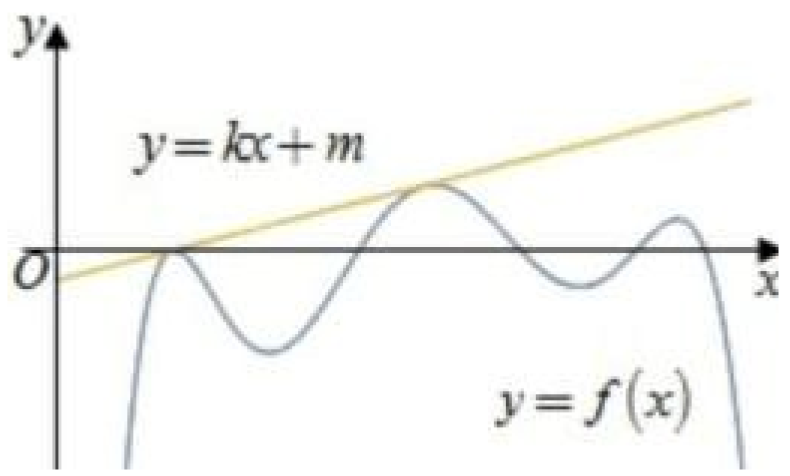
2018 年浙江省高考数学（文）模拟考试考前必做难题 30 题（解析版）

1【2018 届北京市海淀区二模】如图，已知直线 $y=kx+m$ 与曲线 $y=f(x)$ 相切于两点，则函数 $F(x)=f(x)-kx$ 有(　　)



A. 2个零点

B. 3个极值点

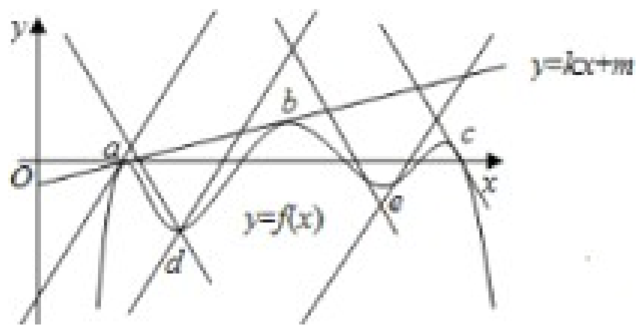
C. 2个极大值点

D. 3个极大值点

【答案】D

【解析】分析：根据函数 $f(x)$ 有三个极大值点，两个极小值点，判断 $F'(x)=f'(x)-k$，在极值点左右两边的符合，可得函数 $F(x)=f(x)-kx$ 五个极值点，三个极大值，两个极小值，从而可得结果.

详解：



∵直线 $y=kx+m$ 与曲线 $y=f(x)$ 相切于两点，

∴ $kx+m=f(x)$ 有两个根，且 $f(x)\le kx+m$，

由图象知 $m<0$，则 $f(x)<kx$

即 $F(x)=f(x)-kx<0$，

则函数 $F(x)=f(x)-kx$，没有零点，

函数 $f(x)$ 有三个极大值点，两个极小值点，

则 $F'(x)=f'(x)-k$，设 $f(x)$ 的三个极大值点分别为 a,b,c，

由图可知，在 a,b,c 的左侧 $f'(x)>k$，a,b,c 的右侧 $f'(x)<k$，

此时函数 $F(x)=f(x)-kx$ 有三个极大值，

在 d,e 的左侧，$f'(x)<k$，d,e 的右侧，$f'(x)>k$，

此时函数$F(x)=f(x)-kx$有两个极小值点，

故函数$F(x)=f(x)-kx$有五个极值点，三个极大值，两个极小值，故选 D.

2 【2018 届福建省龙岩市 4 月检查】设函数$f(x)=(3-x)e^x-tx+5t,t\in R$.若存在唯一的整数$x_0$，使得$f(x_0)>0$，则实数$t$的取值范围为（　　）

A. $(-\frac{e^2}{3},-\frac{e}{2}]$　B. $(-\frac{e^2}{3},-\frac{e}{2})$　C. $(-\frac{e^2}{3},\frac{e}{2}]$　D. $(-\frac{e^2}{3},\frac{e}{2})$

【答案】A

【解析】分析：函数$f(x)=(3-x)e^x-tx+5t,t\in R$.若存在唯一的整数$x_0$，使得$f(x_0)>0$，

等价于$g(x)>h(x)$有唯一整数，利用导数研究函数$g(x)=(3-x)e^x$的单调性，结合函数图象与零点存在定理，列不等式组求解即可.

详解：设$g(x)=(3-x)e^x$，$h(x)=t(x-5)$，

函数$f(x)=(3-x)e^x-tx+5t,t\in R$.若存在唯一的整数$x_0$，使得$f(x_0)>0$，

等价于$g(x)>h(x)$有唯一整数，

即在唯一的整数x_0，使得$g(x_0)>h(x_0)$，

$g'(x)=(2-x)e^x$，

由$g'(x)>0$，得$x<2$，

由$g(x)<0$，得$x>2$，

所以$g(x)$在$(-\infty,2)$上递增，在$(2,+\infty)$上递减，

$\because$只有一个整数x_0，$g(x_0)>h(x_0)$，

$\therefore\begin{cases}g(2)>h(2)\\g(1)\le h(1)\\g(3)\le h(3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}e^2>-3t\\2e\le-4t\\0\le-5t\end{cases}$，得$-\frac{e^2}{3}<e\le-\frac{e}{2}$，

即实数t的取值范围为$(-\frac{e^2}{3},-\frac{e}{2}]$，故选 A.

