

人教版数学七年级上册全册单元试卷中考真题汇编[解析版]

一、初一数学上学期期末试卷解答题压轴题精选（难）

1. 如图 $AB \parallel CD$, 点 H 在 CD 上, 点 E, F 在 AB 上, 点 G 在 AB, CD 之间, 连接 FG, GH, HE , $HG \perp HE$, 垂足为 H , $FG \perp HG$, 垂足为 G .

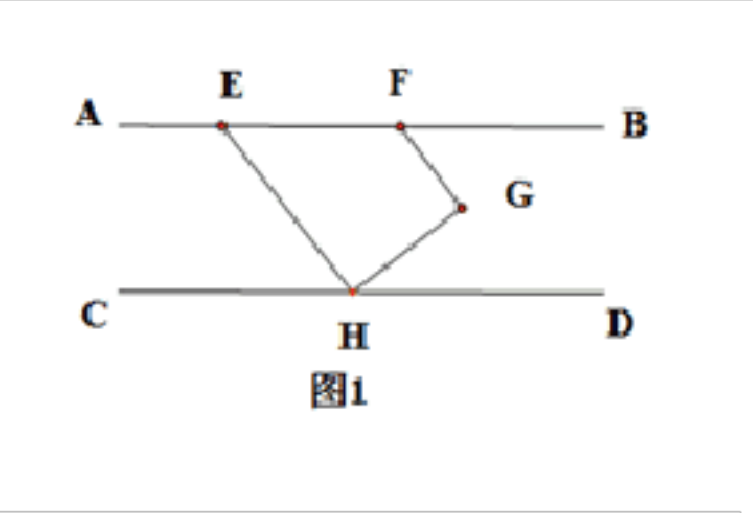


图1

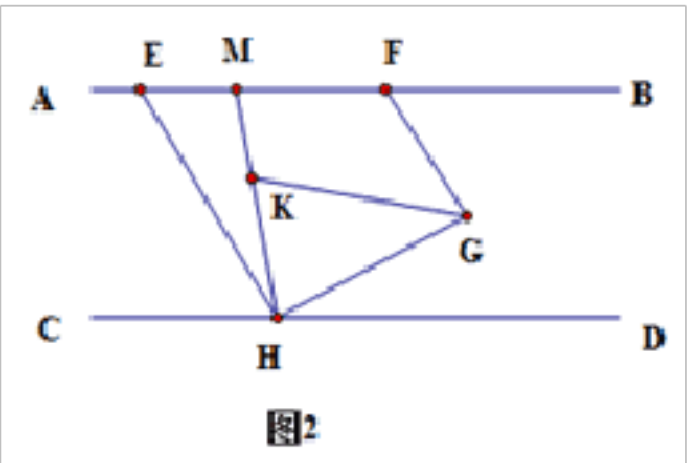


图2

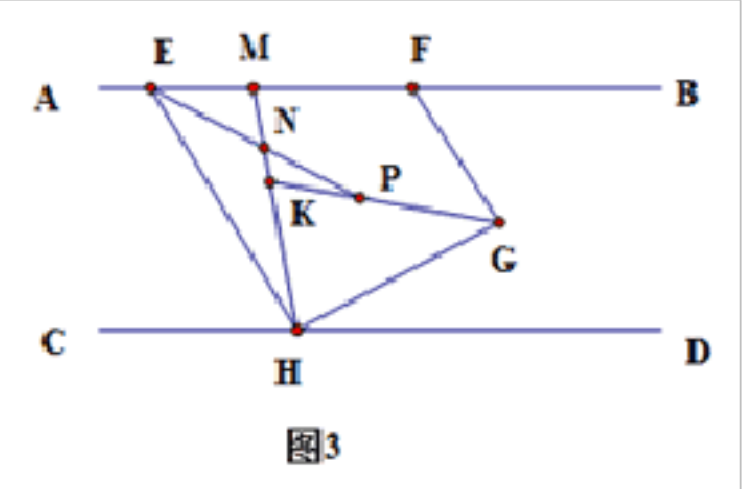


图3

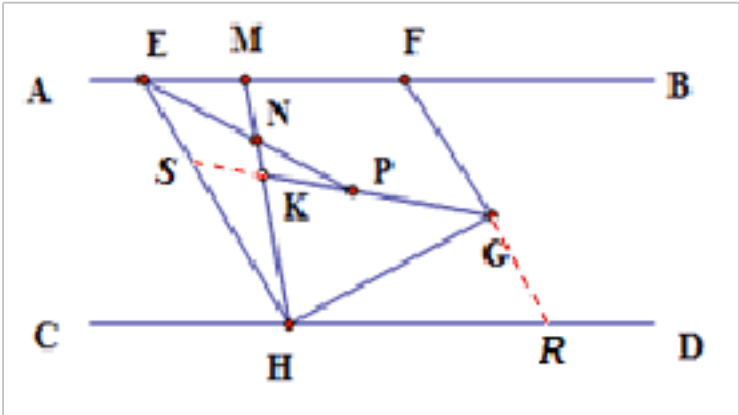
- (1) 求证: $\angle EHC + \angle GFE = 180^\circ$
- (2) 如图 2, HM 平分 $\angle CHG$, 交 AB 于点 M , GK 平分 $\angle FGH$, 交 HM 于点 K , 求证: $\angle GHD = 2\angle EHM$.
- (3) 如图 3, EP 平分 $\angle FEH$, 交 HM 于点 N , 交 GK 于点 P , 若 $\angle BFG = 50^\circ$, 求 $\angle NPK$ 的度数.

【答案】 (1) 解: $\because HG \perp HE, FG \perp HG$
 $\therefore FG \parallel EH$,
 $\therefore \angle GFE + \angle HEF = 180^\circ$,
 $\because AB \parallel CD$
 $\therefore \angle BEH = \angle CHE$
 $\therefore \angle EHC + \angle GFE = 180^\circ$

(2) 解: 设 $\angle EHM = x$
 $\because HG \perp HE$,
 $\therefore \angle GHK = 90^\circ - x$,
 $\because MH$ 平分 $\angle CHG$
 $\therefore \angle EHC = 90^\circ - 2x$,
 $\because AB \parallel CD$
 $\therefore \angle HMB = 90^\circ - x$,
 $\therefore \angle HMB = \angle MHG = 90^\circ - x$,
 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BMH + \angle DHM = 180^\circ$ ，即 $\angle BMH + \angle GHM + \angle GHD = 180^\circ$ ；
 $\therefore 90^\circ - x + 90^\circ - x + \angle GHD = 180^\circ$ ，解得， $\angle GHD = 2x$ ；
 $\therefore \angle GHD = 2\angle EHM$ ；

