

数列 2024 年高考数学真题分类汇编 04：数列

一、单选题

1. (2024·全国) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_9 = 1$, $a_3 + a_7 = (\quad)$

- A. -2 B. $\frac{7}{3}$ C. 1 D. $\frac{2}{9}$

2. (2024·全国) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_5 = S_{10}$, $a_5 = 1$, 则 $a_1 = (\quad)$

- A. -2 B. $\frac{7}{3}$ C. 1 D. 2

二、填空题

3. (2024·全国) 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 + a_4 = 7$, $3a_2 + a_5 = 5$, 则 $S_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. (2024·北京) 已知 $M = \{k \mid a_k = b_k\}$, a_n , b_n 不为常数列且各项均不相同, 下列正确的是 .

- ① a_n , b_n 均为等差数列, 则 M 中最多一个元素;
② a_n , b_n 均为等比数列, 则 M 中最多三个元素;
③ a_n 为等差数列, b_n 为等比数列, 则 M 中最多三个元素;
④ a_n 单调递增, b_n 单调递减, 则 M 中最多一个元素.

5. (2024·上海) 无穷等比数列 $\{a_n\}$ 满足首项 $a_1 > 0, q > 1$, 记

$I_n = \{x - y \mid x, y \in [a_1, a_2] \cup [a_n, a_{n+1}]\}$, 若对任意正整数 n 集合 I_n 是闭区间, 则 q 的取值范围是 .

三、解答题

6. (2024·全国) 设 m 为正整数, 数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是公差为 0 的等差数列, 若从中删去两项 a_i 和 a_j ($i < j$) 后剩余的 $4m$ 项可被平均分为 m 组, 且每组的 4 个数都能构成等差数列, 则称数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是 (i, j) -可分数列.

(1) 写出所有的 (i, j) , $1 \leq i < j \leq 6$, 使数列 $a_1, a_2, \dots, a_6$ 是 (i, j) -可分数列;

(2) 当 $m \geq 3$ 时, 证明: 数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是 $(2, 13)$ -可分数列;

(3) 从 $1, 2, \dots, 4m+2$ 中一次任取两个数 i 和 j ($i < j$), 记数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是 (i, j) -可分数列的概率为 P_m , 证明: $P_m > \frac{1}{8}$.

7. (2024·全国) 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = m$ ($m > 0$), 点 $P_1(5, 4)$ 在 C 上, k 为常数,

$0 < k < 1$. 按照如下方式依次构造点 P_n ($n = 2, 3, \dots$), 过 P_{n-1} 作斜率为 k 的直线与 C 的左支交于点 Q_{n-1} , 令 P_n 为 Q_{n-1} 关于 y 轴的对称点, 记 P_n 的坐标为 (x_n, y_n) .

(1) 若 $k = \frac{1}{2}$, 求 x_2, y_2 ;

(2) 证明: 数列 $\{x_n - y_n\}$ 是公比为 $\frac{1+k}{1-k}$ 的等比数列;

(3) 设 S_n 为 $\triangle P_n P_{n+1} P_{n+2}$ 的面积, 证明: 对任意的正整数 n , $S_n = S_{n+1}$.

8. (2024·全国) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2S_n = 3a_{n+1} - 3$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式.

9. (2024·全国) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $4S_n = 3a_n + 4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = (-1)^{n-1} n a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/687043001136006121>