3 【2018 届辽宁省部分重点中学协作体高三模拟】.已知函数$f(x)=e^x(ax-1)-ax+a(a\ge0)$，若有且仅有两个整数$x_i(i=1,2)$，使得$f(x_i)<0$，则$a$的取值范围为（　　）

A. $\left[\frac{1}{2e-1},1\right)$　B. $\left[\frac{1}{2-e^{-2}},1\right)$　C. $\left(\frac{1}{2-e^{-2}},\frac{1}{2}\right]$　D. $\left(\frac{1}{2e-1},\frac{1}{2}\right]$

【答案】B

【解析】分析：数$f(x)=e^x(ax-1)-ax+a(a\geq 0)$，若有且仅有两个整数$x_i(i=1,2)$，使得$f(x_i)<0$，等价于$a<\frac{e^x}{xe^x-x+1}$有两个整数解，构造函数$h(x)=\frac{e^x}{xe^x-x+1}$，利用导数判断函数的极值点在$(0,1)$，由零点存在定理，列不等式组，从而可得结果..

详解：因为$\begin{cases}x\geq 0\\ e^x\geq 1\end{cases}\Rightarrow x(e^x-1)\geq 0,\begin{cases}x<0\\ e^x<1\end{cases}\Rightarrow x(e^x-1)>0,$

所以$xe^x-x+1\geq 1>0$函数$f(x)=e^x(ax-1)-ax+a(a\geq 0)$，

若有且仅有两个整数$x_i(i=1,2)$，使得$f(x_i)<0$，

等价于$a<\frac{e^x}{xe^x-x+1}$有两个整数解，

设$h(x)=\frac{e^x}{xe^x-x+1},h'(x)=\frac{e^x(2-x-e^x)}{(xe^x-x+1)^2}$，

令$h'(x)=0\Rightarrow 2-x-e^x=0$，

令$g(x)=2-x-e^x,g'(x)=-1-e^x<0$恒成立，$\therefore g(x)$单调递减，

又$\because g(0)>0,g(1)<0$，$\therefore$存在$x_0\in(0,1)$，

使$h(x_0)=0,\therefore x\in(-\infty,x_0),h(x)$递增，$x\in(x_0,-\infty),h(x)$递减，

若$a<h(x)$解集中的整数恰为2个，则$x=0,1$是解集中的2个整数，

故只需$\begin{cases}a<h(0)=1\\ a<h(1)=1\\ a\geq h(2)=\frac{e^2}{2e^2-1}\Rightarrow\frac{e^2}{2e^2-1}\leq a<1\\ a\geq h(-1)=\frac{1}{2e^2-1}\end{cases}$，故选B.

4 【2018 届辽宁省部分重点中学协作体高三模拟】直$ax+ay-1=0$与圆$a^2x^2+a^2y^2-2a+1=0$有公共线点(x_0,y_0)，则$x_0\cdot y_0$的最大值为（　　）

A. $-\frac{1}{4}$　B. $\frac{4}{9}$　C. $\frac{4}{3}$　D. 2

【答案】B

【解析】分析：由$\begin{cases}ax_0+ay_0=1\\ a^2x_0{}^2+a^2y_0{}^2-2a+1=0\end{cases}$可得$x_0y_0=\frac{1-a}{a^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}$，换元、配方后利用二次函数求解即可.

详解：因为直线$ax+ay-1=0$与圆$a^2x^2+a^2y^2-2a+1=0$有公共点(x_0,y_0)，

所以圆心到直线的距离不大于半径，可得$d=\frac{|-1|}{\sqrt{2a^2}}$，$0\le\frac{1}{2a^2}\le\frac{2a-1}{a^2},a\ge\frac{3}{4}$

由$\begin{cases}ax_0+ay_0=1\\a^2{x_0}^2+a^2{y_0}^2-2a+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2{x_0}^2+a^2{y_0}^2+2a^2x_0y_0=1\\a^2{x_0}^2+a^2{y_0}^2-2a+1=0\end{cases}$，

$2a^2x_0y_0+2a-1=1$，　$\therefore x_0y_0=\frac{1-a}{a^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}$

$d=\frac{|-1|}{\sqrt{2a^2}}$，$0\le\frac{1}{2a^2}\le\frac{2a-1}{a^2},a\ge\frac{3}{4}$，

设$\frac{1}{a}=t,0<t\le\frac{4}{3}$，则$x_0y_0=t^2-t=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4},0<t\le\frac{4}{3}$，

由二次函数的性质可得$t=\frac{4}{3}$时，$(x_0y_0)_{max}=\frac{4}{9}$，故选 B.

5　【2018 届安徽省六安市毛坦厂中学四月月考】已知$f(x)$是定义在区间$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$上的函数，$f'(x)$是$f(x)$的导函数，且$xf'(x)ln2x>f(x)\left(x>\frac{1}{2}\right)$，$f\left(\frac{e}{2}\right)=1$，则不等式$f\left(\frac{e^x}{2}\right)<x$的解集是（　　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D. $(0,1)$

【答案】D

【解析】分析：

构造函数$g(x)=\frac{f(x)}{ln2x}\left(x>\frac{1}{2}\right)$，利用$xf'(x)ln2x>f(x)(x>\frac{1}{2})$，判断出$g(x)$的单调性，结合$f(\frac{e}{2})=1$列不等式求解即可.

