

《直线与平面垂直的判定和性质》教学设计

必备知识	学科能力	学科素养	高考考向
1.直线与平面垂直	学习理解能力 观察记忆 概括理解 说明论证 应用实践能力 分析计算 推测解释 简单问题解决 迁移创新能力 综合问题解决 猜想探究 发现创新	逻辑推理	【考查内容】 1.求异面直线所成的角,常与正、余弦定理综合考查,对于理科考生还需要掌握利用空间向量法(选择性必修中学习)求角的大小 2.直线与平面垂直的性质定理,较少单独考查,常与平行关系及面面垂直关系综合 【考查题型】 选择题、填空题、解答题
2.直线与平面垂直的判定定理		直观想象 逻辑推理	
3.直线与平面所成的角		直观想象 数学抽象 数学运算	
4.直线与平面垂直的性质定理		直观想象 逻辑推理	

一、本节内容分析

本节内容按照直线与直线垂直、直线与平面垂直、平面与平面垂直的研究过程展开.对于直线与直线的垂直,首先定义异面直线所成的角,两条直线垂直包括共面垂直与异面垂直.对于直线与平面的垂直、平面与平面的垂直主要研究它们的判定定理和性质定理.直线与平面垂直的判定定理是指一条直线与构成该平面的基本元素——直线满足什么条件才能使此直线与该平面垂直,而平面与平面垂直的判定定理是指构成其中一个平面的直线与另一平面或这个平面内的直线具备什么条件才能使两个平面垂直,实际上是在寻找平面与平面垂直的充分条件.性质是指直线与平面垂直、平面与平面垂直时,其基本构成要素具有怎样的确定不变的关系,实际上是必要条件,性质和判定之间具有互逆的关系,这也是我们研究问题的一个自然的起点.

本节内容的处理继续遵循“直观感知—操作确认—思辨论证”的认识过程展开.通过本节课的学习与研究,可进一步完善学生的知识结构,更好地培养学生观察记忆、空间想象及推测解释能力,使其体会由特殊到一般、类比、归纳、猜想、化归等数学思想,提升直观想象、数学运算和逻辑推理核心素养.

本节包含的核心知识和体现的核心素养如下:

核 心 知 识	1.异面直线所成的角	直观想象 逻辑推理 数学抽象 数学运算	核 心 素 养
	2.直线与平面垂直		
	3.直线与平面垂直的判定定理		
	4.直线与平面所成的角		
	5.直线与平面垂直的性质定理		
	6.二面角		
	7.平面与平面垂直的定义及判定定理		
	8.平面与平面垂直的性质定理		

二、学情整体分析

上一节,我们研究了空间直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行关系,本节在上一节基础上研究空间直线、平面间的另一特殊位置关系——垂直.由于这是本章最后一节内容,学生的知识积累、解决问题的方法都已较为丰富,所以本节内容的学习既要继续加强从“一般观念”上的引导,让学生明确“什么是空间直线、平面的垂直”以及“空间直线、平面垂直时,其要素(直线、平面)有什么确定的不变关系”;又要充分类比对空间直线、平面平行关系的研究方式,引导学生研究空间直线、平面之间的垂直关系.研究的对象尽量由学生去提出,研究的内容要学生去确定,研究的方法启发学生去寻找.

学情补充:_____

三、教学活动准备

【任务专题设计】

- 1.直线与直线垂直
- 2.直线与平面垂直

【教学目标设计】

- 1.通过直观感知、操作确认,理解线面垂直的定义,理解线面垂直的判定定理的推导过程,掌握线面垂直的判定定理和性质定理,并能运用定义和定理证明一些空间位置关系的简单命题.
- 2.理解直线和平面所成的角的概念,会求直线和平面所成的角.了解直线到平面的距离,两个

平行平面间的距离的概念.

【教学策略设计】

1.在线面垂直的实际教学中,可让学生在观察长方体模型的基础上进行操作确认,获得对线面判定定理、线面性质定理的正确认识,然后再进行推理论证,将探索过程中所得的结论用精确的语言表达出来,培养学生“猜想—归纳—证明”的逻辑思维,以及直观想象、逻辑推理核心素养.

