

关于阻抗的串并联

2. Z 和电路性质的关系

$$Z = |Z| \angle \varphi = R + j(X_L - X_C)$$

阻抗角

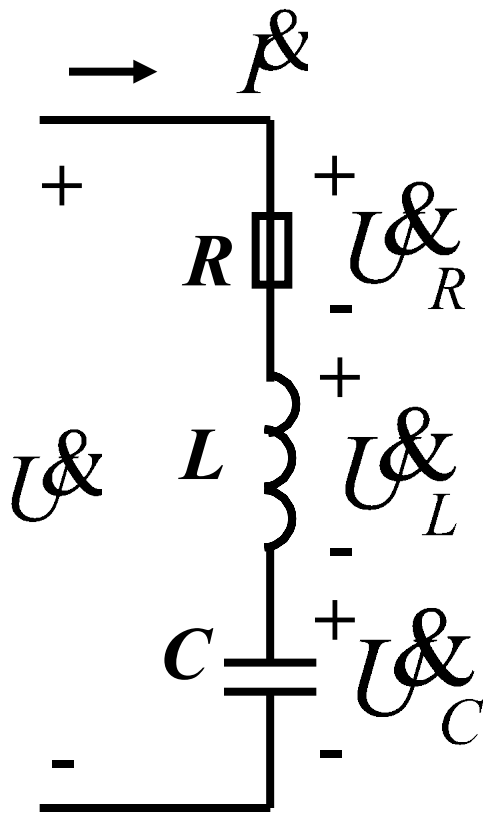
$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \operatorname{tg}^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

ω 一定时电路性质由参数LC决定

当 $X_L > X_C$ 时, $\varphi > 0$ 表示 u 领先 i —— 电路呈感性

当 $X_L < X_C$ 时, $\varphi < 0$ 表示 u 落后 i —— 电路呈容性

当 $X_L = X_C$ 时, $\varphi = 0$ 表示 u 、 i 同相 —— 电路呈电阻性



假设只有 R 、 L 、 C 已定，
 电路性质能否确定？
 （阻性？感性？容性？）

不能！

$$\because X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

当 ω 不同时，可能出现：

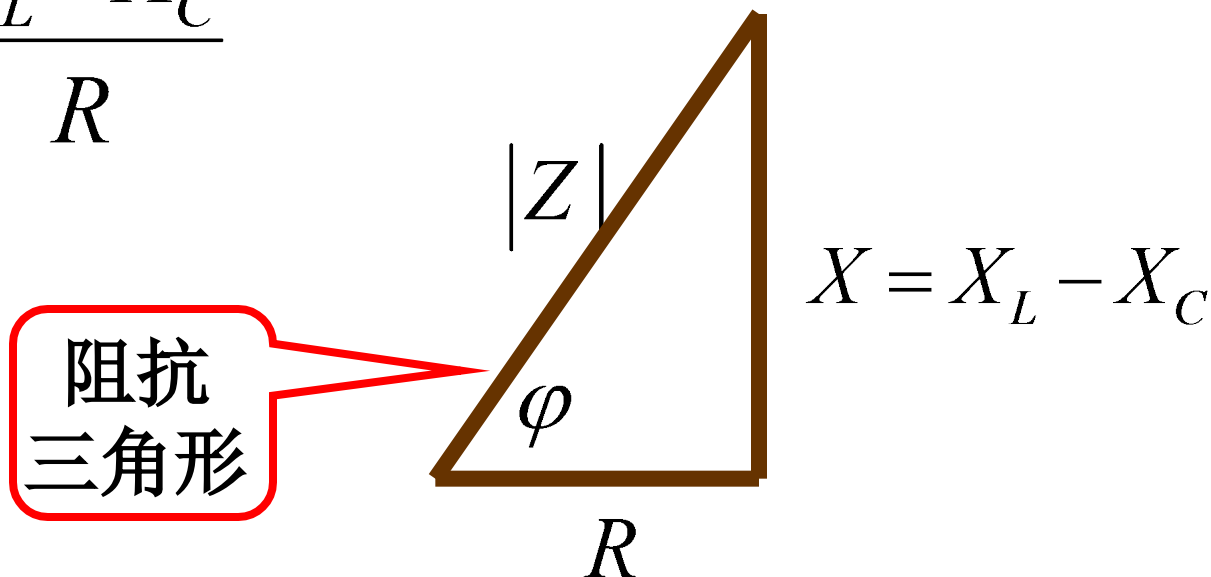
$X_L > X_C$ ，或 $X_L < X_C$ ，或 $X_L = X_C$ 。

3. 阻抗 (Z) 三角形

$$Z = R + j(X_L - X_C) = |Z| \angle \varphi$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

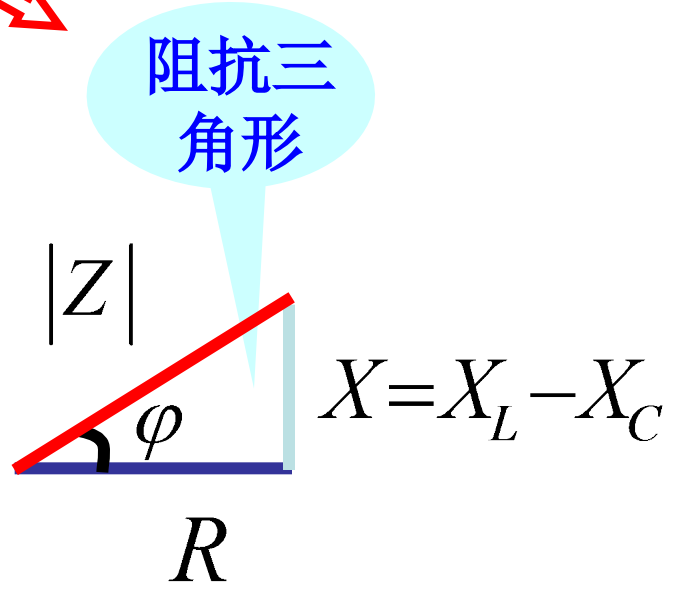
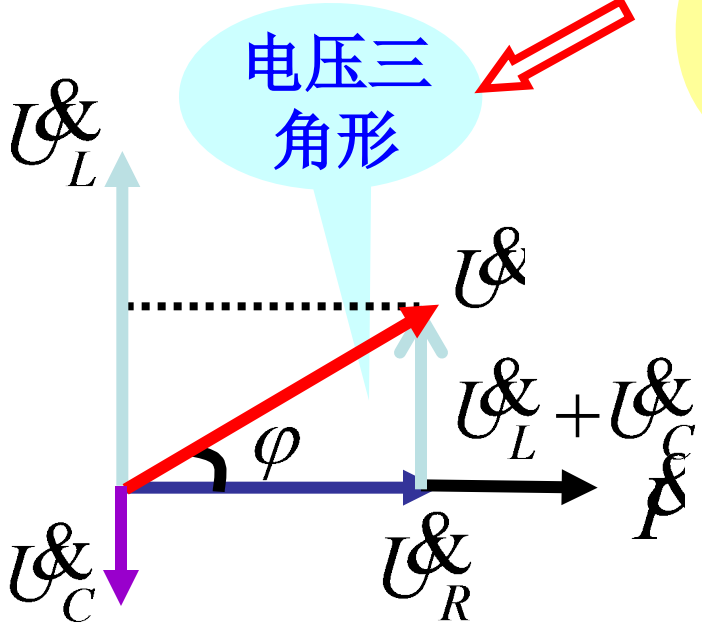