详解：

引入函数$g(x)=\frac{f(x)}{ln2x}\left(x>\frac{1}{2}\right)$，则$g'(x)=\frac{f'(x)ln2x-f(x)\cdot\frac{1}{2x}\cdot2}{ln^2 2x}=\frac{f'(x)ln2x-\frac{f(x)}{x}}{ln^2 2x}=\frac{xf'(x)ln2x-f(x)}{xln^2 2x}\left(x>\frac{1}{2}\right)$，

$\because xf'(x)ln2x>f(x)\left(x>\frac{1}{2}\right)$，　$\therefore xf'(x)ln2x-f(x)>0\left(x>\frac{1}{2}\right)$，

又$x>\frac{1}{2},\therefore xln^2 2x>0$，　$\therefore g'(x)>0,\therefore$函数$g(x)=\frac{f(x)}{ln2x}$在区间$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$上单调递增，

又$g\left(\frac{e^x}{2}\right)=\frac{f\left(\frac{e^x}{2}\right)}{ln\left(2\cdot\frac{e^x}{2}\right)}=\frac{f\left(\frac{e^x}{2}\right)}{x}$，不等式“$f\left(\frac{e^x}{2}\right)<x$”等价于“$\frac{f\left(\frac{e^x}{2}\right)}{x}<1$”，即$g\left(\frac{e^x}{2}\right)<1$，

又 $f\left(\frac{e}{2}\right)=1, \therefore g\left(\frac{e^x}{2}\right)<g\left(\frac{e}{2}\right)$，

又∵函数 $g(x)=\frac{f(x)}{ln2x}$ 在区间 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递增， $\therefore \frac{e^x}{2}<\frac{e}{2}$，解得 $x<1$，

又函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，得 $\frac{e^x}{2}>\frac{1}{2}$，解得 $x>0$，

故不等式 $f\left(\frac{e^x}{2}\right)<x$ 的解集是 $(0,1)$，故选 D.

6 【2018 届北京市城六区一模】已知点 M 在圆 C_1： $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 上，点在圆 C_2： $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 上，则下列说法错误的是

A. $\vec{OM}\cdot\vec{ON}$ 的取值范围为 $[-3-2\sqrt{2},0]$

B. $|\vec{OM}+\vec{ON}|$ 取值范围为 $[0,2\sqrt{2}]$

C. $|\vec{OM}-\vec{ON}|$ 的取值范围为 $[2\sqrt{2}-2,2\sqrt{2}+2]$

D. 若 $\vec{OM}=\lambda\vec{ON}$，则实数 λ 的取值范围为 $[-3-2\sqrt{2},-3+2\sqrt{2}]$

【答案】B

【解析】∵M 在圆 C_1 上，点 N 在圆 C_2 上，

∴∠MON≥90°，

∴ $\vec{OM}\cdot\vec{ON}\leqslant 0$，

又 OM≤ $\sqrt{2}$+1，ON≤ $\sqrt{2}$+1，

∴当 OM= $\sqrt{2}$+1，ON= $\sqrt{2}$+1 时，

$\vec{OM}\cdot\vec{ON}$ 取得最小值（ $\sqrt{2}$+1） $^2\cos\pi$ = - 3 - 2 $\sqrt{2}$，故 A 正确；

设 M（1+cosα，1+sinα），

N（- 1+cosβ，- 1+sinβ），

则 $\vec{OM}+\vec{ON}$ =（cosα +cosβ，sinα +sinβ），

∴ $|\vec{OM}+\vec{ON}|^2$ =2cosα cosβ +2sinα sinβ +2=2cos（α - β）+2，

∴0≤ $|\vec{OM}+\vec{ON}|$ ≤2，故 B 错误；

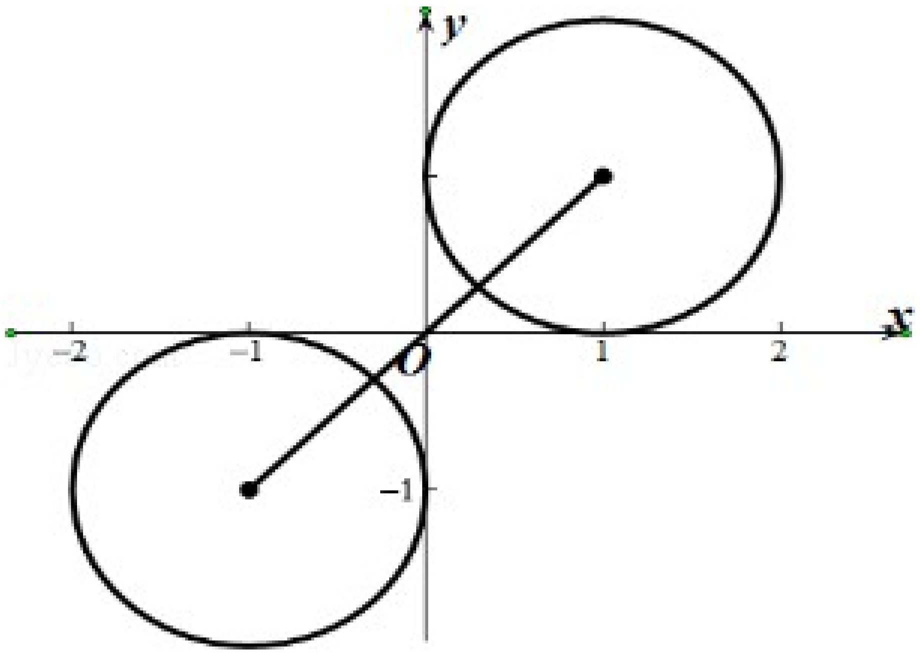
∵两圆外离，半径均为 1，$|C_1C_2|$=2 $\sqrt{2}$，

∴2 $\sqrt{2}$ - 2≤|MN|≤2 $\sqrt{2}$+2，即 2 $\sqrt{2}$ - 2≤ $|\vec{OM}-\vec{ON}|$ ≤2 $\sqrt{2}$+2，故 C 正确；

∵ $\sqrt{2}$ - 1≤|OM|≤ $\sqrt{2}$+1，$\sqrt{2}$-1≤|ON|≤ $\sqrt{2}$+1，

$\therefore$当$\vec{OM}=\lambda\vec{ON}$时，$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\leqslant-\lambda\leqslant\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$，解得$-3-2\sqrt{2}\leqslant\lambda\leqslant-3+2\sqrt{2}$，故D正确.

