解析】

首先过点 A 作 $AM \perp BC$ ，根据三角形面积求出 AM 的长，得出直线 BC 与 DE 的距离，进而得出直线与圆的位置关系．

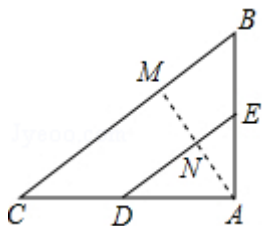
【详解】

解：过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M，交 DE 于点 N， $\therefore AM \times BC = AC \times AB$ ， $\therefore AM = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2.1$ ．

$\because D、E$ 分别是 AC、AB 的中点， $\therefore DE \parallel BC$ ， $DE = \frac{1}{2} BC = 2.5$ ， $\therefore AN = MN = \frac{1}{2} AM$ ， $\therefore MN = 1.2$ ．

$\because$ 以 DE 为直径的圆半径为 1.25， $\therefore r = 1.25 > 1.2$ ， $\therefore$ 以 DE 为直径的圆与 BC 的位置关系是：相交．

故选 B．



【点睛】

本题考查了直线和圆的位置关系，利用中位线定理得出 BC 到圆心的距离与半径的大小关系是解题的关键．

6、C

【解析】

根据一元二次方程的定义结合根的判别式即可得出关于 a 的一元一次不等式组，解之即可得出结论．

【详解】

解：∵关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 6x + 9 = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = (-6)^2 - 4 \times 9k > 0 \end{cases},$$

解得：k < 1 且 k ≠ 1.

故选：C.

【点睛】

本题考查了一元二次方程的定义、根的判别式以及解一元一次不等式组，根据一元二次方程的定义结合根的判别式列出关于 a 的一元一次不等式组是解题的关键.

7、D

【解析】

根据合并同类项法则判断 A、C；根据积的乘方法则判断 B；根据幂的乘方法则判断 D，由此即可得答案.

【详解】

A、 $2a^2 - a^2 = a^2$ ，故 A 错误；

B、 $(ab)^2 = a^2b^2$ ，故 B 错误；

C、 a^2 与 a^3 不是同类项，不能合并，故 C 错误；

D、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故 D 正确，

故选 D.

【点睛】

本题考查幂的乘方与积的乘方，合并同类项，熟练掌握各运算的运算性质和运算法则是解题的关键.

8、A

【解析】

试题分析：连接 AB、OC， $AB \perp OC$ ，所以可将四边形 AOBC 分成三角形 ABC、和三角形 AOB，进行求面积，求得四边形面积是 $2\sqrt{3}$ ，扇形面积是 $S = \frac{1}{3}\pi r^2 = \frac{4\pi}{3}$ ，所以阴影部分面积是扇形面积减去四边形面积即 $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$. 故选 A.

9、A

【解析】

根据二次根式的性质对 A 进行判断；根据二次根式的加减法对 B 进行判断；根据二次根式的除法法则对 C 进行判断；根据二次根式的乘法法则对 D 进行判断.

【详解】

A、原式=2，所以 A 选项正确；

B、原式= $4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ ，所以 B 选项错误；

C、原式= $\sqrt{18 \div 2} = 3$ ，所以 C 选项错误；

D、原式= $\sqrt{3 \times \frac{2}{3}} = \sqrt{2}$ ，所以 D 选项错误.

故选 A.

【点睛】

本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

10、D

【解析】【分析】根据众数和中位数的定义分别进行求解即可得.

【详解】这组数据中 42 出现了两次，出现次数最多，所以这组数据的众数是 42，

将这组数据从小到大排序为：37，38，40，42，42，所以这组数据的中位数为 40，

故选 D.

【点睛】本题考查了众数和中位数，一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．将一组数据从小到大（或从大到小）排序后，位于最中间的数（或中间两数的平均数）是这组数据的中位数．

11、B

【解析】

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

详解：将 360000000 用科学记数法表示为： 3.6×10^8 ．

故选：B．

点睛：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

12、B

【解析】

设可贷款总量为 y ，存款准备金率为 x ，比例常数为 k ，则由题意可得：

$$y = \frac{k}{x}, \quad k = 400 \times 7.5\% = 30,$$

$$\therefore y = \frac{30}{x},$$

$$\therefore \text{当 } x = 8\% \text{ 时, } y = \frac{30}{8\%} = 375 \text{ (亿),}$$

$$\therefore 400 - 375 = 25,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/677065124054006160>