4. 阻抗三角形和电压三角形的关系

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C \\ &= I [R + j(X_L - X_C)] \end{aligned}$$

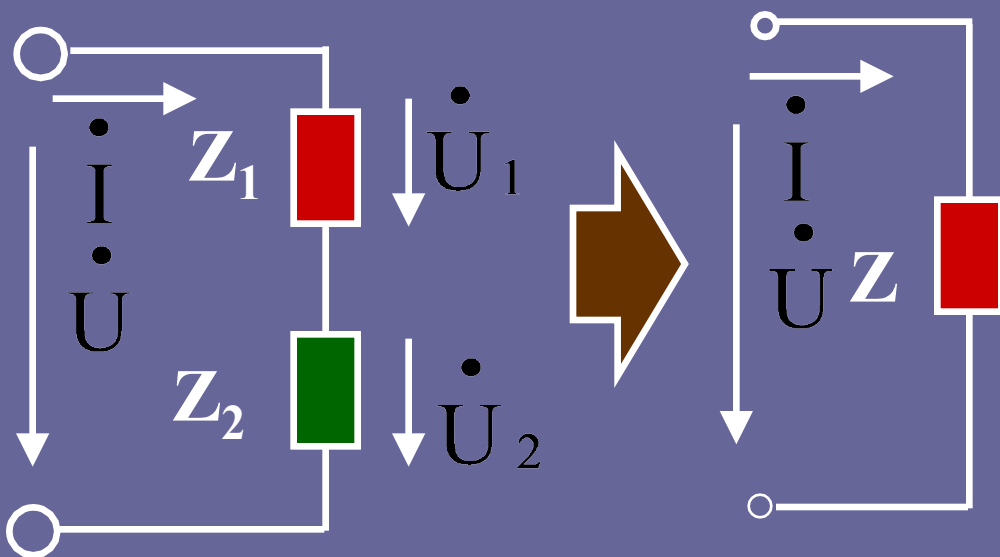
$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

相似



阻抗的串联与并联

一、阻抗的串联



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$= \dot{I} Z_1 + \dot{I} Z_2$$

$$= \dot{I} (Z_1 + Z_2)$$

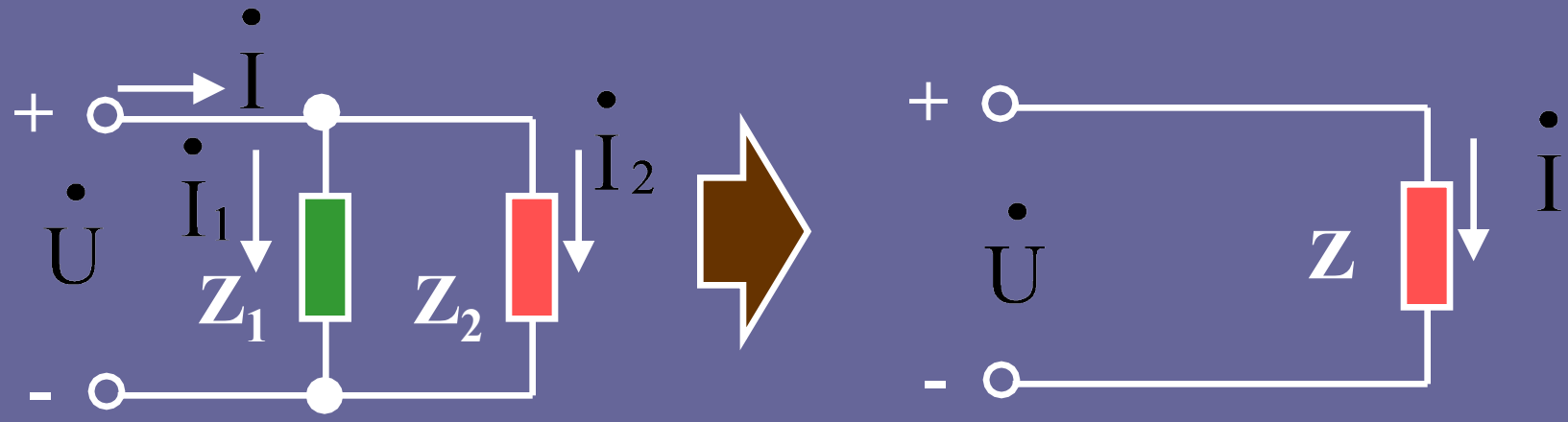
$$= \dot{I} Z$$

$$Z = Z_1 + Z_2$$

注意：分压公式的使用

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{U} \\ \dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{U} \end{cases}$$

二、阻抗的并联



$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = Z_1 // Z_2$$

$Y = Y_1 + Y_2$
 Y 称为复导纳

注意分流公式的使用:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I} \\ \dot{I}_2 &= \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{I} \end{aligned} \right.$$