故选 B.



1 【2018 届江西省新余市二模】已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1$，$F_2$为其左、右焦点，$P$为椭圆$C$上除长轴端点外的任一点，$G$为$\Delta F_1PF_2$内一点，满足$3\vec{PG}=\vec{PF_1}+\vec{PF_2}$，$\Delta F_1PF_2$的内心为$I$，且有$\vec{IG}=\lambda\vec{F_1F_2}$（其中$\lambda$为实数），则椭圆$C$的离心率$e$等于（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】B

【解析】设 $P(x_0,y_0),F_1(-c,0),F_2(c,0)$，

由$3\vec{PG}=\vec{PF_1}+\vec{PF_2}$，可得 G 为$\Delta F_1PF_2$的重心，

即有 G 点坐标为 $G\left(\frac{x_0}{3},\frac{y_0}{3}\right)$，

由$\vec{IG}=\lambda\vec{F_1F_2}$，可得 IG∥x 轴，

即有 I 的纵坐标为 $\frac{y_0}{3}$，

在ΔF_1PF_2中，$|PF_1|+|PF_2|=2a,|F_1F_2|=2c$，

则 $S_{\Delta F_1PF_2}=\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot|y_0|$.

因为 I 为ΔF_1PF_2的内心，故有 I 的纵坐标即为内切圆半径，

所以 $S_{\Delta F_1PF_2}=\frac{1}{2}(|PF_1|+|F_1F_2|+|PF|)|\frac{y_0}{3}|$，

故 $\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot|y_0|=\frac{1}{2}(|PF_1|+|F_1F_2|+|PF|)|\frac{y_0}{3}|$，

即 $\frac{1}{2}\cdot 2c\cdot|y_0|=\frac{1}{2}(2a+2c)|\frac{y_0}{3}|$，

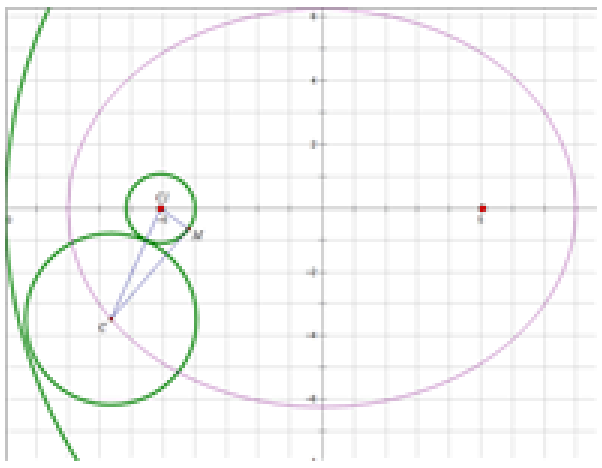
整理得$2c=a$，

故椭圆 C 的离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$．选 B．

7 【2018 届四川省蓉城名校高中 4 月份联考】已知圆C_1：$(x+5)^2+y^2=1$，C_2：$(x-5)^2+y^2=225$，动圆C满足与C_1外切且C_2与内切，若M为C_1上的动点，且$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{C_1M}=0$，则$|\overrightarrow{CM}|$的最小值为（ ）

A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$

【答案】A

【解析】∵圆C_1：$(x+5)^2+y^2=1$，圆C_2：$(x-5)^2+y^2=225$，

动圆C满足与C_1外切且C_2与内切，设圆C的半径为r，

由题意得$|CC_1|+|CC_2|=(1+r)+(15-r)=16$，∴则$C$的轨迹是以（$(-5,0),(5,0)$）为焦点，长轴长为 16 的椭圆，

∴其方程为$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{39}=1$，因为$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{C_1M}=0$，即$CM$为圆$C_1$的切线，要$|CM|$的最小，只要$|CC_1|$最小，

设$M(x_0,y_0)$，则$|\overrightarrow{CM}|=\sqrt{|\overrightarrow{CC_1}|^2-1^2}=\sqrt{(x_0+5)^2+y_0^2-1}=\sqrt{x_0^2+10x_0+25+39\left(1-\frac{x_0^2}{64}\right)-1}$

$=\sqrt{\frac{25x_0^2}{64}+10x_0+64-1}$，∵$-8\le x_0\le8$，∴$|\overrightarrow{CM}|_{min}==\sqrt{\frac{25(-8)^2}{64}+10\times(-8)+64-1}=2\sqrt{2}$．，选 A．

8 【2018 届浙江省杭州市高三第二次检测】记M的最大值和最小值分别为M_{max}和M_{min}．若平面向量a,b,c满足$|a|=|b|=a\bullet b=c\bullet(a+2b-2c)=2$则（ ）

A. $|a-c|_{max}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$ B. $|a+c|_{max}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$

C. $|a-c|_{min}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$ D. $|a+c|_{min}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$

【答案】A

【解析】由已知可得：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\theta=2$

$\cos\theta=\frac{1}{2}$，$\theta=\frac{\pi}{3}$

建立平面直角坐标系，$\vec{a}=OA=(2，0)$，$\vec{b}=OB=(1，\sqrt{2})$，$\vec{c}=OC=(x，y)$

$\vec{c}\cdot(\vec{a}+2\vec{b}-2\vec{c})=2$

可得：$(x，y)(4-2x，2\sqrt{3}-2y)=2$

$4x-2x^2+2\sqrt{3}y-2y^2=2$

化简得C点轨迹，$(x-1)^2+\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

则$|\vec{a}-\vec{c}|=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$

转化为圆上点与$(2，0)$的距离

$$|\vec{a}-\vec{c}|_{max}=\sqrt{1^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$$