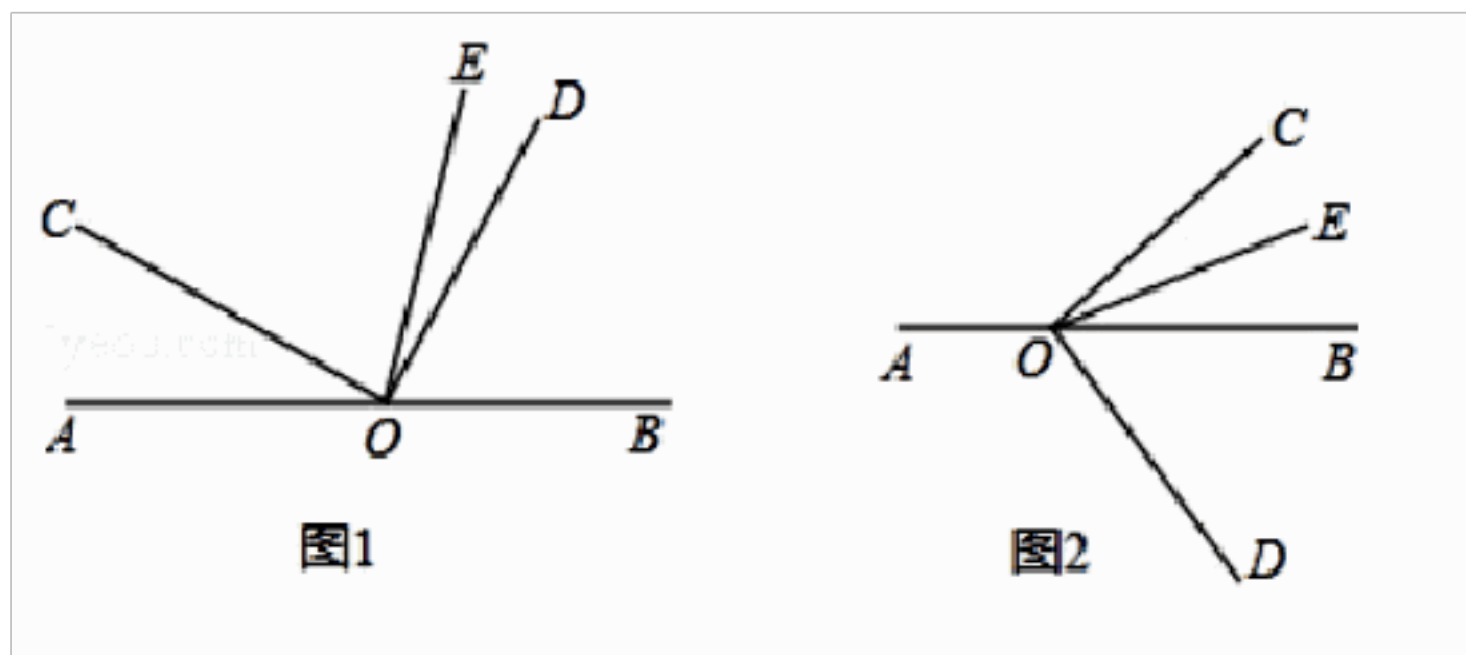
(3) 解： 延长 FG, GK, 交 CD 于 R, 交 HE 于 S, 如图，



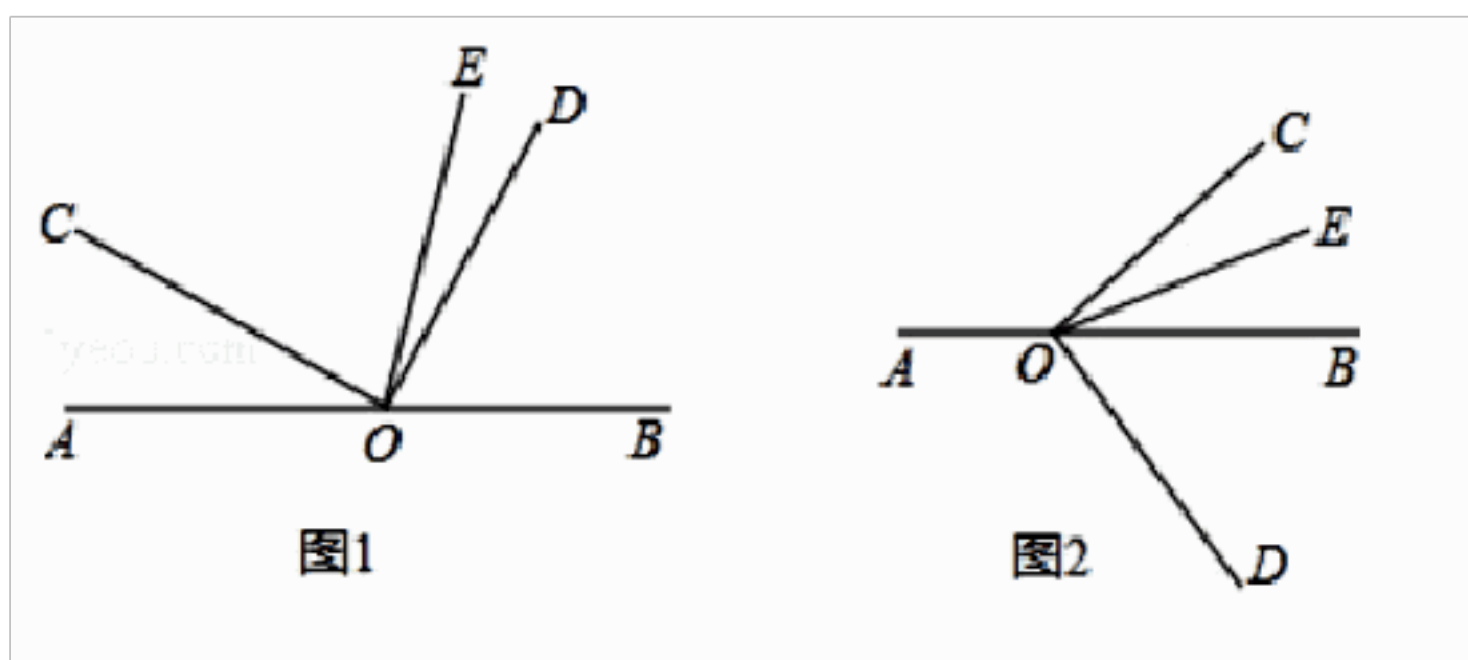
$\because AB \parallel CD, \angle BFG = 50^\circ$
 $\therefore \angle HRG = 50^\circ$
 $\because FG \perp HG,$
 $\therefore \angle GHR = 40^\circ$
 $\because HG \perp HE,$
 $\therefore \angle EHG = 90^\circ$
 $\therefore \angle CHE = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$
 $\because AB \parallel CD,$
 $\therefore \angle FEH = \angle CHE = 50^\circ$
 $\because EP$ 是 $\angle HEF$ 的平分线，
 $\therefore \angle SEP = \frac{1}{2} \angle FEH = 25^\circ$ ；
 $\because GH$ 平分 $\angle HGF,$
 $\therefore \angle HGS = \frac{1}{2} \angle HGF = 45^\circ$ ；
 $\therefore \angle HSG = 45^\circ$ ；
 $\because \angle SEP + \angle SPE = \angle HSP = 45^\circ$ ；
 $\therefore \angle EPS = 20^\circ$ ，即 $\angle NPK = 20^\circ$

【解析】 **【分析】** (1) 根据 $HG \perp HE$, $FG \perp HG$ 可证明 $FG \parallel EH$, 从而得 $\angle GFE + \angle HEF = 180^\circ$ ；再根据 $AB \parallel CD$ 可得 $\angle BEH = \angle CHE$ 进而可得结论；(2) 设 $\angle EHM = x$ 根据 MH 是 $\angle CHG$ 的平分线可得 $\angle MHG = 90^\circ - x$, $\angle EHC = 90^\circ - 2x$, 根据平行线的性质得 $\angle HMB = 90^\circ - x$, 从而得 $\angle HMB = \angle MHG$, 再由平行线的性质得 $\angle BMH + \angle DHM = 180^\circ$ ；从而可得结论；(3) 分别延长 FG, GK , 交 CD 于 R , 交 HE 于 S , 由 $AB \parallel CD$ 得 $\angle HRG = 50^\circ$ ；由 $FG \perp HG$ 得 $\angle GHR = 40^\circ$ ；由 MH 平分 $\angle CHG$ 得 $\angle CHE = 50^\circ$ ；由 $AB \parallel CD$ 得 $\angle MEH = \angle CHE = 50^\circ$ ；可得 $\angle SEP = 25^\circ$ ；最后由三角形的外角可得结论.