例

求图示电路的复数阻抗 Z_{ab}

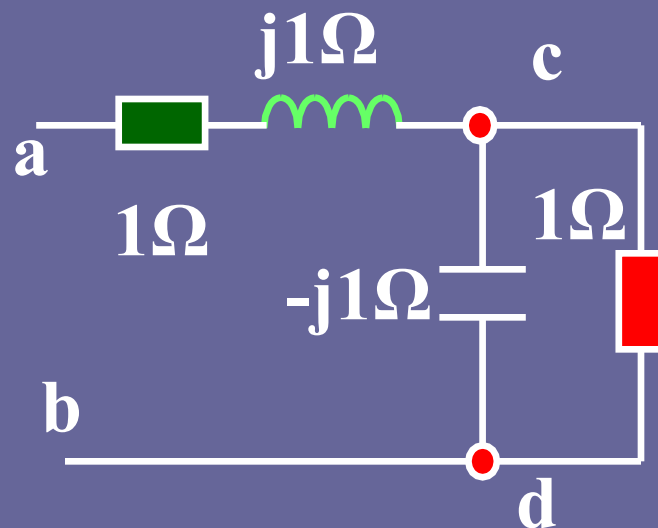
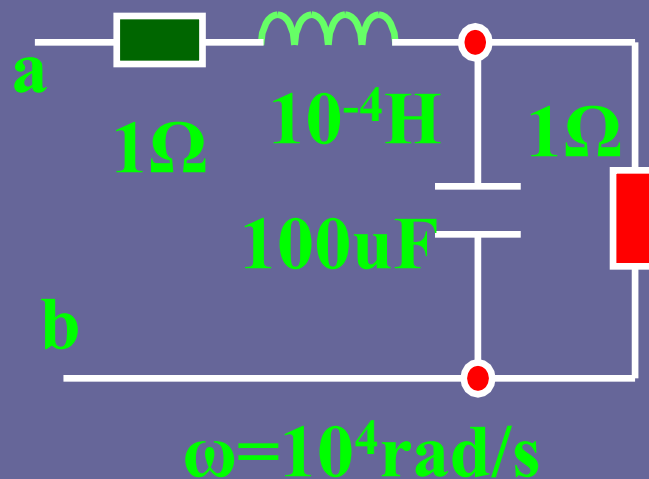
解: $X_L = \omega L = 10^{-4} \times 10^4 = 1\Omega$

$X_C = 1 / \omega C = 1 / 10^{-4} \times 10^4 = 1\Omega$

$$Z_{ac} = 1 + j\Omega$$

$$Z_{cd} = \frac{-j}{1-j} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}j\Omega$$

$$\begin{aligned} Z_{ab} &= Z_{ac} + Z_{cd} \\ &= 1.5 + 0.5j\Omega \end{aligned}$$



例：已知 $R_1=3\Omega$ $R_2=8\Omega$

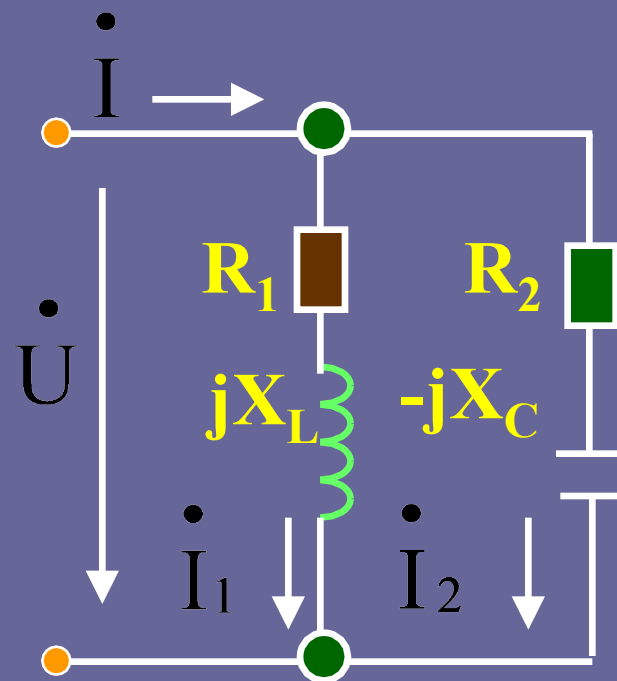
$X_L=4\Omega$ $X_C=6\Omega$

$u = 220 \sqrt{2} \sin 314 t$ 伏

求：(1) i 、 i_1 、 i_2

(2) P

(3) 画出相量图



解：(1)

$$Q \ Z_1 = R_1 + jX_L = 3 + j4 = \underline{5 / 53^\circ} \Omega$$

$$Q \ Z_2 = R_2 - jX_C = 8 - j6 = \underline{10 / -37^\circ} \Omega$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220}{\underline{5 / 53^\circ}} = \underline{44 / -53^\circ} \text{ A}$$

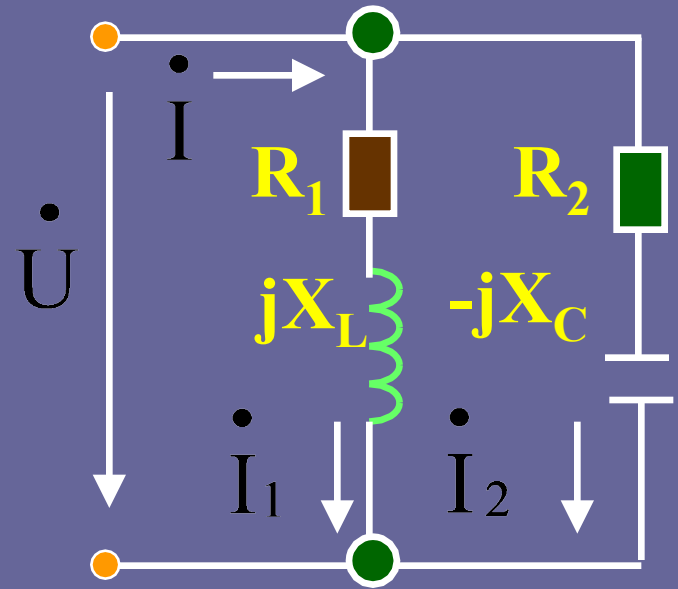
$$\therefore \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220}{10 \angle -37^\circ} = 22 \angle 37^\circ \text{ A}$$

$$\therefore \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 49.2 \angle -26.5^\circ \text{ A}$$