故选A

9　【2018 届百校联盟高三 TOP20 四月联考】在三棱锥$P-ABC$中，$AB=BC=CP=1,\angle ABC=\angle BCP=120°$，平面$PBC$和平面$ABC$所成角为$120°$，则三棱锥$P-ABC$外接球的体积为（　　）

A. $\frac{13\sqrt{13}}{6}\pi$　B. $\frac{13\sqrt{10}}{6}\pi$　C. $\frac{13\sqrt{13}}{3}\pi$　D. $\frac{13\sqrt{10}}{3}\pi$

【答案】A

【解析】分析：先明确球心的位置：过△ABC 的外心O_1作平面 ABC 的垂线，过△PBC 的外心O_2作平面 PBC 的垂线，设两条垂线交于点 O，则 O 为三棱锥$P-ABC$外接球的球心,然后把问题转化为解三角形的问题.

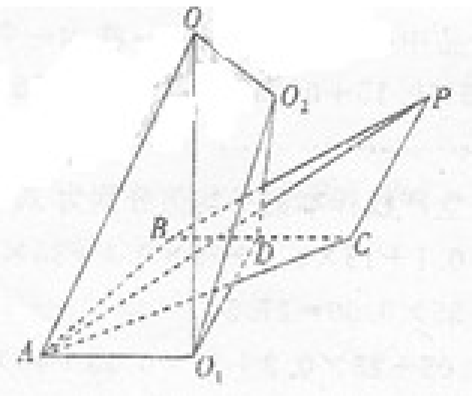
详解：如图，过△ABC 的外心O_1作平面 ABC 的垂线，过△PBC 的外心O_2作平面 PBC 的垂线，设两条垂线交于点 O，则 O 为三棱锥$P-ABC$外接球的球心，过点O_1作$O_1D\perp BC$，连接DO_2，则 BC⊥平面O_1O_2O，BC⊥平面O_1OD，所以O_1O_2OD四点共面，所以 BC⊥O_2D，

由 BC⊥O_2D，BC⊥O_1D，所以$\angle O_1DO_2$为平面 PBC 和平面 ABC 所成角，即$\angle O_1DO_2=120°$，

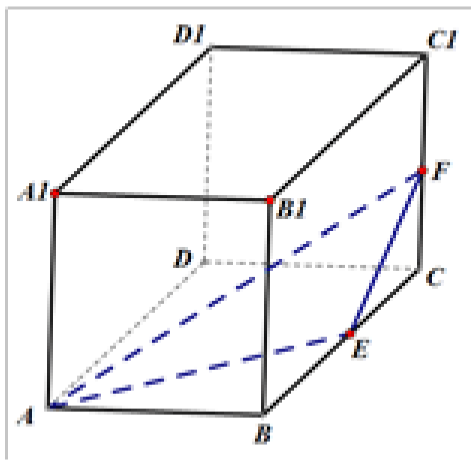
由$O_1D=O_2D$，得$\angle O_1OO_2=60°$，由余弦定理得$AC=\sqrt{1+1-2\times1\times1\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\sqrt{3}$，

由正弦定理得 $2O_1A=\frac{\sqrt{3}}{sin120^\circ}=2$，即 $O_1A=1$，又因为 $O_1D=O_2D=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以由余弦定理得 $O_1O_2=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{3}{2}$, 所以 $O_1O_2=O_1O=\frac{3}{2}$, 所以 $OA=\sqrt{1+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$, 三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积为 $\_\pi\times\frac{13}{4}\times\frac{\sqrt{13}}{2}=\frac{13\sqrt{13}}{6}\pi$

故选：A



1　【2018 届河南省南阳市第一中学高三第十四次考】如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E、F 分别是棱 BC，CC_1 的中点，P 是侧面 BCC_1B_1 内一点，若 A_1P //平面 AEF，则线段 A_1P 长度的取值范围是（ ）

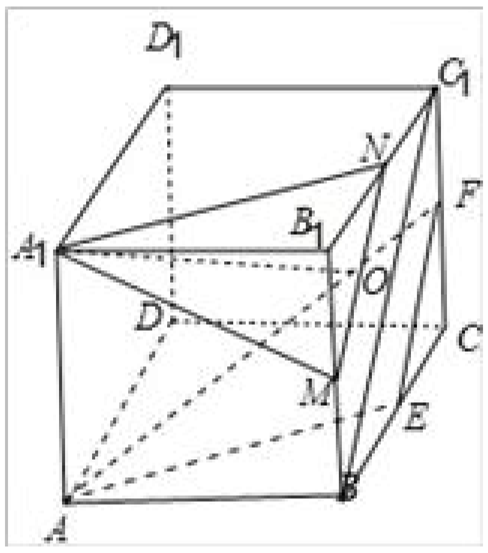


A. $(\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{5}}{2})$　　B. $[\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{5}}{2}]$　　C. $[1,\frac{\sqrt{5}}{2}]$　　D. $[0,\frac{\sqrt{5}}{2}]$

【答案】B

【解析】分析：先判断出点 P 的位置，确定使得 A_1P 取得最大值和最小值时点 P 的位置，然后再通过计算可求得线段 A_1P 长度的取值范围.

详解：如下图所示，分别取棱 BB_1,B_1C_1 的中点 M、N，连 MN，BC_1，



∵M,N,E,F分别为所在棱的中点，则 $MN\parallel BC_1,EF\parallel BC_1$，

∴MN∥EF，又 MN 平面 AEF，EF⊂平面 AEF，

∴MN∥平面 AEF.

∵$AA_1\parallel NE,AA_1=NE$，

∴四边形$AENA_1$为平行四边形，

∴$A_1N\parallel AE$，

又$A_1N\not\subset$平面 AEF，AE⊂平面 AEF，

∴A_1N∥平面 AEF，

又$A_1N\cap MN=N$，

∴平面A_1MN∥平面 AEF.