【教学方法建议】

启发教学法、探究教学法、情境教学法,还有_____

【教学重点难点】

重点

1.直观感知、操作确认,概括出直线与平面垂直的判定

难点

1.直线与平面垂直的判定定理的应用、性质定理的证明.

【教学材料准备】

1.常用材料:多媒体课件、计算机、实物模型、_____

2.其他材料:_____

四、教学活动设计

教学导入

探究1 直线与平面垂直

在日常生活中,我们对直线与平面垂直有很多的感性认识比如旗杆与地面的位置关系,教室里相邻墙面的交线与地面的位置关系等,都给我们以直线与平面垂直的形象.那什么叫做直线与平面垂直呢?能否把直观的形象数学化?用确切的数学语言刻画直线与平面垂直呢?这是本节课需要解决的问题.

师:在阳光下观察直立于地面的旗杆 AB 及它在地面的影子 BC .随着时间的变化,影子 BC 的位置在不断地变化,旗杆所在直线 AB 与其影子 BC 所在直线是否保持垂直?

【师生活动】教师出示多媒体,提出问题,学生思考后回答(教师也可借助信息技术呈现旗杆影子随时间变化的位置变化)

【设情境 巧激趣】

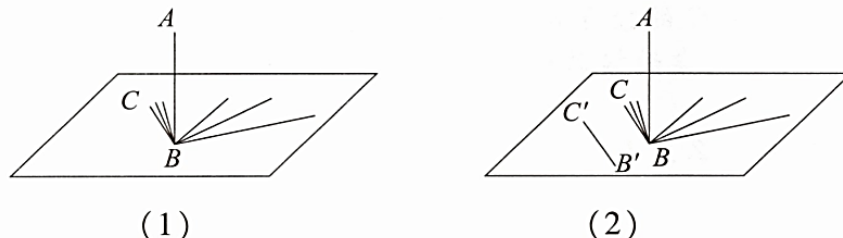
借助学生观察生活中的数学问题引出课题,自然生动,提高了学生学习数学的兴趣,体现了数学来源于生活

教学精讲

【情景设置】

直线与平面垂直定义的引入

观察:如图(1),在阳光下观察直立于地面的旗杆 AB 及它在地面的影子 BC . 随着时间的变化, 影子 BC 的位置在不断地变化, 旗杆所在直线 AB 与其影子 BC 所在直线是否保持垂直?



生:旗杆所在直线 AB 与其影子 BC 所在直线始终保持垂直.

师:根据上图(2)旗杆所在直线 AB 是否与平面内所有直线垂直?

【师生活动】教师引导学生思考,由于旗杆所在直线和地面所在平面内的无数条直线垂直,所以对于地面上的任意一条直线,总能找到旗杆的一个影子与之平行,从而旗杆所在直线与平面内所有直线垂直.

生:旗杆所在直线 AB 与地面所在平面内所有直线垂直.

师:由此你能用简洁的语言给出直线与平面垂直的定义吗?

【师生活动】教师引导学生思考后归纳出直线与平面垂直的定义.

生:如果直线与平面 α 内的任意一条直线都垂直,就说直线 l 与平面 α 互相垂直.

师:在直线与平面的定义中,“任意”能改成“无数”吗?为什么?

生:不能.

【师生活动】教师引导学生举出反例说明,同时教师引导学生结合直线和直线垂直的相关概念,给出直线与平面垂直中的垂线、垂面、垂足等概念,并出示多媒体.

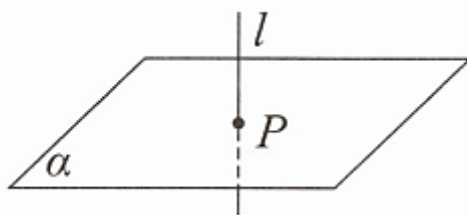
【要点知识】

直线与平面垂直的定义

1. 定义:一般地,如果直线 l 与平面 α 内的任意一条直线都垂直,我们就说直线与平面 α 互相垂直,记作 $l \perp \alpha$, 直线 l 叫做平面 α 的垂线,平面 α 叫做直线 l 的垂面, 直线与平面垂直时,它们唯一的公共点 P 叫做垂足.

2. 符号表示:任意 $a \subset \alpha$, 都有 $l \perp a \Rightarrow l \perp \alpha$.