I 也可以这样求：

$$\begin{aligned} Z &= \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \\ &= 4.47 \angle 26.5^\circ \Omega \end{aligned}$$

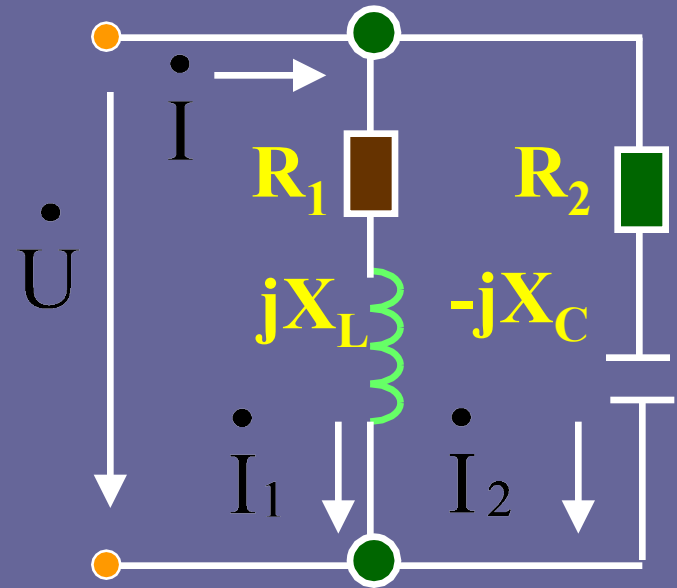
$$\therefore \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{4.47 \angle 26.5^\circ} = 49.2 \angle -26.5^\circ \text{ A}$$



$$Q \quad \dot{I}_1 = 44 \underline{-53^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 22 \underline{37^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I} = 49.2 \underline{-26.5^\circ} \text{ A}$$



$$i_1 = 44 \sqrt{2} \sin(314 t - 53^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 22 \sqrt{2} \sin(314 t + 37^\circ) \text{ A}$$

$$i = 49.2 \sqrt{2} \sin(314 t - 26.5^\circ) \text{ A}$$

(2) 计算功率P (三种方法)

$$\textcircled{1} P = UI \cos \varphi$$

$$= 220 \times 49.2 \cos 26.5^\circ$$

$$= 9680 \text{ W}$$

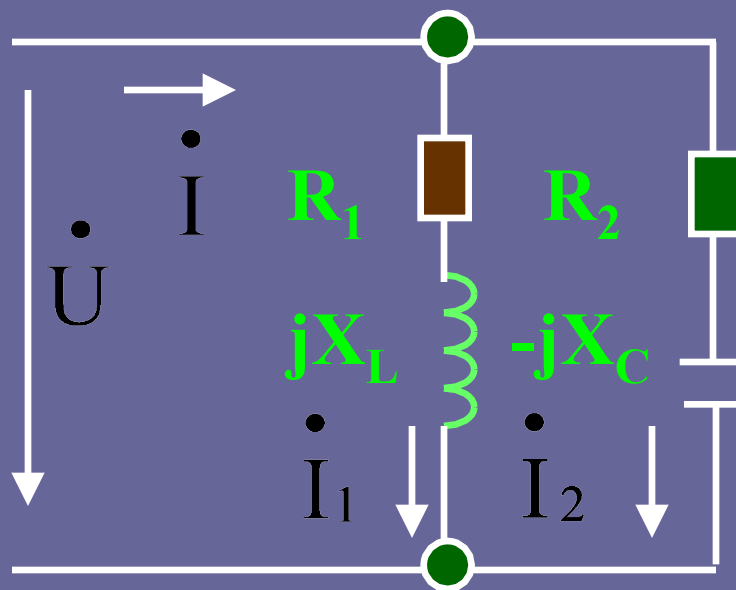
$$\textcircled{2} P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$

$$= 44^2 \times 3 + 22^2 \times 8$$

$$= 9680 \text{ W}$$

$$\textcircled{3} P = UI_1 \cos 53^\circ + UI_2 \cos (-37^\circ)$$

$$= 9680 \text{ W}$$



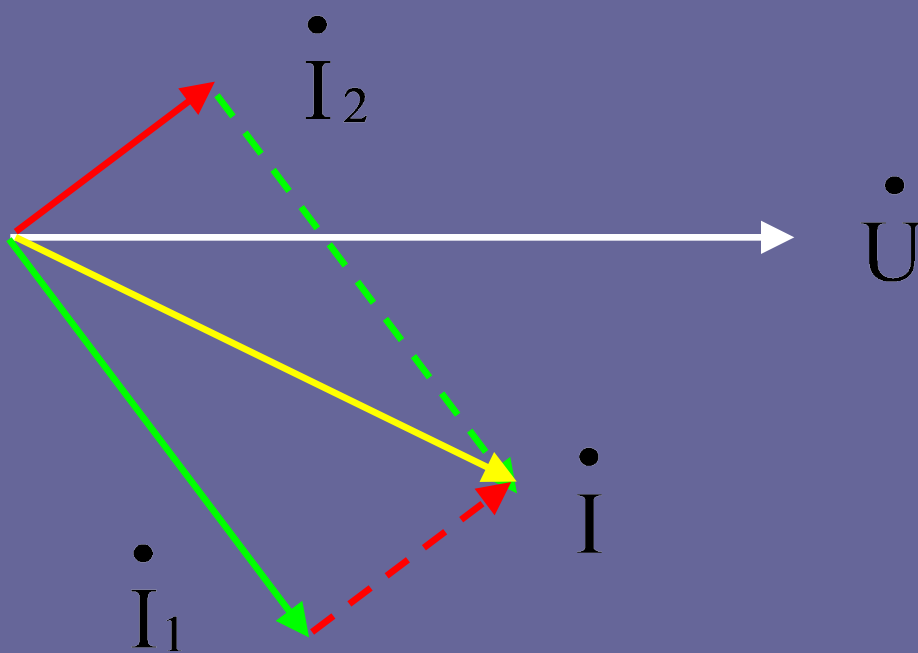
(3) 相量图

$$\dot{U} = 220 \angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_1 = 44 \angle -53^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = 22 \angle 37^\circ \text{A}$$