∵P 是侧面BCC_1B_1内一点，且A_1P∥平面 AEF，

∴点 P 必在线段 MN 上.

在$Rt\Delta A_1B_1M$中，$A_1M=\sqrt{{A_1B_1}^2+{B_1M}^2}=\sqrt{1+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

同理，在$Rt\Delta A_1B_1N$中，可得$A_1N=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

∴ΔA_1MN为等腰三角形.

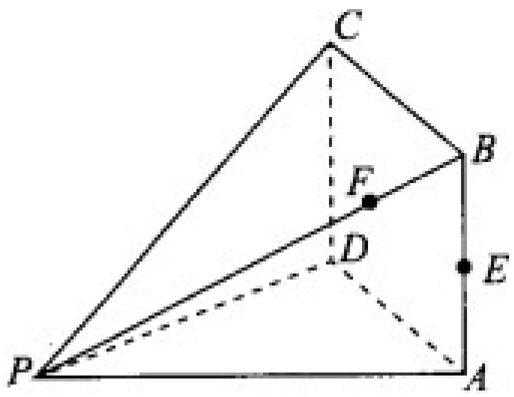
当点 P 为 MN 中点 O 时，$A_1P\perp MN$，此时A_1P最短；点 P 位于 M、N 处时，A_1P最长.

∵$A_1O=\sqrt{A_1M^2-OM^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{5}}{2})^2-(\frac{\sqrt{2}}{4})^2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$，$A_1M=A_1N=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

∴线段A_1P长度的取值范围是$[\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{5}}{2}]$.

故选 B.

0 【2018 届衡水金卷信息卷五】如图所示的四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 与侧面 PAD 垂直，且四边形 $ABCD$ 为正方形， $AD=PD=PA$，点 E 为边 AB 的中点，点 F 在边 BP 上，且 $BF=\frac{1}{4}BP$，过 C，E， F 三点的截面与平面 PAD 的交线为 l，则异面直线 PB 与 l 所成的角为（　　）



A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】D

【解析】因为 E 为边 AB 的中点，连接 CE 与 DA 的延长线交于点 H，则 A 为 DH 的中点，所以有 AD=AH.连接 FE 与 PA 的延长线交于点 G，则直线 GH 即为过 C，E，F 三点的截面与平面 PAD 的交线 l.

取 PB 的中点 O，连接 OE，AO.因为 $BF=\frac{1}{4}BP$，所以 $BF=\frac{1}{2}BO$.

所以 F 为 BO 的中点，所以 FE//OA,即 FG//OA.

又易知 OE//PA.即 OE∥AG.

所以四边形 OEGA 为平行四边形，从而 $OE=AG=\frac{1}{2}PA$.

过点 D 作 DM∥GH 交 PA 于点 M.则 $\triangle DMA\cong\triangle HGA$，

从而得到 $AM=AG=\frac{1}{2}PA$.即 M 为 PA 的中点.又 DA=DP.因此 DM⊥PA.

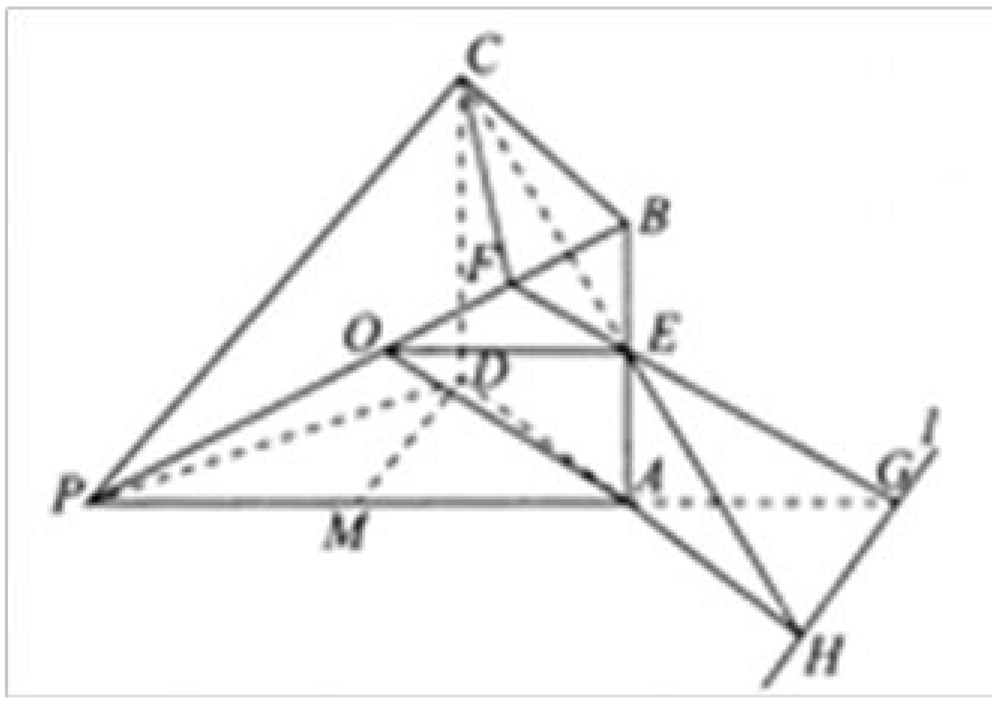
又底面 ABCD 与侧面 PAD 垂直，四边形 ABCD 为正方形，

所以 AB⊥平面 PAD.从而 AB⊥DM.

因此 DM⊥平面 PAB.又 DM//GH.即 DM∥1.所以 1⊥平面 PAB.故 1⊥PB，

所以异面直线 PB 与 1 所成的角为 $\frac{\pi}{2}$.