3. 图形表示:画直线 l 与平面 α 垂直,通常把直线画成与表示平面的平行四边形的一边垂直.



【情境学习】

借助数学问题引导学生抽象概括出直线与平面垂直的定义,在通过举反例让学生直观感知直线垂直平面时,“任意”不能改为无数”,只要直线与平面内有一条直线不垂直,就不能说直线与平面垂直,通过活动加深对直线与平面垂直定义的理解

师:同一平面中,过一点有几条直线与已知直线垂直?

生:有且只有一条.

师:将这一结论推广到空间,过一点垂直于已知平面的直线有几条?为什么?

【师生活动】师生共同讨论,直观感知和操作确认得到结论.

生:过一点垂直于已知平面的直线有且只有一条.

【师生活动】根据上面的结论,教师给出垂线段、点到平面距离的概念,进而介绍在棱锥的体积公式中棱锥的高,并出示多媒体.

【意义学习】

通过建立平面的垂线、直线的垂面、垂足等相关概念,了解直线与平面垂直的符号表示,同时让学生理解学习数学概念的“基本思路”

【要点知识】

点到平面的距离

定义:过一点作垂直于已知平面的直线,则该点与垂足间的线段,叫做这个点到该平面的垂线段,垂线段的长度叫做这个点到该平面的距离注意:在棱锥的体积公式中,棱锥的高就是棱锥的顶点到底面的距离.

【深度学习】

类比平面几何有关直线与直线垂直的性质,结合直线与平面垂直的定义,给出空间中过一点垂直于已知平面的直线条数,既呼应前面棱锥的高的概念,又为后面“平面与平面垂直的性质”定理后的“探究”作铺垫

探究2 直线与平面垂直的判定定理

师:如何判断一条直线与一个平面是垂直的?

生:可以根据定义判断.

师:根据定义判断,无法验证一条直线与一个平面内的所有直线都垂直,你有什么更好的简洁的办法吗?

【师生活动】教师出示多媒体,引导学生探究多媒体的问题,提示学生准备一块三角形的纸片,学生动手实验,然后回答问题.

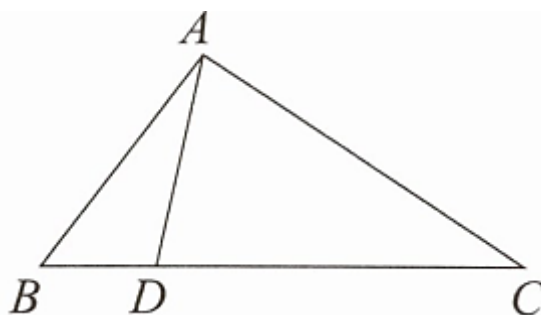
【情景设置】

直线与平面垂直判定定理的引入

探究:如图,准备一块三角形的纸片 ABC ,过 $\triangle ABC$ 的顶点 A 翻折纸片,得到折痕 AD ,将翻折后的纸片竖起放置在桌面上(BD, DC 与桌面接触)

(1)折痕 AD 与桌面垂直吗?

(2)如何翻折才能使折痕 AD 与桌面垂直?为什么?



生:折痕 AD 与桌面不垂直.

师:如何翻折才能使折痕 AD 与桌面垂直?

生:当折痕 AD 为 $\triangle ABC$ 底边 BC 上高的时候,竖直放置翻折纸片才能使折痕与桌面.

师:如果随意放置纸片,折痕 AD 还能与桌面垂直吗?

【师生活动】学生动手操作确认,得到结果.

生:不能.

师:你能归纳总结出直线与平面垂直的判定定理吗?

【师生活动】教师引导学生进一步的讨论、思考得到:当折痕 AD 垂直于平面 α 内的一条直线时,折痕 AD 与平面 α 不一定垂直,当折痕 AD 垂直于平面 α 内的两条相交直线时,折痕 AD 与平面 α 垂直.

师:为什么一条直线垂直于平面内的两条相交直线时,这条直线就和这个平面垂直?

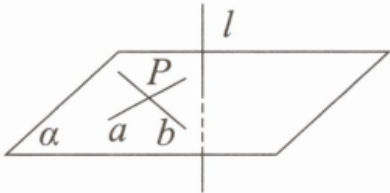
【师生活动】学生归纳总结,教师补充、完善,进一步指出直线与平面垂直的判定定理的符号语言和图形语言,并出示多媒体.