$$\dot{I} = 49.2 \angle -26.5^\circ \text{A}$$



复杂交流电路的分析计算

与前面所讨论复杂直流电路一样，复杂交流电路也要应用前面所介绍的方法进行分析计算。

所不同的是：电压和电流应以**相量**来表示；电路中的R、L、C要用相应的**复阻抗**或复导纳来表示。由此，**等效法及叠加法等方法都适用**。

分析复杂交流电路的基本依据仍然是欧姆定律及基尔霍夫定律，但须用其**相量形式**。

以下结合例题来分析复杂交流电路。

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{Z}\dot{\mathbf{I}}$$

$$\sum(\pm\dot{\mathbf{I}}) = 0$$

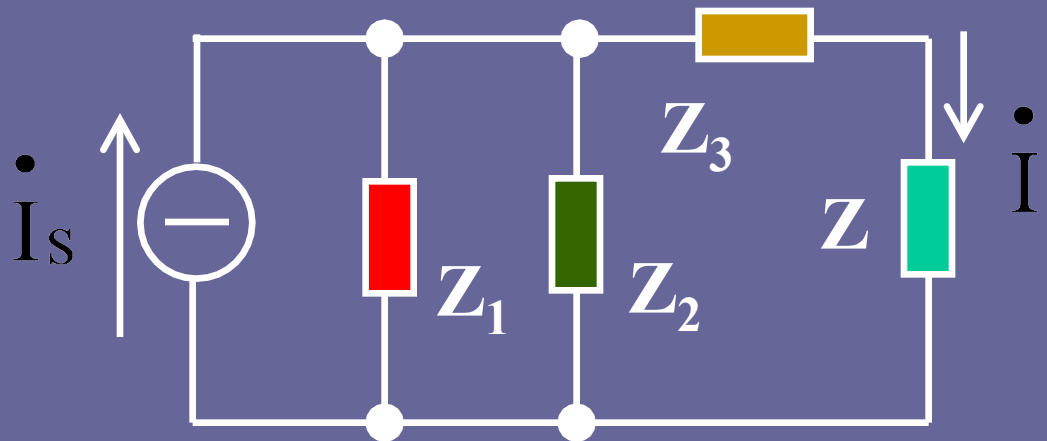
$$\sum(\pm\dot{\mathbf{U}}) = 0$$

交流电路的解题步骤:

- 先将电路中的电压、电流等用相量表示
- 将电路中的各元件用复数阻抗表示
- 利用前面所学的各种方法进行求解

例题: 已知 $\dot{I}_S = 4 \angle 90^\circ \text{ A}$; $Z_1 = Z_3 = -j30 \Omega$
 $Z_2 = 30 \Omega$; $Z = 45 \Omega$.

求 \dot{I}



分析:

- 如果该电路是一个直流电路应如何求解呢?

- 在此, 求解电流的方法和直流电路相同。

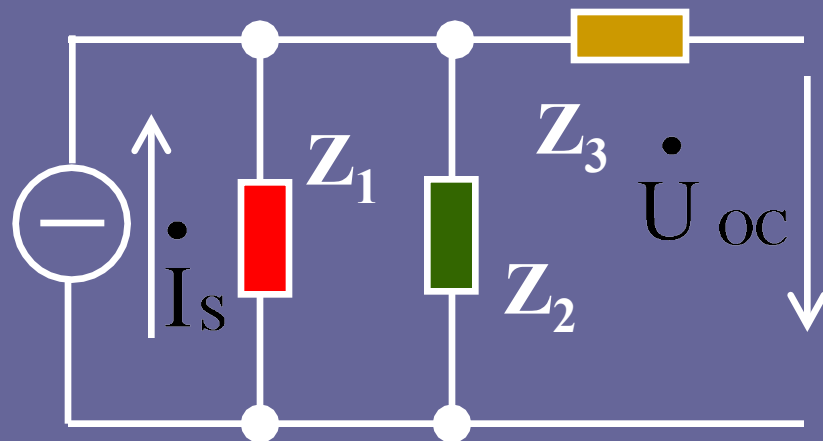
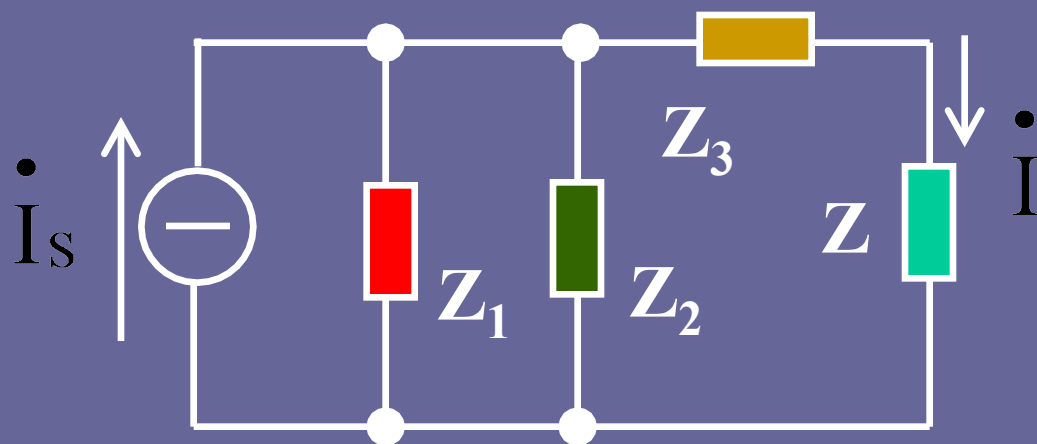
解: ①应用戴维南定理

