21. 进位记数制

- 日常生活中，我们熟悉十进制（Decimal System）
  - 0～9共十个基本符号，基（Radix）r＝10
- 计算机中，采用二进制（Binary System）
  - 0和1两个基本符号，基r＝2
- 为便于表达二进制，引入十六进制（hexadecimal System）
  - 0～9、A～F共十六个基本符号，基r＝16
  - A表示十进制的10，……，F表示十进制的15
- 有时也使用八进制（Octal System）
  - 0～7共八个基本符号，基r＝8

21. 进位记数制

- 计算机中，采用二进制，因为
  - 物理上容易实现，例如电平的高与低表示1和0
  - 二进制数的的编码、运算规则简单
  - 1和0正好对应逻辑命题的真True与假False
- 各种进制可以统一表达为

$$N = \sum_{i=m-1}^{-k} D_i \times r^i$$

这也是r进制数转换为十进制数的公式

1、进位计数制

·计算机中常用的计数制

	十进制	二进制	八进制	十六进制
基数	10	2	8	16
位权	10^1	2^1	8^1	16^1
数字符号	0～9	0，1	0～7	0～9，A~F

2.1.1、十进制数（D）

·特点：(1)、有0、1、2、…、9十个数字

(2)、逢十进一，进位基数为10，位的权数是十的幂。

·举例：十进制数569.28可以表示为：

$$569.28=5\times10^{2}+6\times10^{1}+9\times10^{0}+2\times10^{-1}+8\times10^{-2}$$

换一个角度：

10^{2}	10^{1}	10^{0}	10^{-1}	10^{-2}
5	6	9	2	8

·推广：任意一个十进制数可以表示为：

$$(D)_{10}=d_{n}\times10^{n-1}+d_{n-1}\times10^{n-2}+\ldots d_{2}\times10^{1}+d_{1}\times10^{0}+d_{-1}\times10^{-1}+d_{-2}\times10^{-2}+\ldots d_{-m}\times10^{-m}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}d_{i}\times10^{i-1}+\sum_{j=1}^{m}d_{j}\times10^{-j}$$

其中：d_i和 d_j 为0—9中任一个数字；n为整数部分位数；m为小数部分位数；10^{i-1} 和10^{-j}分别为整数部分和小数部分位权。

2.1.2、二进制数（B）

·特点： (1)、有0、1二个数字

(2)、逢二进一，进位基数为2。

·举例： 二进制数1101.01可以表示为：

$$1101.01=1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+0\times2^{-1}+1\times2^{-2}$$

换一个角度：	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}
	1	1	0	1	0	1

·推广：任意一个二进制数可以表示为：

$$(B)_2=b_n\times2^{n-1}+b_{n-1}\times2^{n-2}+\ldots b_2\times2^1+b_1\times2^0$$
$$+b_{-1}\times2^{-1}+b_{-2}\times2^{-2}+\ldots b_{-m}\times2^{-m}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}b_i\times2^{i-1}+\sum_{j=1}^{m}b_j\times2^{-j}$$

其中： b_i和 b_j 为0或1；n为整数部分位数；m为小数部分位数；2^{i-1} 和2^{-j}分别为整数部分和小数部分位权。

总目录

章目录

节目录

退出

2.1.3、八进制数（E）

·特点： (1)、有0－7八个数

(2)、逢八进一，进位基数为8。

·举例： 八进制数2533.42可以表示为：

$2533.42 = 2\times8^3 + 5\times8^2 + 3\times8^1 + 3\times8^0 + 4\times8^{-1} + 2\times8^{-2}$

换一个角度：	8^3	8^2	8^1	8^0	8^{-1}	8^{-2}
	2	5	3	3	4	2

·推广：任意一个八进制数可以表示为：

$$(E)_8 = e_n\times8^{n-1} + e_{n-1}\times8^{n-2} + \ldots e_2\times8^1 + e_1\times8^0 + e_{-1}\times8^{-1} + e_{-2}\times8^{-2} + \ldots e_{-m}\times8^{-m}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} e_i\times8^{i-1} + \sum_{j=1}^{m} e_j\times8^{-j}$$

