

2022-2023学年全国高三下数学月考试卷

考试总分：146分 考试时间：120分钟

学校：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 考号：\_\_\_\_\_

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息；
2. 请将答案正确填写在答题卡上；

## 卷I（选择题）

一、选择题（本题共计8小题，每题5分，共计40分）

1. 已知集合  $A = \{x|x^2 = x\}$ ，集合  $B = \{x \in \mathbb{N}^* | \frac{x+1}{x-3} \leq 0\}$ ，则  $A \cap B = ( \quad )$

A.  $\{0, 1\}$

B.  $\{1\}$

C.  $\{0, 1, 2\}$

D.  $\{0, 1, 2, 3\}$

2. 复数  $z = \frac{4+3i}{1+2i}$  的虚部为  $( \quad )$

A.  $i$

B.  $-i$

C.  $1$

D.  $-1$

3. 已知  $\alpha \in (0, 2\pi)$ ，且  $5 \sin \alpha = 6 \sin \frac{\alpha}{2}$ ，则  $\tan \frac{\alpha}{2} = ( \quad )$

A.  $-\frac{4}{3}$

B.  $-\frac{3}{4}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{4}{3}$

4. 在  $\triangle ABC$  中， $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$ ， $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = 3\sqrt{2}$ ， $\vec{AD} = 2\vec{DC}$ ，则  $\vec{BD} \cdot \vec{CA} = ( \quad )$

- A.4
- B.-6
- C.6
- D. $-4\sqrt{3}$

5. 十三世纪意大利数学家列昂那多·斐波那契从兔子繁殖中发现了“斐波那契数列”，斐波那契数列  $\{a_n\}$  满足以下关系： $a_1 = 1$ ， $a_2 = 1$ ， $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  ( $n \geq 3, n \in \mathbb{N}^*$ )，记其前  $n$  项和为  $S_n$ ，若  $a_{2020} = m$  ( $m$  为常数)，则  $S_{2018}$  的值为( )

- A. $m - 2$
- B. $m - 1$
- C. $m$
- D. $m + 1$

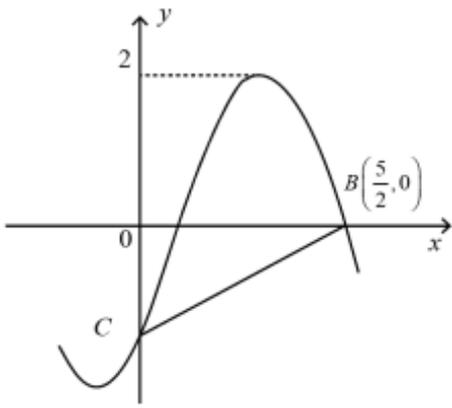
6. 抛物线  $y = -\frac{1}{4}x^2$  的准线方程是 ( )

- A. $y = \frac{1}{16}$
- B. $x = 1$
- C. $y = 1$
- D. $y = 2$

7. 某市为了缓解交通压力，实行机动车辆限行政策，每辆机动车每周一到周五都要限行一天，周末（周六和周日）不限行。某公司有 A, B, C, D, E 五辆车，每天至少有四辆车可以上路行驶。已知 E 车周四限行，B 车昨天限行，从今天算起，A, C 两车连续四天都能上路行驶，E 车明天可以上路，由此可知下列推测一定正确的是( )

- A. 今天是周四
- B. 今天是周六
- C. A 车周三限行
- D. C 车周五限行

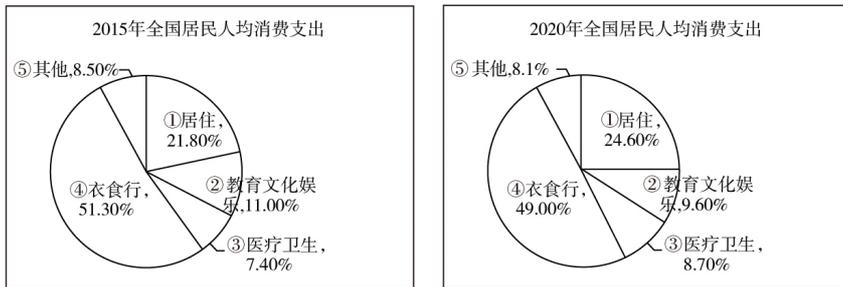
8. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0$ ， $\omega > 0$ ， $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示，C 为函数  $f(x)$  的图象与  $y$  轴的交点，B 为函数  $f(x)$  的图象与  $x$  轴的一个交点，且  $|BC| = \frac{\sqrt{33}}{2}$ 。若函数  $f(x)$  的图象与直线  $y = \frac{5}{4}$  在  $(0, 3)$  内的两个交点的坐标分别为  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_1)$ ，则  $f(x_1 + x_2) =$  ( )