【概括理解能力】

通过实践操作,引导学生有条理地进行直观感知、操作确认,得出直线和平面垂直的判定定理,使学生学会归纳概括结论,提升概括理解能力

【要点知识】

直线与平面垂直的判定定理

文字内容	如果一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直,那么该直线与此平面
图形语言	
符号语言	$l \perp a, l \perp b, a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = P \Rightarrow l \perp \alpha$
简记	若线线垂直,则线面垂直

【总结】定理体现了“直线与平面垂直”和“直线与直线垂直”的相互转化.

师:为什么直线与平面内两条相交直线垂直就可以确定直线与平面垂直,而不是“两条平行线”“三条平行线”或“无数条平行线”呢?

【师生活动】教师引导学生进行探究,可举反例来回答这个问题,也可以结合平面向量的基本定理进行说明.

师:接下来我们一起看一道例题.

【师生活动】教师引导学生根据条件和结论画出示意图、写出已知和求证.

【活动学习】

通过对线面垂直判定定理的进一步的解释,使学生确认此定理的重要性,结合判定定理的探究过程,让学生进一步体会线面垂直与线线垂直的转化,体会直观感知、操作确认、思辨过程的研究方法

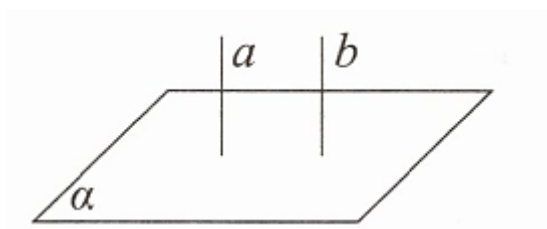
【典型例题】

直线与平面垂直的判定定理的应用

例1 求证:如果两条平行直线中的一条直线垂直于一个平面,那么另一条直线也垂直于这个平面.

已知:如图, $a \parallel b, a \perp \alpha$, 求证: $b \perp \alpha$.

师:你的证明思路是什么呢?



【师生活动】师生共同分析得出证明思路:根据直线与平面垂直的判定定理,要证明 $b \perp \alpha$, 只需证明 b 与平面 α 内的两条相交直线垂直即可.由于 $a \perp \alpha$,需构造出 α 内的两条相交直线,利用两条平行直线中的一条垂直于某一直线,则另一条也垂直于这条直线,进行转化.

同时,教师可请两位同学进行板演,其他学生独立书写证明过程,教师指正给予评价,出示答案,规范证明过程.

【深度学习】

教师引导学生将文字表述的命题转化为以字母符号表述的形式,培养学生的两种语言的转化能力,提高立体几何的研究学习能力,增强直观想象、数学抽象核心素养直线与平面垂直的判定定理的应用

【说明论证能力】

通过例题,巩固直线与平面垂直的判定定理,并结合例题让学生把握判定定理中“两条相交直线”这一关键,通过引导学生从线面垂直的定义出发进行证明.在运用不同证明方法的过程中提高思维的灵活性和说明论证能力

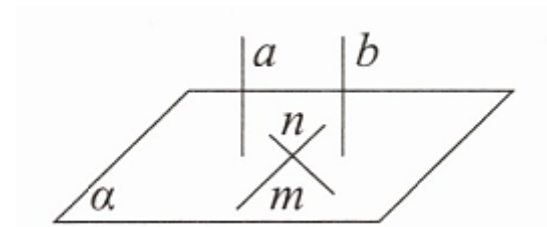
【典例解析】

直线与平面垂直的判定定理的应用

证明:如图,在平面 α 内取两条相交直线 m, n . $\because$ 直线 $a \perp \alpha, \therefore a \perp m, a \perp n. \therefore$

$a \parallel b, \therefore b \perp m, b \perp n.$

又 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m, n$ 是两条相交直线, $\therefore b \perp \alpha.$



师:你们还有不同的证明方法吗?

【师生活动】引导学生尝试用直线与平面垂直的定义证明该例题,并进行交流.

【教师总结】本题给出了一个判定直线和平面垂直时常用的方法,体现了平行关系与垂直关系之间的联系.