本题选择 D 选项.



1 【2018 届山西省二模】数 $\{a_n\}$满足 $a_n=\begin{cases}\dfrac{a_{n-1}}{2}, a_{n-1}\text{是偶数,}\\ 3a_{n-1}+1,\ a_{n-1}\text{是奇数.}\end{cases}$ 若$a_1=34$，则数列$\{a_n\}$的前100项的列和是________.

【答案】450

【解析】分析：根据递推关系求出数列$\{a_n\}$的前几项，不难发现项的变化具有周期性，从而得到数列$\{a_n\}$的前100项的和.

详解：∵数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\begin{cases}\dfrac{a_{n-1}}{2},\ a_{n-1}\text{是偶数}\\ 3a_{n-1}+1,\ a_{n-1}\text{是奇数.}\end{cases}$，

∵$a_1=34$，∴$a_2=\frac{1}{2}a_1=17$，$a_3=3a_2+1=3\times17+1=52$，$a_4=\frac{1}{2}a_3=26$，$a_5=\frac{1}{2}a_4=13$，$a_6=3a_5+1=40$，$a_7=\frac{1}{2}a_6=20$，$a_8=\frac{1}{2}a_7=10$，$a_9=\frac{1}{2}a_8=5$，$a_{10}=3a_9+1=16$，

$a_{11}=\frac{1}{2}a_9=8$，$a_{12}=\frac{1}{2}a_{11}=4$，$a_{13}=\frac{1}{2}a_{12}=2$，$a_{14}=\frac{1}{2}a_{13}=1$，同理可得：$a_{15}=4$，$a_{16}=2$，$a_{17}=1$，…….

可得此数列从第 12 项开始为周期数列，周期为 3.

则数列$\{a_n\}$的前 100 项的和=（$a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{11}$）$+a_{12}+a_{13}+29$（$a_{14}+a_{15}+a_{16}$）

=（34+17+52+26+13+40+20+10+5+16+8）+4+2+29×（1+4+2）

=450.

故答案为：450.

2 【2018 届福建省龙岩市 4 月检查】已知$f'(x)$是函数$f(x)$的导函数，在定义域$(0,+\infty)$内满足

$xf'(x)-xf(x)-e^x=0$，且$f(1)=2e$，若$f(1-\frac{1}{2a})\le e^{\frac{1}{e}}$，则实数$a$的取值范围是________.

【答案】 $(\frac{1}{2},\frac{e}{2(e-1)}]$

【解析】分析：由$xf'(x)-xf(x)-e^x=0$，得$\left[\dfrac{f(x)}{e^x}\right]'=\dfrac{1}{x}$，利用$f(1)=2e$，可求得$f(x)=e^x(lnx+2)$，利用导数证明$f(x)$在$(0,+\infty)$上递增，$f(1-\dfrac{1}{2a})\le e^{\frac{1}{e}}$等价于$\therefore f\left(1-\dfrac{1}{2a}\right)\le f\left(\dfrac{1}{e}\right)$，由单调性可得结果.

详解：由$xf'(x)-xf(x)-e^x=0$，得$\left[\dfrac{f(x)}{e^x}\right]'=\dfrac{1}{x}$，

$\therefore \dfrac{f(x)}{e^x}=lnx+c$，

令$x=1,\dfrac{2e}{e}=0+c\Rightarrow c=2$，$\therefore \dfrac{f(x)}{e^x}=lnx+2$，

$f(x)=e^x(lnx+2)$，$f'(x)=\dfrac{1}{x}+lnx+2,$

令$g(x)=\dfrac{1}{x}+lnx+2,g'(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x^2}$，

$g(x)$在$(0,1)$上递减，在$(1,+\infty)$上递增，

$\therefore g(x)_{min}=g(1)=3>0$，

$\therefore f'(x)>0,f(x)$在$(0,+\infty)$上递增，

$\therefore f\left(\dfrac{1}{e}\right)=e^{\frac{1}{e}}(-1+2)=e^{\frac{1}{e}}$，

$\therefore f\left(1-\dfrac{1}{2a}\right)\le e^{\frac{1}{e}}=f\left(\dfrac{1}{e}\right)$，

可得$\begin{cases}1-\dfrac{1}{2a}>0\\1-\dfrac{1}{2a}\le\dfrac{1}{e}\end{cases}$，解得$\dfrac{1}{2}<a\le\dfrac{e}{2(e-1)}$，

即实数a的取值范围是$(\dfrac{1}{2},\dfrac{e}{2(e-1)}]$，故答案为$(\dfrac{1}{2},\dfrac{e}{2(e-1)}]$.

3　已知点 A 在椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 上，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=(\lambda-1)\overrightarrow{OA}$（$\lambda\in R$）（$O$ 是坐标原点），且

$\overrightarrow{OA}\ \ \overrightarrow{OP}=72$，则线段 OP 在 x 轴上的设影长度的最大值为__________.

【答案】15

【解析】$\because\ \overrightarrow{AP}=(\lambda-1)\overrightarrow{OA}$，

$\therefore\ \overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}$，故 O，A，P 三点共线.

∵ $OA\cdot OP=72$，

∴ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OP}|=72$，

设点 A 坐标为(x，y)，则 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

令 OA 与 x 轴正方向的夹角为 θ，

则线段 OP 在 x 轴上的投影长度为 $|OP|\cos\theta=|OP|\cdot\frac{|x|}{|OA|}=\frac{72}{|OA|}\cdot\frac{|x|}{|OA|}=\frac{72|x|}{|OA|^2}$

$=\frac{72|x|}{x^2+y^2}=\frac{72}{\frac{16}{25}|x|+\frac{9}{|x|}}\le\frac{72}{2\sqrt{\frac{16}{25}|x|\cdot\frac{9}{|x|}}}=15$，当且仅当 $\frac{16}{25}|x|=\frac{9}{|x|}$，即 $|x|=\frac{15}{4}$ 时等号成立.

