第五节
简朴几何体的表面积与体积

研习考点 应对高考

知识整合

柱、锥、台和球的侧面积和体积：

	面积	体积
圆柱	$S_{侧}=\underline{2\pi rh}$	$V=\underline{Sh}=\underline{\pi r^2 h}$
圆锥	$S_{侧}=\underline{\pi rl}$	$V=\underline{\frac{1}{3}Sh}=\underline{\frac{1}{3}\pi r^2 h}=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{l^2-r^2}$

圆台	$S_{侧}=\underline{\pi(r_1+r_2)l}$	$V=\frac{1}{3}(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}S_{下}})h$ $=\frac{1}{3}\pi(r_1{}^2+r_2{}^2+r_1r_2)h$
直棱柱	$S_{侧}=\underline{Ch}$	$V=\underline{Sh}$
正棱锥	$S_{侧}=\underline{\frac{1}{2}Ch'}$	$V=\underline{\frac{1}{3}Sh}$
正棱台	$S_{侧}=\underline{\frac{1}{2}(C+C')h'}$	$V=\frac{1}{3}(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}S_{下}})h$
球	$S_{球面}=\underline{4\pi R^2}$	$V=\underline{\frac{4}{3}\pi R^3}$

温馨提示

(1)直棱柱的侧面展开图是某些矩形，正棱锥的侧面展开图是某些全等的等腰三角形，正棱台的侧面展开图是某些全等的等腰梯形.

(2)圆柱的侧面展开图是矩形，矩形的两条边分别是圆柱的母线长和圆柱的底面圆的周长；圆锥的侧面展开图是扇形，扇形所在圆的半径等于圆锥的母线长，扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长；圆台的侧面展开图是扇环.

知识整合

1．已知正方体外接球的体积为$\frac{32\pi}{3}$，那么正方体的棱长等于(　　)

A．$2\sqrt{2}$　　　　B.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C.$\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　　　D.$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】　$\because \frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32\pi}{3}$，$\therefore R=2$，

又$\because (2R)^2=3a^2$，$\therefore a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

【答案】　D

2．若正三棱锥的斜高是高的$\frac{2\sqrt{3}}{3}$倍，则棱锥的侧面积是底面积的(　　)

A.$\frac{2}{3}$倍　　　B．2 倍

C.$\frac{8}{3}$倍　　　D．3 倍

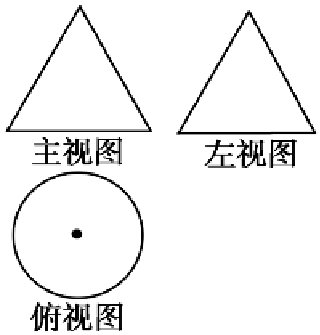
【解析】　设斜高为 h'，高为 h，则$\frac{h}{h'}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则底面边长为$\sqrt{3}h'$，故$\frac{S_{底}}{S_{侧}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{3}h')^2}{3\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}h'^{2}}=\frac{1}{2}$，即侧面积是底面积的 2 倍.

【答案】　**B**

3.一个几何体的三视图如图所示，其中主视图与左视图都是边长为 2 的正三角形，则这个几何体的侧面积是(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$　　B．2π

C．3π　　D．4π



【解析】　由三视图可知几何体为一圆锥，其中圆锥底面半径为 1，母线长为 2，故其侧面积 $S=\frac{1}{2}(2\pi\times1)\times2=2\pi$ (其侧面展开图为一扇形，扇形半径为 2，弧长为圆锥底面圆周长)，故选 B.

【答案】　B

4．(2009 年上海卷)若球 O_1、O_2 表面积之比 $\frac{S_1}{S_2}=4$，则它们的半径之比 $\frac{R_1}{R_2}=$________.

【解析】 $\because S_1=4\pi R_1^2$，$S_2=4\pi R_2^2$，

$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{R_1^2}{R_2^2}=4$，$\therefore \frac{R_1}{R_2}=2$.

【答案】 2

5．(2009年上海卷)若等腰直三角形的直角边长为2，则以始终角边所在的直线为轴旋转一周所成的几何体体积是________．

【解析】 由题旋转后所得几何体为底面半径为 2，高为 2 的圆锥，所以体积为$\frac{1}{3}\pi\times2^2\times2=\frac{8}{3}\times\pi$.

【答案】 $\frac{8}{3}\pi$

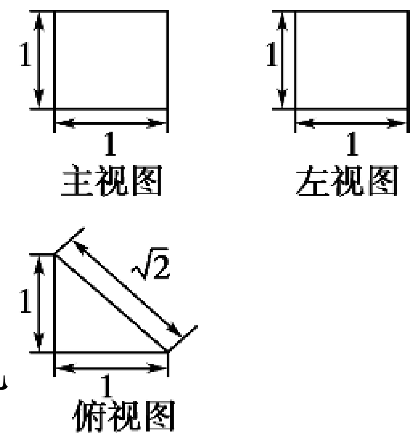
探究典例 感悟高考

题型1 几何体的表面积

例1 已知一种几何体的三视图如图所示，它的表面积是(　　)

A．$4+\sqrt{2}$　B．$2+\sqrt{2}$

C．$3+\sqrt{2}$　D．6



【思路点拨】　由三视图可知该几何体为直三棱柱．

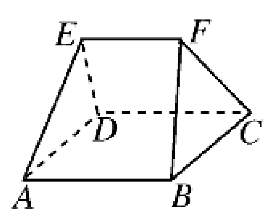
【解析】　根据该几何体的三视图可知该几何体是一个底面为等腰直角三角形、高为 1 的直三棱柱，由图形中所给的条件可得其表面积为 $S=1\times1+2\times1\times1+\sqrt{2}\times1=3+\sqrt{2}$.

【答案】　C

题型 2 几何体的体积

例2 如图，在多面体 ABCDEF 中，已知 ABCD 是边长为 3 的正方形，且△ADE、△BCF 均为正三角形，$EF\parallel AB$，$EF=\frac{3}{2}$，且点 E 到底面 ABCD 的距离为 2，则该多面体的体积为(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{15}{2}$



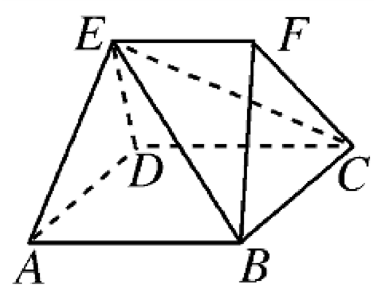
【解析】 方法一：可利用排除法来解决.

棱锥 E－ABCD 的体积 $V_1=\frac{1}{3}\times 3^2\times 2=6$,

而此多面体的体积 $V>V_1$.故选 D.

方法二：如图所示，连接 EB、EC.四棱锥 E-ABCD 的体积

$V_{E-ABCD}=\frac{1}{3}\times 3^2\times 2=6$.



由于 AB=2EF，EF∥AB，

所以 $S_{\triangle EAB}=2S_{\triangle BEF}$.

$\therefore V_{F-BEC}=V_{C-EFB}=\frac{1}{2}V_{C-ABE}=\frac{1}{2}V_{E-ABC}=\frac{3}{2}$,

$\therefore V_{EF-ABCD}=V_{E-ABCD}+V_{F-BEC}=6+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$.