

专题二 函数

命题观察 高考定位

一. 考场传真

1. 【2016 江苏高考】函数 $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ 的定义域是_____▲_____.

【答案】 $[-3,1]$

【解析】要使函数有意义，必须 $3-2x-x^2 \geq 0$ ，即 $x^2+2x-3 \leq 0$ ， $\therefore -3 \leq x \leq 1$. 故答案应填： $[-3,1]$

2. 【2016 江苏高考】设 $f(x)$ 是定义在 R 上且周期为 2 的函数，在区间 $[-1,1)$ 上， $f(x)=\begin{cases} x+a, & -1 \leq x < 0, \\ \left|\frac{2}{5}-x\right|, & 0 \leq x < 1, \end{cases}$

其中 $a \in R$. 若 $f(-\frac{5}{2})=f(\frac{9}{2})$ ，则 $f(5a)$ 的值是_____▲_____.

【答案】 $-\frac{2}{5}$

【解析】 $f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{1}{2})=f(\frac{9}{2})=f(\frac{1}{2}) \Rightarrow -\frac{1}{2}+a=\frac{1}{2}-\frac{2}{5} \Rightarrow a=\frac{3}{5}$ ，

因此 $f(5a)=f(3)=f(1)=f(-1)=-1+\frac{3}{5}=-\frac{2}{5}$

3. 【2016-2017 学年度江苏苏州市高三期中调研考试】函数 $y=\sqrt{\frac{1-x}{x+2}}$ 的定义域为_____.

【答案】 $(-2,1]$

【解析】 $\frac{1-x}{x+2} \geq 0 \Rightarrow -2 < x \leq 1$ ，故定义域为 $(-2,1]$.

4. 【2016—2017 学年度江苏苏州市高三期中调研考试】已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的周期为 2 的奇函数，当 $0 < x < 1$ 时， $f(x)=8^x$ ，则

$f\left(-\frac{19}{3}\right)=$ _____.

学必求其心得，业必贵于专精

【答案】 -2

【解析】

由题意 $f(-\frac{19}{3}) = f(-\frac{1}{3}) = -f(\frac{1}{3}) = -8^{\frac{1}{3}} = -2$.

5. **【江苏省南通市如东县、徐州市丰县 2017 届高三 10 月联考】** 计算 $(\lg \frac{1}{4} - \lg 25) \div 100^{-\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

【答案】 -20

【解析】 $(\lg \frac{1}{4} - \lg 25) \div 100^{-\frac{1}{2}} = \lg \frac{1}{100} \div 10^{-1} = -20$

6. **【江苏省南通市如东县、徐州市丰县 2017 届高三 10 月联考】** 设幂函数 $f(x) = kx^\alpha$ 的图象经过点 $(4, 2)$, 则 $k + \alpha = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 由题意得 $k = 1, 4^\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \therefore k + \alpha = \frac{3}{2}$

7. **【江苏省泰州中学 2017 届高三摸底考试】** 已知 $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{6}$

【解析】

$$\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} = 2 \Rightarrow \log_a 2 + \log_a 3 = 2 \Rightarrow \log_a 6 = 2 \Rightarrow a^2 = 6, a > 0 \Rightarrow a = \sqrt{6}$$

8. **【江苏省泰州中学 2017 届高三摸底考试】** 函数 $y = 1 - \frac{\sin x}{x^4 + x^2 + 1}$ ($x \in \mathbb{R}$) 的最大值与最小值之和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【解析】

因为 $y = \frac{\sin x}{x^4 + x^2 + 1}$ 为奇函数, 其最大值与最小值之和为 0 , 因此函数

学必求其心得，业必贵于专精

$y = 1 - \frac{\sin x}{x^4 + x^2 + 1} \quad (x \in \mathbb{R})$ 的最大值与最小值之和为 2

9. 【2016-2017 学年度江苏苏州市高三期中调研考试】已知函数

$f(x) = \frac{x-a}{(x+a)^2}$, 若对于定义域内的任意 x_1 , 总存在 x_2 使得 $f(x_2) < f(x_1)$, 则

满足条件的实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \geq 0$

【解析】

由题意函数 $f(x)$ 无最小值, $f(x) = \frac{x+a-2a}{(x+a)^2} = -\frac{2a}{(x+a)^2} + \frac{1}{x+a}$, 令 $\frac{1}{x+a} = t$, 则 $t \neq 0$,