(a) 求开路电压

$$\dot{U}_{oc} = \mathbf{Z}_1 // \mathbf{Z}_2 \times \dot{\mathbf{I}}_s = 84.85 / \underline{45}^\circ \text{V}$$

(b) 求等效内阻

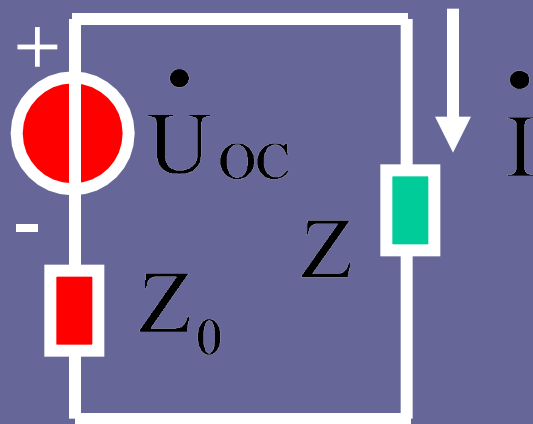
$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_1 // \mathbf{Z}_2 = 15 - \mathbf{j}45\Omega$$



(c) 画等效电路

(d) 求电流

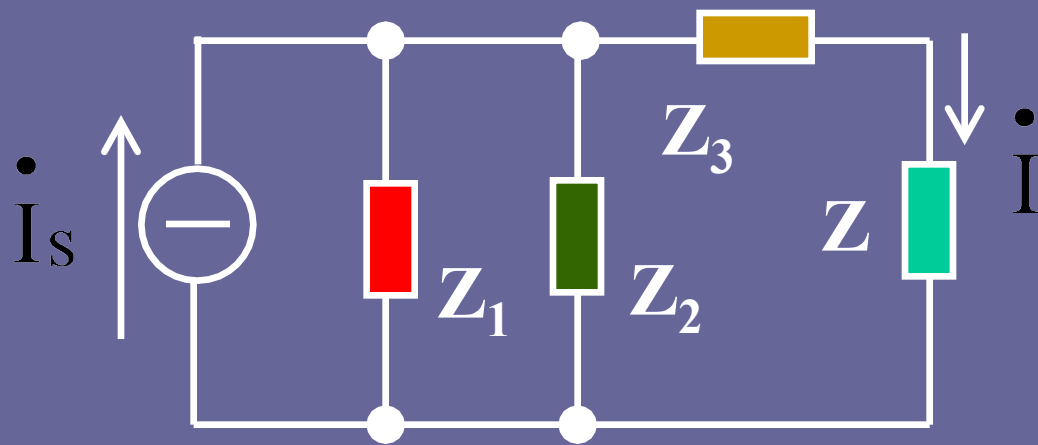
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_0 + Z} = 1.13 / \underline{82^\circ} \text{ A}$$



②用分流公式求解

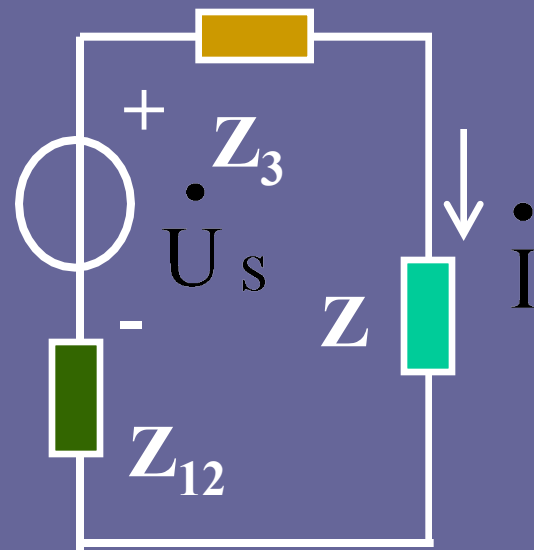
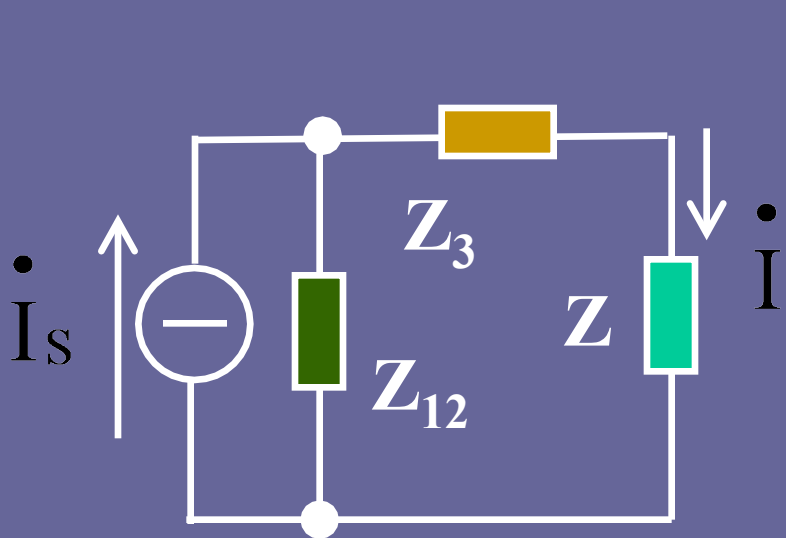
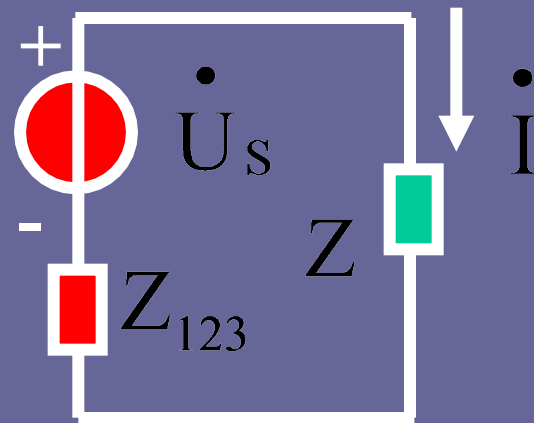
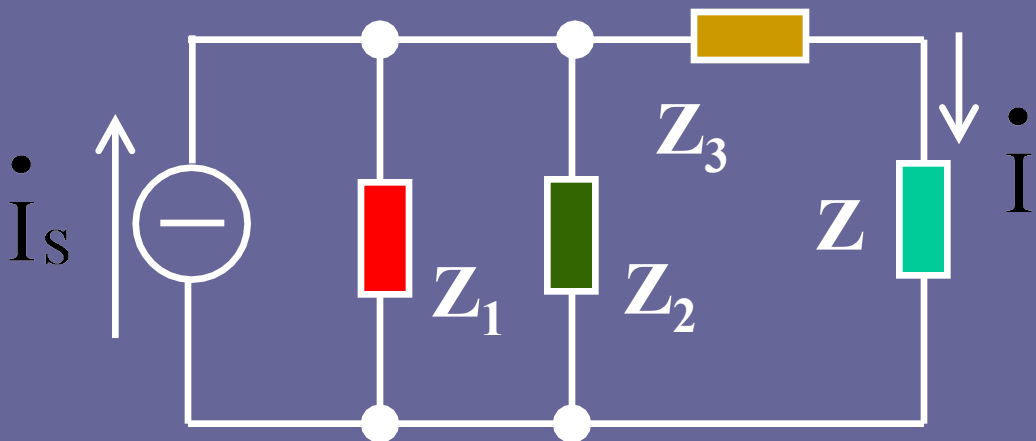
$$Z_{12} = Z_1 // Z_2$$