2. 已知：O 是直线 AB 上的一点， $\angle COA$ 是直角，OE 平分 $\angle BOC$ 。



- (1) 如图 1. 若 $\angle AOC = 30^\circ$, 求 $\angle DOE$ 的度数;
 (2) 在图 1 中, $\angle AOC = a$, 直接写出 $\angle DOE$ 的度数 (用含 a 的代数式表示);



(3)

将图 1 中的 $\angle DOC$ 绕顶点 O 顺时针旋转至图 2 的位置, 探究 $\angle AOC$ 和 $\angle DOE$ 的度数之间的关系. 写出你的结论, 并说明理由.

【答案】 (1) 解: $\because \angle COD$ 是直角, $\angle AOC = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BOD = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,
 $\angle COB = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$,
 $\because OE$ 平分 $\angle BOC$,
 $\therefore \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = 75^\circ$,
 $\therefore \angle DOE = \angle BOE - \angle BOD = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$.

(2) 解: $\because \angle COD$ 是直角, $\angle AOC = a$,
 $\therefore \angle BOD = 180^\circ - 90^\circ - a = 90^\circ - a$,
 $\therefore \angle COB = 90^\circ + 90^\circ - a = 180^\circ - a$,

∵OE平分 $\angle BOC$,

$$\therefore \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle BOE - \angle BOD = 90^\circ - \frac{1}{2}a - (90^\circ - a) = \frac{1}{2}a$$

(3) 解: $\angle AOC = 2\angle DOE$,

理由是: $\because \angle BOC = 180^\circ - \angle AOC$, OE平分 $\angle BOC$,

$$\therefore \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\because \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - (180^\circ - \angle AOC) = \angle AOC - 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle BOD + \angle BOE = (\angle AOC - 90^\circ) + (90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC) = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

即 $\angle AOC = 2\angle DOE$

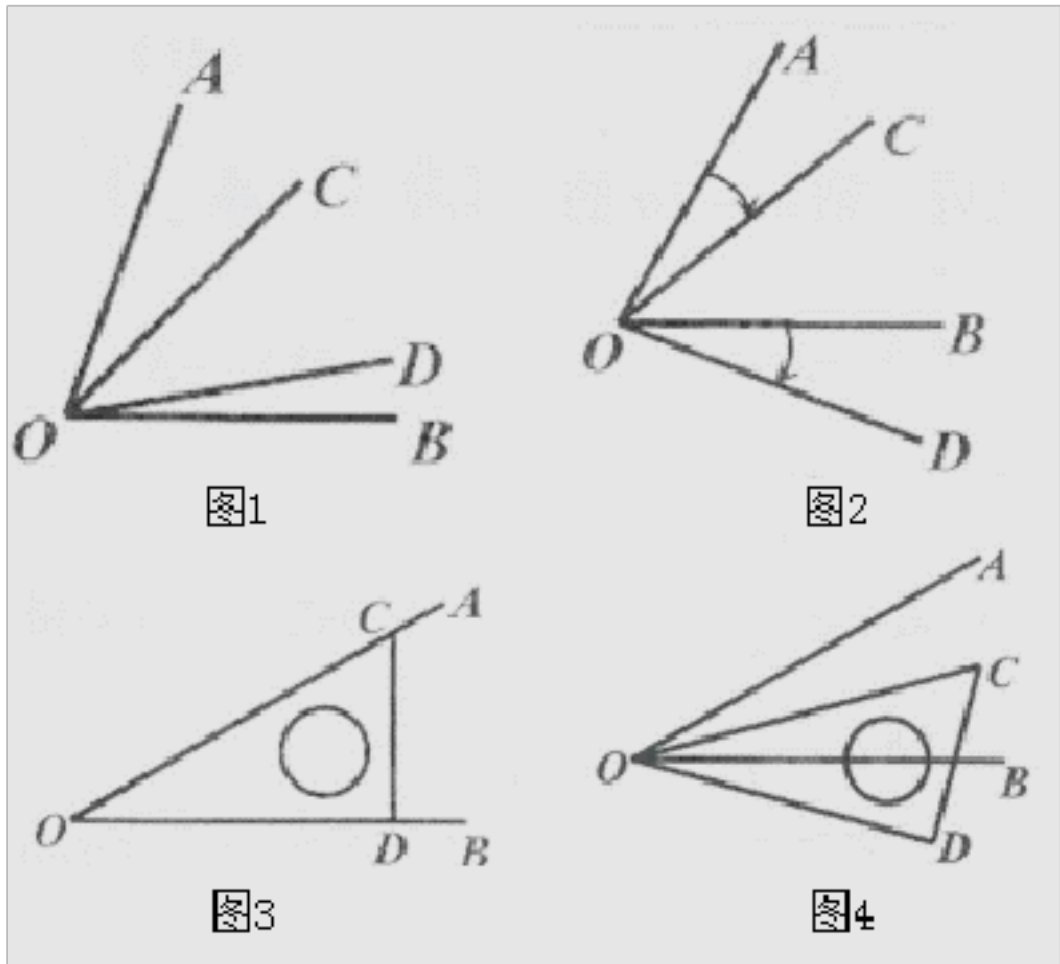
【解析】 **【分析】** (1) 根据平角的定义得出 $\angle BOD$, $\angle COB$ 的度数, 根据角平分线的定义

得出 $\angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = 75^\circ$, 根据角的和差, 由 $\angle DOE = \angle BOE - \angle BOD$ 即可算出答案;

(2) 根据平角的定义得出 $\angle BOD = 90^\circ - a$, $\angle COB = 180^\circ - a$, 根据角平分线的定义得出 $\angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}a$, 根据角的和差, 由 $\angle DOE = \angle BOE - \angle BOD$ 即可算出答案;

(3) $\angle AOC = 2\angle DOE$, 根据平角的定义得出 $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC$ 根据角平分线的定义得出 $\angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC$, 根据角的和差得出 $\angle BOD = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - (180^\circ - \angle AOC) = \angle AOC - 90^\circ$, $\angle DOE = \angle BOD + \angle BOE$, 再整体替换即可得出答案。

3. 定义: 从一个角的顶点出发, 在角的内部引两条射线, 如果这两条射线所成的角等于这个角的一半, 那么这两条射线所成的角叫做这个角的内半角. 如图 1, 若 $\angle COD = \frac{1}{2} \angle AOB$ 则 $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角.



(1) 如图 1，已知 $\angle AOB=70^\circ$ ， $\angle AOC=25^\circ$ ， $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角，则 $\angle BOD=$ _____.

(2) 如图 2，已知 $\angle AOB=60^\circ$ ；将 $\angle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转一个角度 α ($0<\alpha<60^\circ$) 至 $\angle COD$ ，当旋转的角度 α 为何值时， $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角.

(3) 已知 $\angle AOB=30^\circ$ ；把一块含有 30° 角的三角板如图 3 叠放，将三角板绕顶点 O 以 3 度 / 秒的速度按顺时针方向旋转 (如图 4)，问：在旋转一周的过程中，射线 OA ， OB ， OC ， OD 能否构成内半角，若能，请求出旋转的时间；若不能，请说明理由.