$f(x) = y = -2at^2 + t$, $a=0$ 时, 函数为 $y=t$, 符合题意, $a \neq 0$ 时, $-2a < 0$, 即

$a > 0$, 综上有 a 的取值范围是 $a \geq 0$.

10. 【2016-2017 学年度江苏苏州市高三期中调研考试】已知函数

$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x > 0 \\ x^2+x, & x \leq 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有三个零点, 则实数 m 的取值范围是

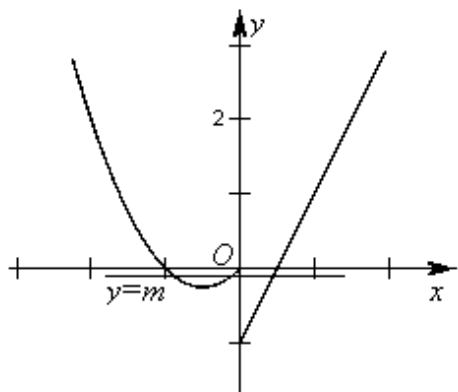
_____.

【答案】 $\left(-\frac{1}{4}, 0\right]$

【解析】

函数 $g(x) = f(x) - m$ 有三个零点, 即函数 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = m$ 有三个交点, 作出函数 $y = f(x)$ 的

图象和直线 $y = m$, 有三个交点, 则必有 $-\frac{1}{4} < m \leq 0$.



二. 高考研究

【最新考纲解读】

内 容		要 求			备注
		A	B	C	
函数 概念 与 基本 初等 函数 I	函数的概念		√		1. 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域. 2. 了解映射的概念，在实际情景中会根据不同的需要选择恰当的方法（如图像法、列表法、解析法)表示函数. 3. 了解简单的分段函数，并能简单应用.
	函数的基本性质		√		1. 了解奇函数、偶函数的定义，并能运用奇偶性的定义判断一些简单函数的奇偶性. 2. 掌握奇函数与偶函数的图像对称关系，并能熟练地利用对称性解决函数的综合问题.
			√		1. 理解函数的单调性及其几何意义.

				2. 会运用函数图像理解和研究函数的性质. 3. 会求简单函数的值域, 理解最大 (小)值及几何意义.
	指数与对数		√	1. 理解有理数指数幂的含义, 了解实数指数幂的意义, 掌握幂的运算. 2. 理解对数的概念及其运算性质, 知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数.
	指数函数的图像与性质		√	了解指数函数的实际背景, 理解指数函数的概念, 理解指数函数的单调性, 掌握指数函数图像的特征, 知道指数函数是一重要的函数模型.
	对数函数的图像与性质		√	1. 理解对数的概念及其运算性质, 知道用换底公式将一般对数转化成自然对数或常用对数; 了解对数在简化运算中的作用.

			2。理解对数函数的概念及其单调性，掌握对数函数图像通过的特殊点,会画底数为 2,10， 1/2 的对数函数的图像. 3。体会对数函数是一类重要的函数模型; 4.了解指数函数 与对数函数互为反函数.理解对数函数的概念;理解对数函数的单调性.
幂函数	√		1。了解幂函数的概念. 2。 结合函数 $y=x$， $y=x^2$,$y=x^3$,$y=$ Error!,$y=x$ Error! 的图像,了解它们的变化情况.
函数与方程		√	1。 结合二次函数的图像，判断一元二次方程根的存在性及根的个数，了解函数的零点与方程根的联系. 2。 根据具体函数的图像，能够用二分法求相应方程的近似解.
函数模型及其应用		√	1.了解指数函数、对数函数、幂函数的增长特征,结合具体实例体会直线上升、指数增长、对数