- A. -1
- B.  $-\sqrt{2}$
- C.  $-\sqrt{3}$
- D. -2

二、多选题（本题共计 4 小题，每题 5 分，共计 20 分）

9. 随着经济的不断发展，全国居民人均消费支出也逐步增加，已知2015年全国居民人均消费支出为22000元，通过查阅国家统计局数据发现2020年全国居民人均消费支出约为2015年的1.5倍，下图分别为2015年和2020年全国居民的人均消费支出及其构成，则下列说法正确的是（ ）



- A. 2020年的全国人均教育文化娱乐支出金额比2015年的全国人均教育文化娱乐支出金额多
- B. 2015年和2020年全国人均衣食行支出金额无明显变化
- C. 2020年全国人均居住和医疗卫生支出金额总和比2015年除衣食行外的全国人均支出金额总和多
- D. 随着人均消费支出的增加，人们在居住方面投入越来越多

10. 若圆锥曲线  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$  的离心率是方程  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  的根，则实数m的值为( )

- A. -12
- B. -3
- C. 3
- D.  $\frac{16}{3}$

11. 已知符号函数  $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$  则下列说法正确的是( )

- A. 函数  $y = \text{sgn}(x)$  是奇函数  
 B. 对任意的  $x > 1$ ,  $\text{sgn}(\ln x) = 1$   
 C. 函数  $y = e^x \cdot \text{sgn}(-x)$  的值域为  $(-\infty, 1)$   
 D. 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ ,  $|x| = x \cdot \text{sgn}(x)$

12. A, B, C, D 是半径已知的某球体表面上不共面的四点, 且 AB 恰为该球体的一条直径, 现已知 AC 和 CD 的长, 在一般情况下, 若再加入一个条件就能使四面体 ABCD 的体积有唯一值, 则该条件可以是( )

- A.  $CD \perp AB$   
 B. BD 的长  
 C. 二面角  $C-AB-D$  的大小  
 D. 直线 CD 与平面 ABC 所成角的大小

## 卷II (非选择题)

三、填空题 (本题共计 4 小题, 每题 5 分, 共计 20 分)

13. 在  $(2x - \frac{1}{x})^n$  的展开式中, 各项系数和与二项式系数和之比为  $1:64$ , 则展开式中常数项为\_\_\_\_\_.

14. 将正方形 ABCD 沿对角线 AC 折起, 得到三棱锥  $D'-ABC$ , 使得  $BD' = 4$ , 若三棱锥  $D'-ABC$  的外接球的半径为  $2\sqrt{2}$ , 则三棱锥  $D'-ABC$  的体积为\_\_\_\_\_.

15. 设  $A(-3, 1), B(2, 4)$ , 点 P 在 x 轴上, 使得  $|PA| + |PB|$  取到最小值时的点 P 坐标为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $a \in [-1, 1]$ , 不等式  $x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0$  恒成立, 则 x 的取值范围为\_\_\_\_\_.

四、解答题 (本题共计 6 小题, 每题 11 分, 共计 66 分)

17. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = 3a_n + 2n + 1$ , 且  $a_1 = 1$ .

(1) 若  $b_n = a_n + n + 1$ , 证明: 数列  $\{b_n\}$  是等比数列.

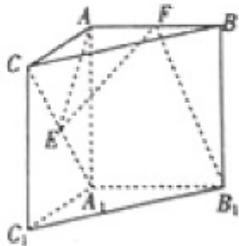
(2) 求  $\{a_n\}$  的前 n 项和  $S_n$ .

18.  $\triangle ABC$  的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c.  $\triangle ABC$  的面积为 S, 已知  $4cS = (2a - c)(a^2 + c^2 - b^2) \tan C$ .

(1)求角B;

(2)若 $a+c=3$  ,  $a < b$  ,  $\triangle ABC$ 外接圆的半径为1, 求 $\cos 2A$ .

19. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$ ,  $AC \perp AB$ ,  $AC = AB = 2$  ,  $AA_1 = 2$  , 点E, F 分别为 $CA_1$ 与 $AB$ 的中点.



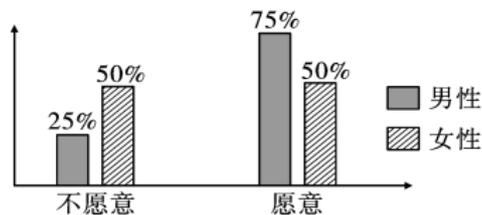
(1)证明:  $EF \parallel$  平面 $BCC_1B_1$ .

(2)求 $B_1F$  与平面 $AEF$  所成角的正弦值.

20. 为了保障献血质量和加强对献血事业的管理, 全国人大通过了《中华人民共和国献血法》, 规定自1998年10月1日起, 我国开始实行无偿献血制度。国家提倡18周岁至55周岁的健康公民积极参与无偿献血, 健康人献的血液可以帮助失血者及时补充需要的血液, 无偿献血是一种高尚的行为。

(1) 临床上使用的ABO分型法将人的血型分为A型、B型、O型和AB型四类, 血库中心预备从含有2份A型血的5个样本中随机抽取3个进行检测, 求恰有一个A型血样本被抽中的概率;

(2) 血库中心在某商圈附近设立“无偿献血站”, 随机采访了40名女性与60名男性共100人进行调查, 统计出这100人中愿意参加献血活动与不愿意参加献血活动的男女比例情况, 如图所示, 根据图中所提供的信息, 完成下列 $2 \times 2$ 列联表, 并判断是否有99%的把握认为参加献血活动与性别有关?



	愿意	不愿意	共计
男性			
女性			
共计			

附:

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

其中:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$  ( $n = a + b + c + d$ ) .

21. 已知双曲线的中心在原点, 焦点 $F_1, F_2$ 在坐标轴上, 离心率为 $\sqrt{2}$ 且双曲线过点 $P(4, -\sqrt{10})$

(1)求双曲线的方程;

(2)若点  $M(3, m)$  在双曲线上, (其中  $m < 0$ ) , 求 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2}$  的值.

22. 已知函数  $f(x) = x \cdot \sin x$

(1) 当  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  时, 求证:  $f(x) \geq 1 - \cos x$

(2) 求证: 当  $x \in (0, \frac{\pi}{4})$  时, 方程  $f(x) - \frac{1}{2}\tan x = 0$  有且仅有2个实数根.

# 参考答案与试题解析

## 2022-2023学年全国高三下数学月考试卷

一、选择题（本题共计 8 小题，每题 5 分，共计 40 分）

1.

**【答案】**

B

**【考点】**

交集及其运算

**【解析】**

求得集合A,B，由交集的定义求解即可.

**【解答】**

解：集合 $A = \{x|x^2 = x\} = \{0, 1\}$ ，  
集合 $B = \{x \in \mathbb{N}^* | -1 \leq x < 3\} = \{1, 2\}$ ，  
则 $A \cap B = \{1\}$ .  
故选B.

2.

**【答案】**

D

**【考点】**

复数代数形式的乘除运算

复数的基本概念

**【解析】**

直接由复数代数形式的乘除运算化简复数z，则答案可求.

**【解答】**

解： $z = \frac{4+3i}{1+2i} = \frac{(4+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$   
 $= \frac{10-5i}{5} = 2-i$ ，  
则复数 $z = \frac{4+3i}{1+2i}$  的虚部为-1.  
故选D.

3.

**【答案】**

D

**【考点】**

二倍角的正弦公式

同角三角函数间的基本关系

**【解析】**

由二倍角的正弦公式化简可得 $\cos \frac{\alpha}{2}$ ，根据同角三角函数的基本关系求解即可.

**【解答】**

解：∵ $5 \sin \alpha = 6 \sin \frac{\alpha}{2}$ ，

$$\therefore 5 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 3 \sin \frac{\alpha}{2} .$$

由 $\alpha \in (0, 2\pi)$ 可知 $\frac{\alpha}{2} \in (0, \pi)$ ,

$$\therefore \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5} ,$$

$$\therefore \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{4}{5} ,$$

$$\therefore \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{4}{3} .$$

故选D.

4.