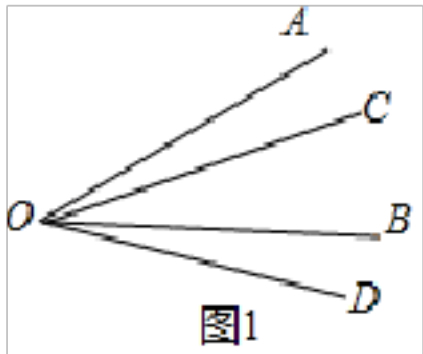
【答案】 (1) 10°

(2) 解： $\because \angle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转一个角度 α ($0<\alpha<60^\circ$) 至 $\angle COD$
 $\therefore \angle AOB=\angle COD=60^\circ$
 $\therefore \angle AOC=\angle BOD=\alpha$
 $\therefore \alpha+\angle COB=60^\circ$
 $\because \angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角

$$\begin{aligned} \therefore \angle COB &= \frac{1}{2} \angle AOD \\ \therefore 2\angle COB &= \angle COB + 2\alpha \\ \therefore \angle COB &= 2\alpha \\ \therefore \alpha + 2\alpha &= 60^\circ \end{aligned}$$

解之： $\alpha=20^\circ$
 即当旋转的角度 α 为 20° 时， $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角。

(3) 解： 在旋转一周的过程中，射线 OA ， OB ， OC ， OD 能否构成内半角，
 理由： 设按顺时针方向旋转一个角度 α ，旋转的时间为 t
 如图 1



∵ ∠BOC是∠AOD的内半角， ∠AOC=∠BOD=α

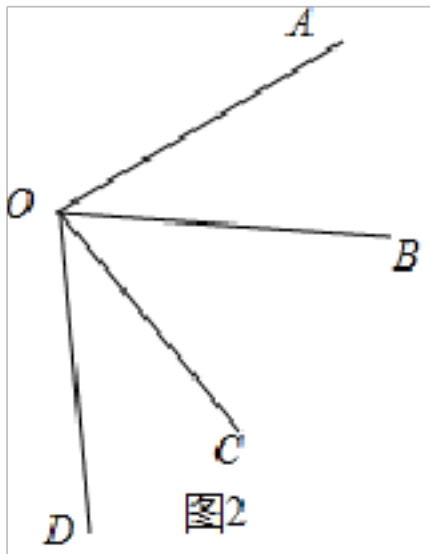
$$\therefore \angle AOD=30^{\circ}+\alpha \quad \angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOD=30^{\circ}\alpha$$

$$\therefore \frac{1}{2}(30^{\circ}+\alpha)=30^{\circ}-\alpha$$

解之： α =10°

$$\therefore t=\frac{10}{3}s;$$

如图 2



∵ ∠BOC是∠AOD的内半角， ∠AOC=∠BOD=α

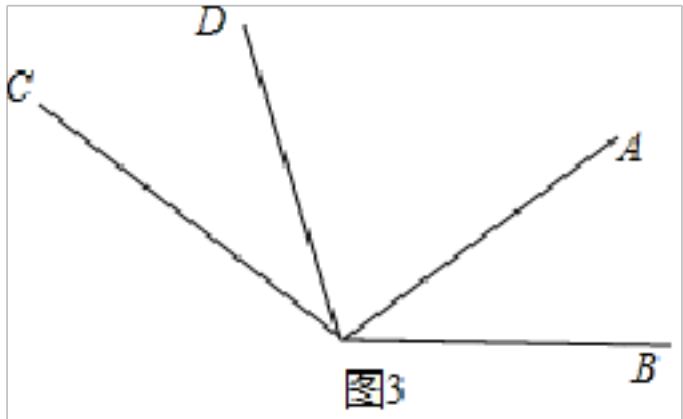
$$\therefore \angle AOD=30^{\circ}+\alpha \quad \angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOD=\alpha-30^{\circ}$$

$$\therefore \frac{1}{2}(30^{\circ}+\alpha)=\alpha-30^{\circ}$$

解之： α =90°

$$\therefore t=\frac{90}{3}=30s;$$

如图 3



∵ ∠AOD是∠BOC的内半角， ∠AOC=∠BOD=360°α

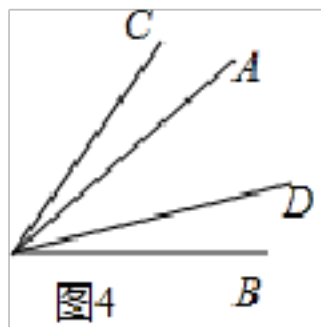
$$\therefore \angle BOC = 360^\circ + 30^\circ - \alpha, \quad \angle AOD = \frac{1}{2} \angle BOC = 360^\circ \alpha - 30^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{2} (360^\circ + 30^\circ - \alpha) = 360^\circ - \alpha - 30^\circ$$

解之： $\alpha = 330^\circ$

$$\therefore t = \frac{330}{3} = 110s;$$

如图 4



$\because \angle AOD$ 是 $\angle BOC$ 的内半角， $\angle AOC = \angle BOD = 360^\circ \alpha$

$$\therefore \angle BOC = 360^\circ + 30^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \frac{1}{2} (360^\circ + 30^\circ - \alpha) = 30^\circ + 30^\circ - (360^\circ + 30^\circ - \alpha)$$

解之： $\alpha = 350^\circ$

$$\therefore t = \frac{350}{3} s;$$

综上所述，当旋转的时间为 $\frac{10}{3}s$ 或 $30s$ 或 $110s$ 或 $\frac{350}{3}s$ 时，射线 OA , OB , OC , OD 能构成内半角。

【解析】【解答】解：（1） $\because \angle AOB = 70^\circ$, $\angle AOC = 25^\circ$

$$\therefore \angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ,$$

$\because \angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角，

$$\therefore \angle COD = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle BOD = \angle COB - \angle COD = 45^\circ - 35^\circ = 10^\circ$$

故答案为： 10°

【分析】（1）由题意可求出 $\angle BOC$ 的度数，再根据 $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角，就可求出 $\angle COD$ 的度数，然后利用 $\angle BOD = \angle COB - \angle COD$ 可求解。

（2）利用旋转的性质，可证得 $\angle AOC = \angle BOD = \alpha$ ，再由 $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角，可得到

$\angle COB = \frac{1}{2} \angle AOD$ ，就可得到 $\angle COB = 2\alpha$ ，然后根据 $\alpha + \angle COB = 60^\circ$ ，就可求出旋转角的度数。

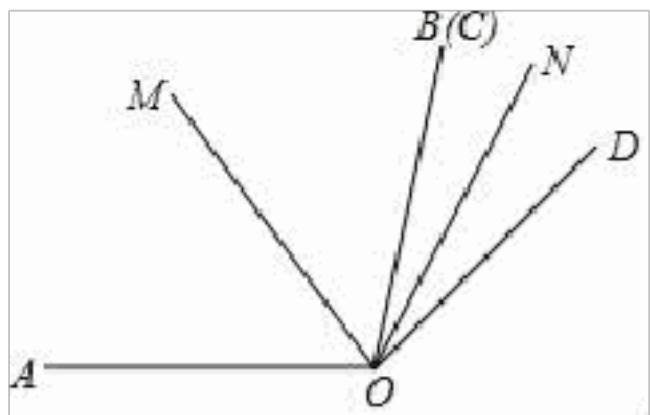
（3）分情况讨论，分别画出图形，设按顺时针方向旋转一个角度 α ，旋转的时间为 t ，根据图 1 可得到 $\angle AOC = \angle BOD = \alpha$ ，根据内半角的定义，可得到 $\angle AOD = 30^\circ + \alpha$ ，