∴线段 OP 在 x 轴上的投影长度的最大值为 15.

答案：15

4 【2018 届四川省南充市三诊】在数列$\{a_n\}$中，若$a_n^2-a_{n-1}^2=p$ ($n\ge 2$，$n\in N^*$，p为常数)，则$\{a_n\}$称为“等方差数列”. 下列对“等方差数列”的判断：

①若$\{a_n\}$是等方差数列，则$\{a_n^2\}$是等差数列；

②$\{(-1)^n\}$是等方差数列；

③若$\{a_n\}$是等方差数列，则$\{a_{kn}\}$ ($k\in N^*$，k为常数)也是等方差数列. 其中正确命题序号为

__________(写出所有正确命题的序号).

【答案】①②③

【解析】分析：根据等方差数列的定义①$\{a_n\}$是等方差数列，则 $a_n^2-a_{n-1}^2=p$（p 为常数），根据等差数列的定义，可证；②验证$[(-1)^n]^2-[(-1)^{n-1}]^2$ 是一个常数；③验证 $a_{kn+1}^2-a_{kn}^2$ 是一个常数.

详解：①∵$\{a_n\}$是等方差数列，∴ $a_n^2-a_{n-1}^2=p$ (p 为常数)得到$\{a_n^2\}$为首项是 a_1^2，公差为 p 的等差数列；

∴$\{a_n^2\}$是等差数列；

②数列$\{(-1)^n\}$中，$a_n^2-a_{n-1}^2=[(-1)^n]^2-[(-1)^{n-1}]^2=0$，

∴$\{(-1)^n\}$是等方差数列；故②正确；

③数列$\{a_n\}$中的项列举出来是，a_1，a_2，…，a_k，…，a_{2k}，…

数列$\{a_{kn}\}$中的项列举出来是，a_k，a_{2k}，…，a_{3k}，…，

$\therefore (a^2{}_{k+1}-a^2{}_{k})=(a^2{}_{k+2}-a^2{}_{k+1})=(a^2{}_{k+3}-a^2{}_{k+2})=\ldots=(a^2{}_{2k}-a^2{}_{2k-1})=p$,

$\therefore a^2{}_{k(n+1)}-a^2{}_{kn}=\left(a^2{}_{k(n+1)}-a^2{}_{k(n+1)-1}\right)+\left(a^2{}_{k(n+1)-1}-a^2{}_{k(n+1)-2}\right)+\cdots+\left(a^2{}_{kn+1}-a^2{}_{kn}\right)=kp$.

$\therefore a^2{}_{k(n+1)}-a^2{}_{kn}=kp$

$\therefore \{a_{kn}\}$ (k∈N ,k 为常数)是等方差数列；故③正确；

故答案为：①②③.

5 【2018 届北京市城六区高三一模】设W是由一平面内的$n(n\geq 3)$个向量组成的集合．若$\vec{a}\in W$，且$\vec{a}$的模不小于W中除$\vec{a}$外的所有向量和的模．则称$\vec{a}$是W的极大向量.有下列命题：

①若W中每个向量的方向都相同，则W中必存在一个极大向量；

②给定平面内两个不共线向量$\vec{a},\vec{b}$，在该平面内总存在唯一的平面向量$\vec{c}=-\vec{a}-\vec{b}$，使得$W=\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$中的每个元素都是极大向量；

③若$W_1=\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\}$，$W_2=\{\vec{b}_1,\vec{b}_2,\vec{b}_3\}$中的每个元素都是极大向量，且$W_1,W_2$中无公共元素，则$W_1\cup W_2$中的每一个元素也都是极大向量.

其中真命题的序号是________________.

【答案】②③

【解析】(1) 若有几个方向相同，模相等的向量，则无极大向量，故不正确；

(2) 由题得$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$围成闭合三角形，则任意向量的模等于除它本身外所有向量和的模，故正确；

(3) 3 个向量都是极大向量，等价于 3 个向量之和为 0，故$W_1=\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\}$，$W_2=\{\vec{b}_1,\vec{b}_2,\vec{b}_3\}$中的中的每个元素都是极大向量时，$W_1\cup W_2$中的每一个元素也都是极大向量，故正确.

故填②③.

6 【2018 届四川（南充三诊）】已知单位向量$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$两两的夹角均为θ（$0<\theta<\pi$，且$\theta\neq\frac{\pi}{2}$），若空间向量$\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}(x,y,z\in R)$，则有序实数组$(x,y,z)$称为向量$\vec{a}$在“仿射”坐标系$O-xyz$（$O$为坐标原点）下的“仿射”坐标，记作$\vec{a}=(x,y,z)_\theta$，有下列命题：

①已知$\vec{a}=(1,3,-2)_\theta$，$\vec{b}=(4,0,2)_\theta$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$；

②已知$\vec{a}=(x,y,0)_{\frac{\pi}{3}}$，$\vec{b}=(0,0,z)_{\frac{\pi}{3}}$，其中$x$，$y$，$z$均为正数，则当且仅当$x=y$时，向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角取得最小值；

③已知$\vec{a}=(x_1,y_1,z_1)_\theta$，$\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)_\theta$，则$\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2,z_1+z_2)_\theta$；

④已知$\overrightarrow{OA}=(1,0,0)_{\frac{\pi}{3}}$，$\overrightarrow{OB}=(0,1,0)_{\frac{\pi}{3}}$，$\overrightarrow{OC}=(0,0,1)_{\frac{w}{3}}$，则三棱锥$O-ABC$的表面积$S=\sqrt{2}$.其中真命题为