**【答案】**

B

**【考点】**

向量加减混合运算及其几何意义

**【解析】**

此题暂无解析

**【解答】**

解：由 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DC}$  得 $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ ,

$$\text{又 } \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} ,$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CA} = \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}\right) \cdot (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}) = -6 .$$

故选B.

5.

**【答案】**

B

**【考点】**

数列的应用

数列递推式

**【解析】**

由斐波那契数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbb{N}^+)$ ，通过归纳可以得出 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n+1} = S_{n+1}$ ，然后进行求解即可得。

**【解答】**

解：因为 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbb{N}^*)$ ，

所以 $a_3 = a_1 + a_2$ ，

$a_4 = a_3 + a_2 = a_1 + a_2 + 1$ ，

$a_5 = a_3 + a_4 = a_1 + a_2 + a_3 + 1$ ，

...

$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + 1 = S_n + 1$ ，

故 $S_{2018} = a_{2020} - 1 = m - 1$ 。

故选B.

6.

**【答案】**

C

**【考点】**

抛物线的性质

**【解析】**

先把其转化为标准形式，求出 $p$ 即可得到其准线方程。

**【解答】**

解：由题得： $x^2 = -4y$ ，

所以 $2p = -4$ ，即 $p = -2$ ，

所以 $\frac{p}{2} = -1$ ，

故准线方程为： $y = 1$ 。

故选C.

7.

**【答案】**

A

**【考点】**

进行简单的合情推理

**【解析】**

根据已知中E车限行情况可得今天不是周三，根据B车限行情况可得今天不是周一，不是周日，根据AC车的限行情况可知今天不是周五，周二和周六。

**【解答】**

解：∵保证每天至少有四辆车可以上路行驶，  
E车明天可以上路且E车周四限行，可知：今天不是周三；  
B车昨天限行，可知：今天不是周一，不是周日；  
A，C两车连续四天都能上路行驶，可知今天不是周五，周二和周六；  
由此推出今天是周四。  
故选A。  
8.

**【答案】**

B

**【考点】**

正弦函数的图象

**【解析】**

此题暂无解析

**【解答】**

此题暂无解答

**二、多选题（本题共计 4 小题，每题 5 分，共计 20 分）**

9.

**【答案】**

A,C,D

**【考点】**

扇形统计图

**【解析】**

考点：饼图中的数据分析

**【解答】**

解：由题意，不妨设2015年全国居民人均消费支出为 $a$ ，则2020年全国居民人均消费支出为 $1.5a$ ，而 $9.6\% \times 1.5a > 11\%a$ ，故A正确；

由图可知2020年全国人均衣食行支出为 $49\% \times 1.5a = 73.5\%a$ ，而2015年全国人均衣食行支出为 $51.3\%a$ ，故B错误；

2020年全国人均居住和医疗卫生支出金额总和为 $(24.6\% + 8.7\%) \times 1.5a = 49.95\%a$ ，而2015年除衣食行外的全国人均其他支出金额总和为 $48.7\%a$ ，故C正确；D显然正确。

故选ACD.

10.

### 【答案】

A,C,D

### 【考点】

双曲线的离心率

椭圆的离心率

### 【解析】

先求出离心率为2和 $\frac{1}{2}$ ，结合离心率，分圆锥曲线为双曲线和椭圆两种情况分析求解即可.

### 【解答】

解：方程 $2x^2 - 5x + 2 = 0$  的两个根分别为2,  $\frac{1}{2}$ ,

所以圆锥曲线的离心率为2和 $\frac{1}{2}$ ,

当离心率为2时，圆锥曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$  为双曲线，则 $m < 0$ ，

且 $a^2 = 4$ ， $b^2 = -m$ ， $c^2 = 4 - m$ ，

所以 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{4 - m}{4} = 2^2$ ，

解得 $m = -12$ ；

当离心率为 $\frac{1}{2}$ 时，圆锥曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$  为椭圆，此时 $m > 0$ ，

当 $0 < m < 4$  时，圆锥曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$  的焦点在x轴上，

此时 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{4 - m}{4} = (\frac{1}{2})^2$ ，

解得 $m = 3$ ；

当 $m > 4$  时，圆锥曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$  的焦点在y轴上，

此时 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{m - 4}{m} = (\frac{1}{2})^2$ ，

解得 $m = \frac{16}{3}$ ；

综上所述，实数 $m$ 的值为-12 或3 或 $\frac{16}{3}$ .

故选ACD.

11.

### 【答案】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/678044105113006075>