$\angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOD = 30^\circ \alpha$ ，再建立关于 α 的方程，就可求出 α 和 t 的值；由图 2 由

$\angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOD = \alpha - 30^\circ$ 及 $\angle AOD = 30^\circ + \alpha$ 建立方程求出 α 和 t 的值即可；根据图 3，利用内

半角的定义，可知 $\angle AOD$ 是 $\angle BOC$ 的内半角， $\angle BOC = 360^\circ - 30^\circ - \alpha$ ， $\angle AOD = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2}(360^\circ - \alpha - 30^\circ)$ ，建立关于 α 的方程，求出 α 和 t 的值；如图 4，利用内半角的定义，建立关于 α 的方程，求出 α 的值，再求出 t 的值即可。

4. 如图， $\angle AOB = \alpha$ ， $\angle COD = \beta$ ($\alpha > \beta$)， OC 与 OB 重合， OD 在 $\angle AOB$ 外，射线 OM 、 ON 分别是 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 的角平分线。



- (1) ① 若 $\alpha = 100^\circ$ ， $\beta = 60^\circ$ ，则 $\angle MON$ 等于多少；
 ② 在①的条件下 $\angle COD$ 绕点 O 逆时针旋转 n° ($0 < n < 100$ (且 $n \neq 60$)) 时，求 $\angle MON$ 的度数；

(2) 直接写出 $\angle COD$ 绕点 O 逆时针旋转 n° ($0 < n < 360$) 时 $\angle MON$ 的值 (用含 α 、 β 的式子表示)。

【答案】 (1) 解：① $\because OM, ON$ 分别是 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 的角平分线，

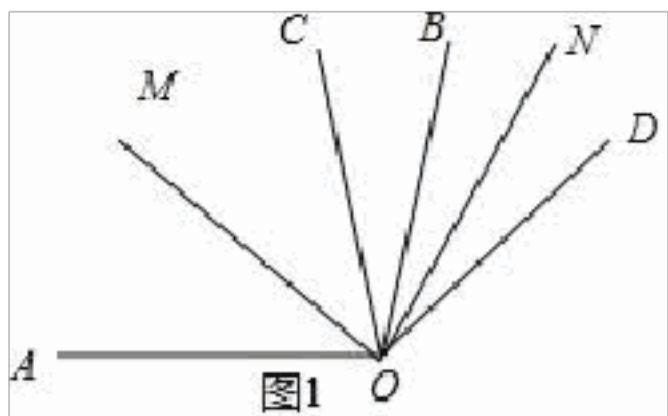
$$\therefore \angle BOM = \frac{1}{2} \angle AOB, \quad \angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD,$$

$$\therefore \angle MON = \frac{1}{2} (\angle AOB + \angle BOD),$$

$$\text{又} \because \angle AOB = 100^\circ, \quad \angle COD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = \frac{1}{2} (\angle AOB + \angle BOD) = \frac{1}{2} \times (100^\circ + 60^\circ) = 80^\circ.$$

② 如图 1， $\because \angle COD$ 绕点 O 逆时针旋转 n° ，



$$\therefore \angle BOC = n^\circ,$$

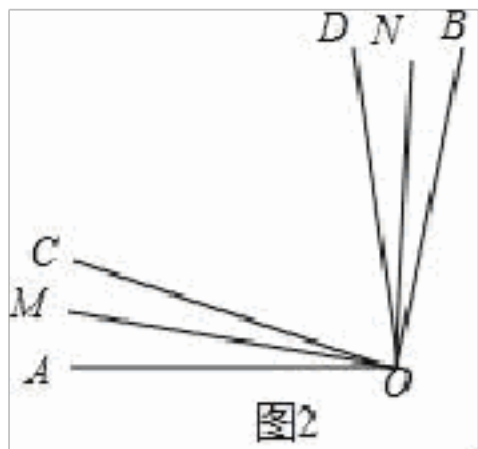
$$\therefore \angle BOD = 60^\circ - n^\circ, \quad \angle AOC = 100^\circ - n^\circ,$$

$\because OM, ON$ 分别是 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 的角平分线，

$$\therefore \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = 50^\circ - \frac{1}{2} n^\circ, \quad \angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD = 30^\circ - \frac{1}{2} n^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = \angle COM + \angle COB + \angle BON = 80^\circ;$$

如图 2, $\because \angle COD$ 绕点 O 逆时针旋转 n° ,



$$\therefore \angle BOC = n^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = n^\circ - 60^\circ, \quad \angle AOC = 100^\circ - n^\circ,$$

$$\because OM, ON \text{ 分别是 } \angle AOC, \angle BOD \text{ 的角平分线},$$

$$\therefore \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = 50^\circ - \frac{1}{2} n^\circ, \quad \angle DON = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} n^\circ - 30^\circ,$$

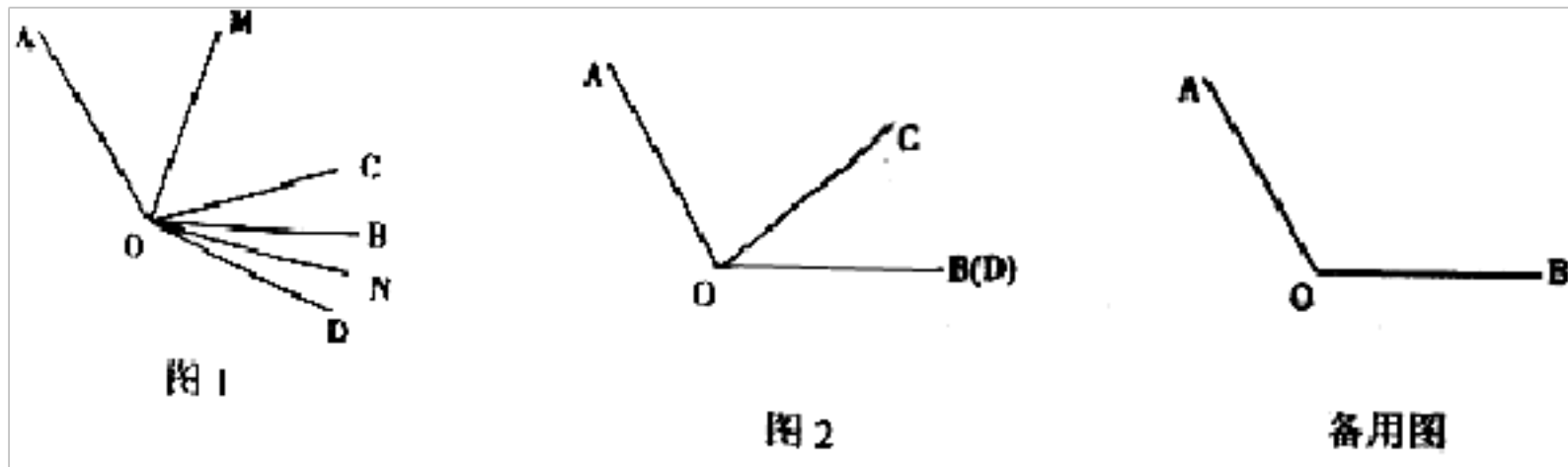
$$\therefore \angle MON = \angle COM + \angle COD + \angle DON = 80^\circ$$

(2) 解: $\because OM$ 为 $\angle AOD$ 的平分线, ON 为 $\angle BOC$ 的平分线, $\angle AOB = \alpha$, $\angle COD = \beta$,

$$\therefore \angle MON = \frac{1}{2} (\alpha + \beta \text{ 或 } 180^\circ - \frac{1}{2} (\alpha + \beta);$$

【解析】【分析】(1) ① 根据角平分线的定义求出 $\angle BOM$ 和 $\angle CON$ 的度数, 然后相加即可得出答案; ② 根据旋转的性质可知 $\angle BOC = n^\circ$, 分两种情况进行讨论: 如图 1, $\angle BOD = 60^\circ - n^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ - n^\circ$, 根据角平分线的定义得出 $\angle COM$ 和 $\angle BON$ 的度数, 然后根据 $\angle MON = \angle COM + \angle COB + \angle BON$ 进行计算即可得出结论; 如图 2, $\angle BOD = n^\circ - 60^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ - n^\circ$, 根据角平分线的定义得出 $\angle COM$ 和 $\angle BON$ 的度数, 然后根据 $\angle MON = \angle COM + \angle COD + \angle BON$ 进行计算即可得出结论; (2) 根据①、②的解题思路即可得到结论.