$$\dot{I} = \frac{Z_{12}}{Z_{12} + Z_3 + Z} \dot{I}_s = 1.13 / \underline{82^\circ} \text{ A}$$



③ 电源等效变换法求解

$$\dot{I} = 1.13 / 82^\circ \text{ A}$$



交流电路的功率

瞬时功率 p : 是时间的函数

有功功率 P : 电阻上消耗的功率 (横轴分量)

无功功率 Q : 没有被消耗掉, 在
储能元件及电源间来
回互换的功率 (纵轴分

视在功率 S : 综合值 (斜边)

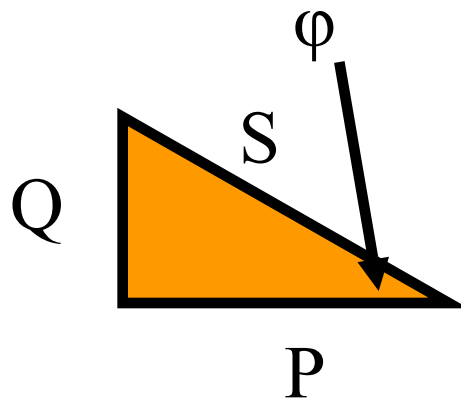
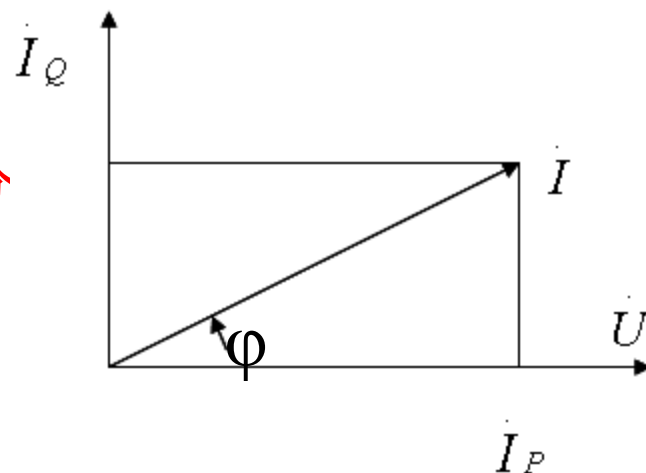
PQS三者之间的关系:

构成功率三角形

$$P = UI \cos \phi = S \cos \phi$$

$$Q = UI \sin \phi = S \sin \phi$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



R 、 L 、 C 串联电路中的功率计算

1. 瞬时功率

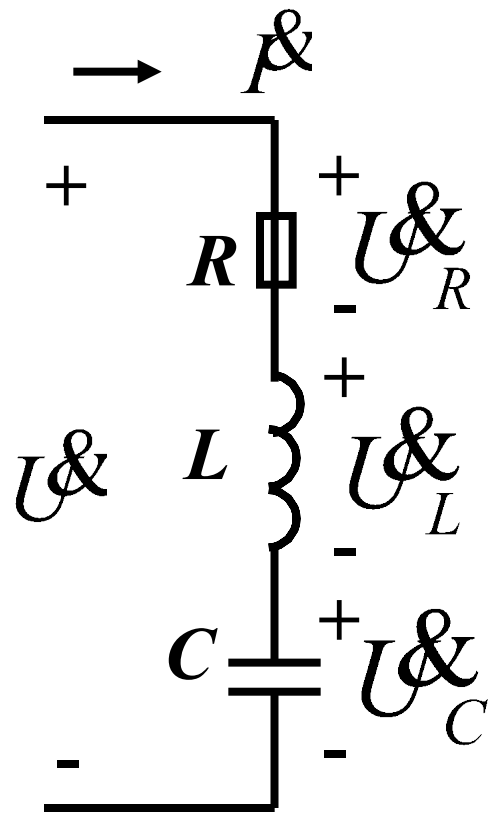
$$p = u \cdot i = p_R + p_L + p_C$$

2. 平均功率 P (有功功率)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T (p_R + p_L + p_C) dt$$