探究3 直线与平面所成的角

师:直线与平面垂直是直线与平面相交的一种特殊情况,当它们不垂直的时候,我们可以发现不同的直线与平面相交的情况也不同,如何刻画不同呢?

【师生活动】教师给出斜线的概念,引导学生讨论发现,斜线与平面相交的位置关系在于它们相对于平面的“倾斜程度不同”,进而给出直线与平面所成角的概念,并用它来刻画斜线和平面的位置关系.

【深度学习】

通过例题给出了一个判定直线和平面垂直时常用的结论,体现了平行关系与垂直关系之间的联系,通常我们把这个结论称为直线与平面垂直的判定定理2,可直接使用

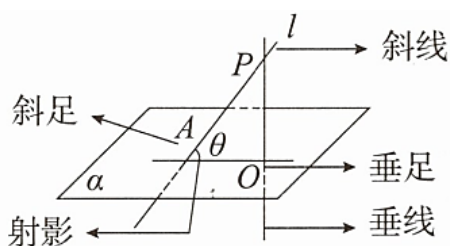
【要点知识】

直线与平面所成的角的相关概念

1.斜线和斜足:一条直线 l 与一个平面 α 相交,但不与这个平面垂直,这条直线叫做这个平面的斜线,斜线和平面的交点 A 叫做斜足.

2.斜线在平面上的射影:过斜线上斜足以外的一点 P 向平面 α 引垂线 PO ,过垂足 O 和斜足 A 的直线 AO 叫做斜线在这个平面上的射影.

3.直线与平面所成的角:平面的一条斜线和它在平面上的射影所成的角,叫做这条直线和这个平面所成的角,($\angle PAO$ 就是直线 l 与平面 α 所成的角)



师:如果 AB 是平面 α 内的任意一条不与直线 AO 重合的直线,那么直线 PA 与直线 AB 所成的角和直线 PA 与这个平面所成的角的大小关系是什么?

【师生活动】教师引导学生思考、讨论、交流,认识到斜线与平面所成的角是它与该平面内所有直线所形成角中最小的角.由此可引出直线与平面所成角的取值范围,学生归纳、总结,教师整理.

【活动学习】

通过师生共同讨论发现斜线与平面相交的位置关系的不同在于它们相对于平面的“倾斜程度不同”,进而给出直线与平面所成角的概念,锻炼学生的观察、抽象能力

【归纳总结】

直线与平面所成角的取值范围

直线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$,具体情况如下:

位置关系	θ
直线与平面平行或在平面内	0°
直线与平面相交但不垂直(斜交)	$0^\circ < \theta < 90^\circ$
直线与平面垂直	90°

师:下面我们共同看一道直线与平面所成角的应用的例题.

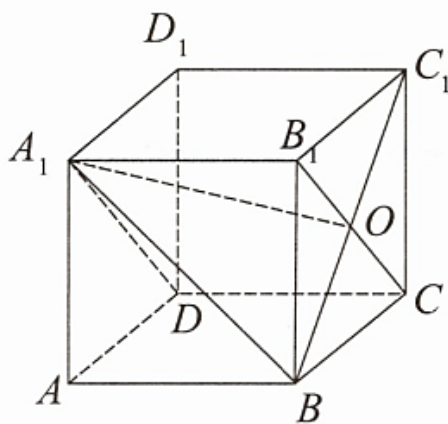
【意义学习】

通过教师引导学生思考、讨论、交流,认识到斜线与平面所成的角是它与该平面内所有直线所形成角中最小的角.由此可引出直线与平面所成角的取值范围,提升学生的发现探索能力和逻辑推理学科核心素养

【典型例题】

直线与平面所成角的应用

例2 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,求直线 A_1B 和平面 A_1DCB_1 的夹角.



【师生活动】 教师出示例题多媒体,引导学生分析题目,从直线与平面所成角的定义入手.

师:如何找到直线 A_1B 在平面 A_1DCB_1 上的射影?

生:先要找直线 A_1B 在平面 A_1DCB_1 上的垂线,然后连接垂足与 A_1 的线段就是射影.

【师生活动】 师生共同分析得到问题的解题思路,再由学生独立完成求解过程,教师及时给

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/685232231120011341>