5. 已知 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle COD = 40^\circ$; OM 平分 $\angle AOC$, ON 平分 $\angle BOD$ (图中的角均大于 0° 且小于 180°)



(1) 如图 1, 求 $\angle MON$ 的度数;

(2) 若 OD 与 OB 重合, OC 从图 2 中的位置出发绕点 O 逆时针以每秒 10° 的速度旋转, 同

从 OB 的位置出发绕点 O 顺时针以每秒 5° 的速度旋转，旋转时间为 t 秒

① 当 $8 < t < 24$ 时，试确定 $\angle BOM$ 与 $\angle AON$ 的数量关系；

② 当 $0 < t < 26$ 且 $t \neq \frac{28}{3}$ 时，若 $|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$ ，则 $t =$ _____.

【答案】 (1) 解：设 $\angle BOC = x$

$$\because \angle AOB = 120^\circ, \angle COD = 40^\circ$$

$$\therefore \begin{cases} \angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = 120^\circ - x \\ \angle BOD = \angle COD - \angle BOC = 40^\circ - x \end{cases}$$

又 $\because$ OM 平分 $\angle AOC$ ，ON 平分 $\angle BOD$

$$\therefore \angle MOC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{120^\circ - x}{2}, \angle NOB = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{40^\circ - x}{2}$$

$$\therefore \angle MON = \angle MOC + \angle BOC + \angle NOB = \frac{120^\circ - x}{2} + x + \frac{40^\circ - x}{2} = 80^\circ$$

(2) 解：① 由题意将 t 分为以下两段：

当 $8 < t \leq 20$ 时，
$$\begin{cases} \angle AON = \angle AOB + \frac{5^\circ t}{2} = 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2} \\ \angle BOM = \angle AOB + \frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} = 80^\circ + 5^\circ t \end{cases}$$

此时有 $2\angle AON - \angle BOM = 160^\circ$

当 $20 < t < 24$ 时，
$$\begin{cases} \angle AON = \angle AOB + \frac{5^\circ t}{2} = 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2} \\ \angle BOM = 360^\circ - (\angle AOB + \frac{10^\circ t - 80^\circ}{2}) = 280^\circ - 5^\circ t \end{cases}$$

此时有 $2\angle AON + \angle BOM = 520^\circ$

综上，所求的 $\angle BOM$ 与 $\angle AON$ 的数量关系为：
$$\begin{cases} 2\angle AON - \angle BOM = 160^\circ & (8 < t \leq 20) \\ 2\angle AON + \angle BOM = 520^\circ & (20 < t < 24) \end{cases}$$

② $t = 4$ 或 $t = 12$ 或 $t = \frac{76}{3}$.

【解析】 【解答】 (2) ② 根据图中的角均小于 180° ，需作以下几方面的讨论：

当 OC 恰好转至 OA 的位置时， $t = \frac{80^\circ}{10^\circ} = 8$ ；当 OC 与 OD 恰好转至共线的位置时，

$10^\circ t + 40^\circ + 5^\circ t = 180^\circ$ ，即 $t = \frac{28}{3}$ ；当 OC 与 OD 转到使 OM 与 ON 恰好共线的位置时，

$\frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} + \frac{5^\circ t}{2} = 60^\circ$ ，即 $t = \frac{40}{3}$ ；当 OC 与 OD 恰好重合时，

$10^\circ t + 5^\circ t + 40^\circ = 360^\circ$ ，即 $t = \frac{64}{3}$ ，下面据此将 t 的取值范围逐一分段：

1) 当 $0 < t \leq 8$ 时，
$$\begin{cases} \angle MON = \frac{10^\circ t}{2} + 40^\circ + \frac{5^\circ t}{2} = 40^\circ + \frac{15^\circ t}{2} \\ \angle COD = 10^\circ t + 40^\circ + 5^\circ t = 40^\circ + 15^\circ t \end{cases}$$

$$|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$$

得:
$$\frac{15^\circ t}{2} = 30^\circ$$
解得
$$t = 4$$

2) 当
$$8 < t < \frac{28}{3}$$
时,

$$\begin{cases} \angle MON = \frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} + 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2} = 80^\circ + \frac{15^\circ t}{2} \\ \angle COD = 10^\circ t + 40^\circ + 5^\circ t = 40^\circ + 15^\circ t \end{cases}$$

代入
$$|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$$
得:
$$\frac{15^\circ t}{2} - 40^\circ = 30^\circ$$
解得
$$t = \frac{28}{3}$$
(舍)

3) 当
$$\frac{28}{3} < t \leq \frac{40}{3}$$
时,

$$\begin{cases} \angle MON = \frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} + 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2} = 80^\circ + \frac{15^\circ t}{2} \\ \angle COD = 360^\circ - (10^\circ t + 40^\circ + 5^\circ t) = 320^\circ - 15^\circ t \end{cases}$$

代入
$$|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$$
得:
$$|\frac{45^\circ t}{2} - 240^\circ| = 30^\circ$$
解得
$$t = \frac{28}{3}$$
(舍) 或
$$t = 12$$

4) 当
$$\frac{40}{3} < t \leq \frac{64}{3}$$
时,

$$\begin{cases} \angle MON = 360^\circ - (\frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} + 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2}) = 280^\circ - \frac{15^\circ t}{2} \\ \angle COD = 360^\circ - (10^\circ t + 40^\circ + 5^\circ t) = 320^\circ - 15^\circ t \end{cases}$$

代入
$$|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$$
得:
$$\frac{15^\circ t}{2} - 40^\circ = 30^\circ$$
解得
$$t = \frac{28}{3}$$
(舍)

5) 当
$$\frac{64}{3} < t < 26$$
时,

$$\begin{cases} \angle MON = 360^\circ - (\frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} + 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2}) = 280^\circ - \frac{15^\circ t}{2} \\ \angle COD = (10^\circ t + 40^\circ + 5^\circ t) - 360^\circ = 15^\circ t - 320^\circ \end{cases}$$