学必求其心得，业必贵于专精

					增长等不同函数类型增长的含义. 2。
--	--	--	--	--	-----------------------

					了解函数模型（如指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型)的广泛应用.
--	--	--	--	--	---

【命题规律】

(1) 以填空题形式呈现，考查对数函数、含无理式的函数的定义域；函数的图象与性质；函数的奇偶性、周期性与分段函数结合，考查函数的求值与计算；以二次函数的图象与性质为主，结合函数的性质综合考查分析与解决问题的能力；考查数形结合解决问题的能力等.

(2) 在大题中以导数为工具研究讨论函数的性质、不等式求解等综合问题.

函数是高考数学考查的重点内容之一，函数的观点和思想方法贯穿整个高中数学的全过程，包括解决几何问题. 在近年来的高考试卷中，填空题、解答题中每年都有函数试题，而且常考常新. 以基本函数为背景的应用题和综合题是高考命题的新趋势.

主干整合 归纳扩展

一. 基础知识整合

考点 1. 映射与函数

1. 函数

(1) 函数的概念: 函数实质上是从非空数集 A 到非空数集 B 的一个特殊映射，记作 $y = f(x), x \in A$ ，其中 x 的取值范围 A 叫做这个函数的定义域，

学必求其心得，业必贵于专精

$f(x)$ 的集合 C 叫函数的值域， B 与 C 的关系是 $C \subseteq B$ ，我们将 f, A, C

学必求其心得，业必贵于专精

叫做函数的三要素,但要注意,函数定义中 A , B 是两个非空数集,而映射中两个集合 A , B 是任意的非空集合.

(2)函数的表示方法:函数表示方法有图像法、列表法、解析法.

2. 映射

映射 $A \rightarrow B$ 中两集合的元素的关系是一对一或多对一,但不可一对多,且集合 B 中元素可以没有对应元素,但 A 中元素在 B 中必须有唯一确定的对应元素.

考点 2. 函数的性质

1. 函数的奇偶性:

(1)定义:一般地,如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 叫做偶函数;如果都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 叫做奇函数, 函数具有奇偶性, 则定义域关于原点对称.

(2) 图象特征:函数 $f(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow$ 图像关于 y 轴对称; 函数 $f(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow$ 图像关于原点对称.

(3)奇函数在其定义域内关于原点对称的两个区间上的单调性相同, 且如果在 $x=0$ 处有定义, 有 $f(0)=0$, 即其图像过原点 $(0, 0)$., 偶函数在其定义域内关于原点对称的两个区间上的单调性相反, 且 $f(-x) = f(x) = f(|x|)$, 这样就可以把研究整个函数具有的性质问题转化到只研究部分(一半) 区间上,是 简化问题的途径, 切记!

2. 函数的单调性:

(1)定义法:对于定义域内某一个区间 D 内任意的 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 若 $f(x_1) < f(x_2)$ $\cup$ $f(x)$ 在 D 上单调递增; 若 $f(x_1) > f(x_2)$ $\cup$ $f(x)$ 在 D 上单调递减.

学必求其心得，业必贵于专精

(2) 导数法：若函数在某个区间 D 可导,如果 $f'(x) > 0$ ，那么函数 $f(x)$ 在区间 D 内单调递增；如果 $f'(x) < 0$ ，那么函数 $f(x)$ 在区间 D 内单调递减。

(3) 图像法:先作出函数的图像，再根据图像的上升或下降，从而确定单调区间.