其中：e_i和 e_j 为0－7中一个；n为整数部分位数；m为小数部分位数；8^{i-1} 和8^{-j}分别为整数部分和小数部分位权。

2.1.4、十六进制数（H）

·特点： (1)、有0—9、A、B、C、D、E、F十六个数码

(2)、逢十六进一，进位基数为16。

·举例： 十六进制数16B.68可以表示为：

$$16B.68 = 1\times16^2 + 6\times16^1 + B\times16^0 + 6\times16^{-1} + 8\times16^{-2}$$

$$= 1\times16^2 + 6\times16^1 + 11\times16^0 + 6\times16^{-1} + 8\times16^{-2}$$

换一个角度： 16^2 16^1 16^0 16^{-1} 16^{-2}

1 6 11(B) 6 8 1

·推广：任意一个十六进制数可以表示为：

$$(H)_{16} = h_n\times16^{n-1} + h_{n-1}\times16^{n-2} + \ldots h_2\times16^1 + h_1\times16^0 + h_{-1}\times16^{-1} + h_{-2}\times16^{-2} + \ldots h_{-m}\times16^{-m}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} h_i\times16^{i-1} + \sum_{j=1}^{m} h_j\times16^{-j}$$

其中： h_i和 h_j 为0、1—9、A、B、C、D、E、F中一个； n为整数部分位数；m为小数部分位数； 16^{i-1} 和16^{-j}分别为整数部分和小数部分位权。

2、常用数制之间的相互转换

2.2.1、二进制数转换成十进制数

【例】将1101.01转换成十进制数

$(1101.01)_2 = 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 + 0\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= 8+4+0+1+0+0.25$

$= (13.25)_{10}$

【注】括号外的下标用来表示不同的数制

问：八进制数和十六进制数如何转换成十进制数？

【注】方法同二进制数转换成十进制数

总目录
章目录
节目录
退出

2.2.2、十进制数转换成二进制数(1)

A、十进制整数转换成二进制整数

【方法】除以2取余数倒排

【例】将十进制数253转换成二进制数

十进制数(D)		余数	
2	253	1	转换结果的最低位
2	126	0	
2	63	1	
2	31	1	
2	15	1	
2	7	1	
2	3	1	
2	1	1	转换结果的最高位
	0		

转换结果：$(253)_{10}=(11111101)_2$

总目录
章目录
节目录
退出

2.2.2、十进制数转换成二进制数(2)

B、十进制小数转换成二进制小数

【方法】乘2取整数法

【例】将十进制数0.45转换成二进制小数（取4位）

十进制数(D)	乘 2	取整数部分	
0.45	×2＝0.9	0	转换结果的最高位
0.9	×2＝1.8	1	
0.8	×2＝1.6	1	
0.6	×2＝1.2	1	转换结果的最低位

转换结果：$(0.45)_{10}=(0.0111)_2$　　为取4位的近似值

问：十进制数如何转换成八进制数或十六进制数

?【注】方法同十进制数转换成二进制数

21. 进位记数制

- 十进制数转换为r进制数：整数部分
  - 把一个十进制的整数不断除以基数r，取其余数

		余数	
2	25		
2	12	1	← 最低位
2	6	0	
2	3	0	
2	1	1	
	0	1	← 最高位

$(25)_{10} = (11001)_2$

p8

21. 进位记数制

- 十进制数转换为r进制数：小数部分
  - 把一个十进制的小数不断乘以基数r，取其整数

0.3125		
× 2	整数	
0.6250	………… **0**	← 最高位
× 2		
0.2500	………… **1**	
× 2		
0.5000	………… **0**	
× 2		
0.0000	………… **1**	← 最低位

$$(0.3125)_{10} = (0.0101)_2$$

2.2.3、二进制数转换成十六进制数

【方法】将给定的二进制数以小数点为界，分别向左、向右每4位分成一组，若不足4位，要分别前补0（整数部分）或后补0（小数部分）。然后将每4位一组的数分别用对应的十六进制数来书写。

【例】将二进制数101101011.01101转换成十六进制数

二进制数：	0001	0110	1011	.	0110	1000
十六进制数：	1	6	B	.	6	8

2.2.4、十六进制数转换成二进制数

【方法】将每一位十六进制数用对应的4位二进制数来表示，其最左侧和最右侧的0可以省去。

十六进制数：	1	6	B	.	6	8
二进制数：	0001	0110	1011	.	0110	1000

问：二进制数和八进制数之间如何转换？

21. 进位记数制

十进制	二进制	十六进制	BCD码
0	0000	0	0000
1	0001	1	0001
2	0010	2	0010
3	0011	3	0011
4	0100	4	0100
5	0101	5	0101
6	0110	6	0110
7	0111	7	0111
8	1000	8	1000
9	1001	9	1001
10	1010	A	
11	1011	B	
12	1100	C	
13	1101	D	
14	1110	E	
15	1111	F	

p9