代入
$$|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$$
得:
$$600^\circ - \frac{45^\circ t}{2} = 30^\circ$$
解得
$$t = \frac{76}{3}$$

$$t = 4$$
或
$$t = 12$$
或
$$t = \frac{76}{3}$$

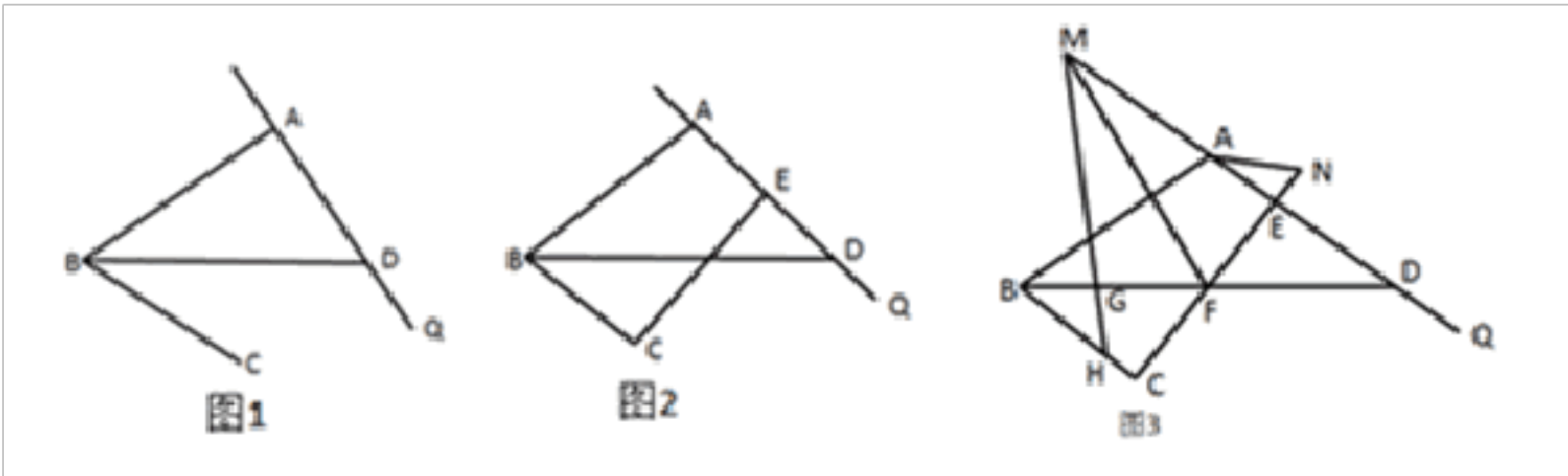
【分析】(1) 设 $\angle BOC = x$ ，则可得 $\angle AOC = 120^\circ - x$ 和 $\angle BOD = 40^\circ - x$ ，根据角平分线的定义得 $\angle MOC$ 和 $\angle NOB$ ，再根据 $\angle MON = \angle MOC + \angle BOC + \angle NOB$ 即可得；(2)

① 当 $8 < t < 24$ 时，由题意可得
$$\begin{cases} \angle AON = \angle AOB + \frac{5^\circ t}{2} = 120^\circ + \frac{5^\circ t}{2} < 180^\circ \\ \angle BOM = \angle AOB + \frac{10^\circ t - 80^\circ}{2} = 80^\circ + 5^\circ t \end{cases}$$
，可以发现当 $20 < t < 24$ 时， $\angle BOM$ 大于 180° ，因此需要将 t 分成 $8 < t \leq 20$ 和 $20 < t < 24$ 两段，分别计算 $\angle BOM$ ，以保证其符合题意小于 180° ，从而确定在两段内 $\angle BOM$ 和 $\angle AON$ 的数量关系；② 根据图中的角均小于 180° ，首先要分 OC 是否转过 OA ；再分 OC 与 OD 是否转到共线的位置；然后分角平分线 OM 与 ON 是否共线，即 $\angle MON$ 是否大于 180° ；最后分 OC 与 OD 是否重合；计算各个情形的下 $\angle MON$ 和 $\angle COD$ ，代入

$$|\angle MON - \angle COD| = \frac{1}{4}\angle AOB$$

t 的值.

6. 如图 1, 直线 $AQ \parallel BC$, $\angle ABC$ 的平分线交 AQ 于点 D .



(1) 求证: $\angle ABD = \angle ADE$;

(2) 如图 2, 过点 C 作 $CE \perp AD$ 于点 E , 交 BD 于点 F , 探究 $\angle BFE$ 与 $\angle ABD$ 之间的数量关系, 并证明你的猜想;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, $\angle BFE$ 的平分线交 DA 延长线于点 M , N 为 CE 延长线上一点, $\angle BAD = 2\angle N$, 将 MD 沿直线 MF 翻折, 所得直线交 BD 于 G , 交 BC 于 H , 若 $\angle N + \angle BHM = \angle MGE$, 求 $\angle NAD$ 的度数.

【答案】 (1) 证明: $\because AQ \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

又 $\because AD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADE.$$

(2) 解: $\because \angle BFE$ 为 $Rt \triangle BCF$ 的外角,

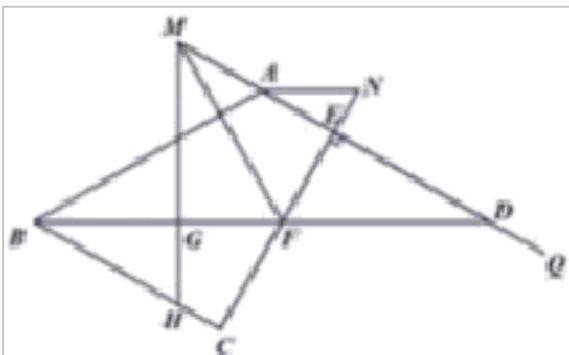
$$\therefore \angle ADB = \angle BFE - \angle FED = \angle BFE - 90^\circ,$$

又 $\because \angle ABD = \angle ADE$

$$\therefore \angle ABD = \angle BFE - 90^\circ,$$

即 $\angle BFE - \angle ABD = 90^\circ$.

(3) 解: 如图,



$$\begin{cases} \angle EMF = \angle GMF \\ MF = MF \\ \angle MFE = \angle MFG \end{cases}$$

根据折叠的性质,

$$\therefore \triangle MFE \cong \triangle MFG,$$

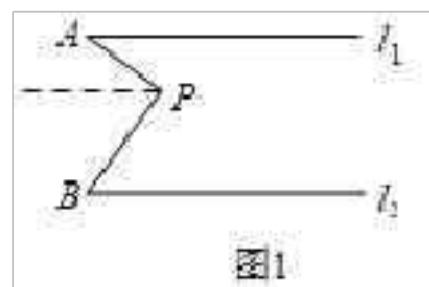
$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BGM = \angle MGF = \angle MEF = 90^\circ \\
&\therefore \angle N + \angle BHM = 90^\circ, \\
&\therefore \angle N = 90^\circ - \angle BHM, \\
&\therefore MQ \parallel BC, \\
&\therefore \angle AMH = \angle BHM, \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ, \\
&\therefore \angle BAD = \angle AMH + \angle APM = \angle BHM + \angle BPH = 2\angle N = 2(90^\circ - \angle BHM), \\
&\therefore \text{在 } \triangle BPH \text{ 中, } 3\angle BHM + \angle BPH = \angle BHM + \angle BPH + \angle ABC = 180^\circ, \\
&\therefore 2\angle BHM = \angle ABC \\
&\therefore \angle BHM = \frac{1}{2}\angle ABC = \angle CBF \\
&\therefore \triangle BGF \text{ 为等腰直角三角形, } \angle CBF = 45^\circ, \\
&\therefore \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ = 2\angle N, \\
&\therefore \angle N = 45^\circ, \\
&\therefore \angle NAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ.
\end{aligned}$$

【解析】【分析】（1）根据平行线的性质定理得到内错角相等，再根据角平分线的性质，即可得到等角.（2）根据平行与垂直的性质，可得 $\angle C = 90^\circ$ ，而 $\angle BFE$ 为 $Rt \triangle BCF$ 的外角，根据三角形的外角定理即可解答.（3）根据题目中已给的数量关系，求 $\angle NAD$ 的度数可转化为先求 $\angle BAD$ 的度数，根据折叠的性质和平行线的性质，可将多个角的复杂数量关系转移到 $Rt \triangle BGF$ 中，结果证明它是个等腰直角三角形，如此可解.