(4) $F(x) = f(x) + g(x)$,若 $f(x), g(x)$ 都是增函数，则 $F(x)$ 在其公共定义域内是增函数；若 $f(x), g(x)$ 都是减函数，则 $F(x)$ 在其公共定义域内是减函数. $F(x) = f(x) - g(x)$ ，若 $f(x)$ 是增函数， $g(x)$ 是减函数，则 $F(x)$ 在其公共定义域内是增函数；若 $f(x)$ 是减函数， $g(x)$ 是增函数，则 $F(x)$ 在其公共定义域内是减函数.同时要充分利用函数的奇偶性、函数的周期性、函数图象的直观性分析转化,函数的单调性往往与不等式的解、方程的解等问题交汇,要注意这些知识的综合运用。

3. 周期性：

(1) 定义:对于函数 $y = f(x)$ ，如果存在一个不为零的常数 T ,使得当 x 取定义域内的每一个值时， $f(x+T) = f(x)$ 都成立，那么就把函数 $y = f(x)$ 叫做周期函数，不为零的常数 T 叫做这个函数的周期。

(2) 若 $f(x+a) = f(x)$ ($a \neq 0$)，则函数 $f(x)$ 是周期函数，且 $T=2a$ ；若 $f(x+a) = \frac{1}{f(x)}$ ，则函数 $f(x)$ 是周期函数,且 $T=2a$ ；若 $f(x+a) = \frac{1}{f(x)}$ ，则函数 $f(x)$ 是周期函数，且 $T=2a$ 。

(3) 函数的奇偶性、对称性、周期性，知二断一。

例： $f(x)$ 是奇函数，且最小正周期是 2 ，则 $f(x+2) = f(x) = f(-x)$ ，所以 $f(x)$ 关于 $(1,0)$ 对称。

学必求其心得，业必贵于专精

$f(x)$ 是偶函数，且图象关于 $x=1$ 对称，则 $f(2+x)=f(-x)=f(x)$ ，所以 $f(x)$ 周期是 2.

考点 3. 函数图像

1. 基本初等函数的图象.

基本初等函数包括:一次函数、二次函数、反比例函数、指数函数、对数函数、三角函数. 对于这些函数的图象应非常清楚.

2. 函数图象的画法.

(1) 描点法作函数图象，应注意在定义域内依据函数的性质，选取关键的一部分点连接而成.

(2) 图象变换法,包括有平移变换、伸缩变换、对称翻折变换.

$$f(x) \xrightarrow[a < 0 (\text{向右平移 } |a| \text{ 个单位})]{a > 0 (\text{向左平移 } a \text{ 个单位})} f(x+a)$$

$$f(x) \xrightarrow[k < 0 (\text{向下平移 } |k| \text{ 个单位})]{k > 0 (\text{向上平移 } k \text{ 个单位})} f(x)+k$$

$$f(x) \xrightarrow[0 < \omega < 1 (\text{图像上所有点的纵坐标不变，横坐标伸长为原来的 } \frac{1}{\omega})]{\omega > 1 (\text{图像上所有点的纵坐标不变，横坐标缩短为原来的 } \frac{1}{\omega})} f(\omega x) (\omega > 0, \omega \neq 1)$$

$$f(x) \xrightarrow[0 < A < 1 (\text{图像上所有点的横坐标不变，纵坐标缩短为原来的 } A)]{A > 1 (\text{图像上所有点的横坐标不变，纵坐标伸长为原来的 } A)} Af(x) (A > 0, A \neq 1)$$

$f(|x|)$ 的图像的画法：先画 $x \geq 0$ 时 $y = f(x)$ ，再将其关于 y 对称,得 y 轴左侧的图像.

$|f(x)|$ 的图像画法：先画 $y = f(x)$ 的图象，然后位于 x 轴上方的图象不变，位于 x 轴下方的图象关于 x 轴翻折上去。

$f(a+x) = f(a-x) \Rightarrow y = f(x)$ 的图象关于 $x=a$ 对称; $f(a+x) = -f(a-x) \Rightarrow y = f(x)$ 的图象关于 $(a,0)$ 点对称。

$y = f(x)$ 的图象关于 x 轴对称的函数图象解析式为 $y = -f(x)$; 关于 y

学必求其心得，业必贵于专精

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/687141155151006060>