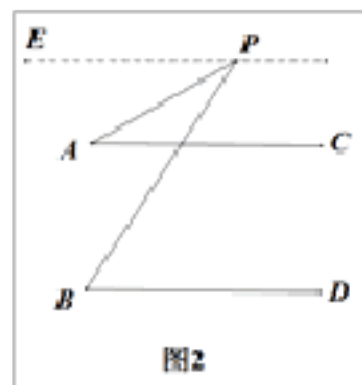
7. 探究题

学习完平行线的性质与判定之后，我们发现借助构造平行线的方法可以帮我们解决许多问题。

（1）小明遇到了下面的问题：如图 1， $l_1 \parallel l_2$ ，点 P 在 l_1, l_2 内部，探究 $\angle A$ ， $\angle APB$ ， $\angle B$ 的关系. 小明过点 P 作 l_1 的平行线，可证 $\angle APB$ ， $\angle A$ ， $\angle B$ 之间的数量关系是： $\angle APB = \underline{\hspace{2cm}}$.



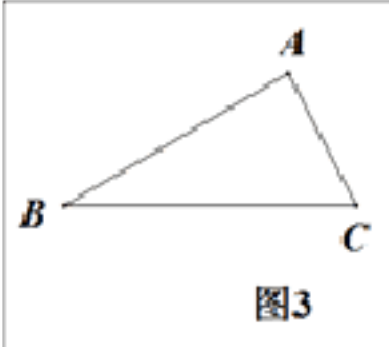
（2）如图 2，若 $AC \parallel BD$ ，点 P 在 AB、CD 外部， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle APB$ 的数量关系是否发生变化？请你补全下面的证明过程.



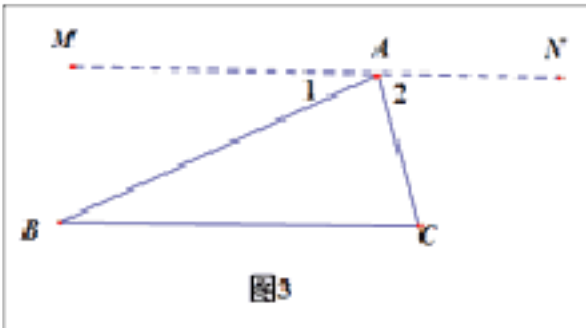
过点 P 作 $PE \parallel AC$.

$\angle$
 $\because AC \parallel BD$
 $\therefore \underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$
 $\therefore \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\because \angle BPA = \angle BPE - \angle EPA$
 $\therefore \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 随着以后的学习你还会发现平行线的许多用途.试构造平行线解决以下问题:
 已知: 如图 3, 三角形 ABC, 求证: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

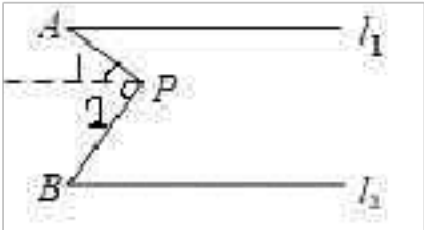


【答案】 (1) $\angle APB = \angle A + \angle B$
 (2) $\angle 1$; PE; BD; $\angle EPB$; $\angle APB = \angle B - \angle 1$
 (3) 证明: 过点 A 作 $MN \parallel BC$



$\therefore \angle B = \angle 1$
 $\angle C = \angle 2$
 $\because \angle BAC + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$
 $\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$

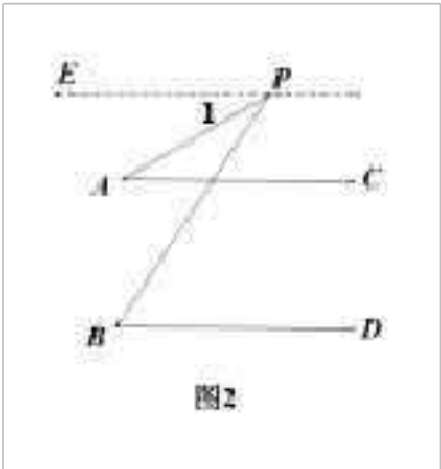
【解析】 **【解答】** 解: (1)如图:



由平行线的性质可得: $\angle 1 = \angle A, \angle 2 = \angle B$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle B$

即 $APB = \angle A + \angle B$

(2)解: 过点 P 作 $PE \parallel AC$.



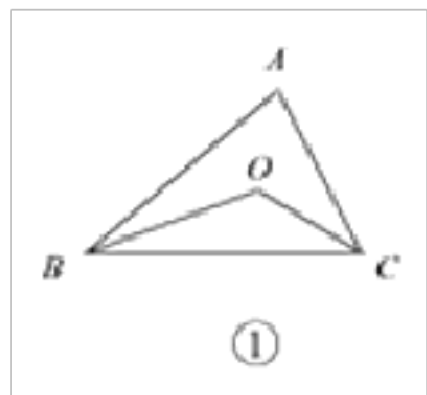
$$\begin{aligned} & \angle \quad \underline{\angle 1} \\ \because AC // BD \\ \therefore \underline{PE // BD} \\ \therefore \underline{\angle B = \angle EPB} \\ \because \angle APB = \angle BPE - \angle EPA \\ \therefore \underline{\angle APB = \angle B - \angle 1} \end{aligned}$$

热点问题。

8. 综合题

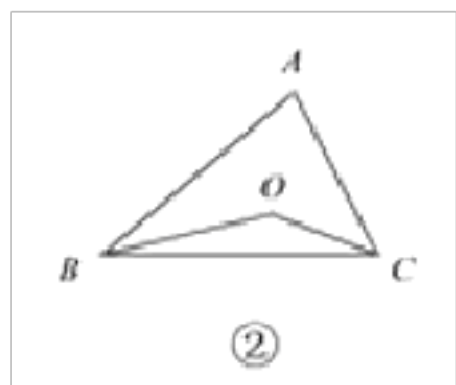
(1) i 问题引入

如图①，在 中，点 O 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 平分线的交点，若 $\angle A = \alpha$ ，则 $\angle BOC =$ (用 α 表示)；



ii 拓展研究

如图②， $\angle CBO = \frac{1}{3} \angle ABC$ ， $\angle BCO = \frac{1}{3} \angle ACB$ ， $\angle A = \alpha$ ，试求 $\angle BOC$ 的度数 (用 α 表示)。



iii 归纳猜想

若 BO、CO 分别是 $\triangle ABC$ 的 $\angle ABC$ $\angle ACB$ 的 n 等分线，它们交于点 O， $\angle CBO = \frac{1}{n}$ $\angle ABC$ ， $\angle BCO = \frac{1}{n} \angle ACB$ ， $\angle A = \alpha$ ，则 $\angle BOC =$ (用 α 表示)。

(2) 类比探索

i 特例思考

如图③， $\angle CBO = \frac{1}{3} \angle DBG$ $\angle BCO = \frac{1}{3} \angle ECB$ $\angle A = \alpha$ ，求 $\angle BOC$ 的度数 (用 α 表示)。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/678015110126007010>