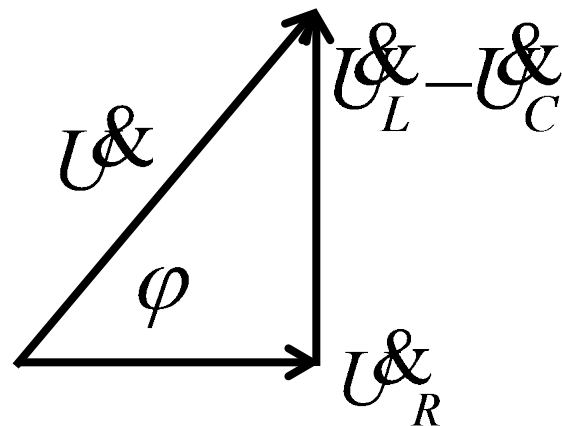
$$= P_R = U_R I = I^2 R$$



平均功率P与总电压U、总电流I间的关系：

$$P = U_R I$$

其中： $U_R = U \cos \varphi$



$$\therefore P = UI \cos \varphi$$

总电压

总电流

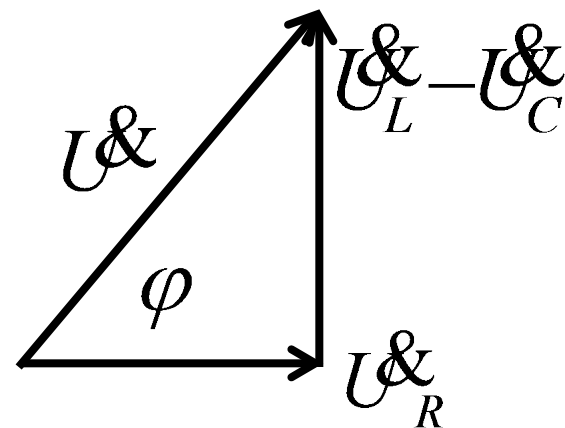
u 与 i 的夹角

$\cos \varphi$ ---- 功率因数

3. 无功功率 Q :

在 R 、 L 、 C 串联的电路中，储能元件 L 、 C 虽然不消耗能量，但存在能量吞吐，吞吐的规模用无功功率来表示。其大小为：

$$\begin{aligned} Q &= Q_L + Q_C \\ &= U_L I + (-U_C I) \\ &= (U_L - U_C) \times I \\ &= IU \sin \varphi \end{aligned}$$



4. 视在功率 S : 电路中总电压与总电流有效值的乘积。

$$S = UI \quad \text{单位: 伏安、千伏安}$$

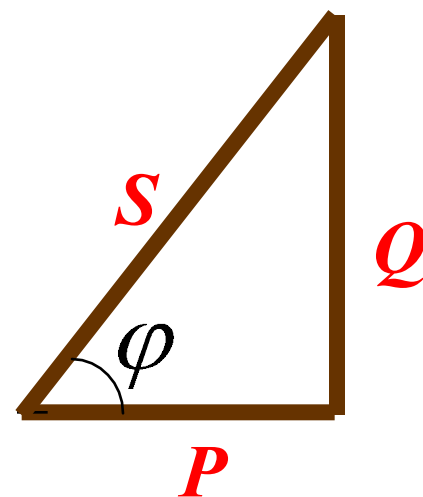
注: $S=UI$ 可用来衡量发电机可能提供的最大功率 (额定电压×额定电流)

5. 功率三角形:

有功功率 $P = UI \cos \varphi$

无功功率 $Q = UI \sin \varphi$

视在功率 $S = UI$



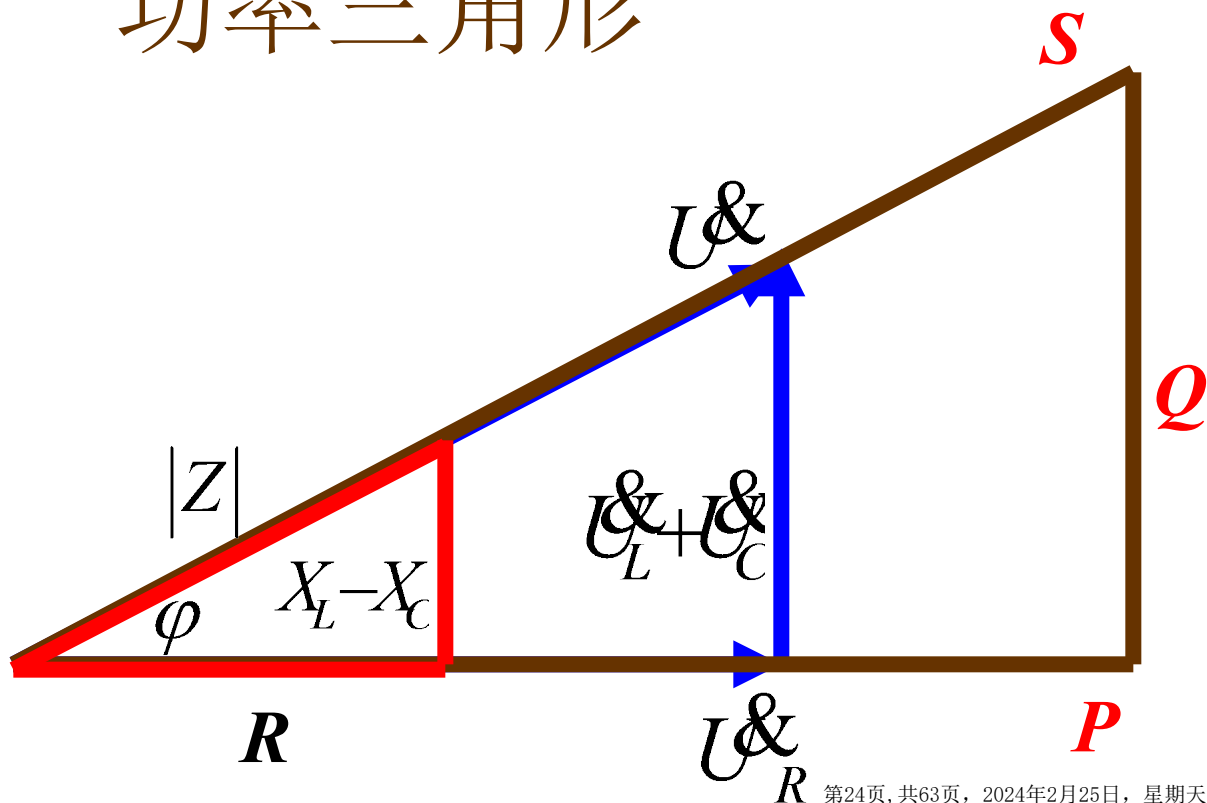
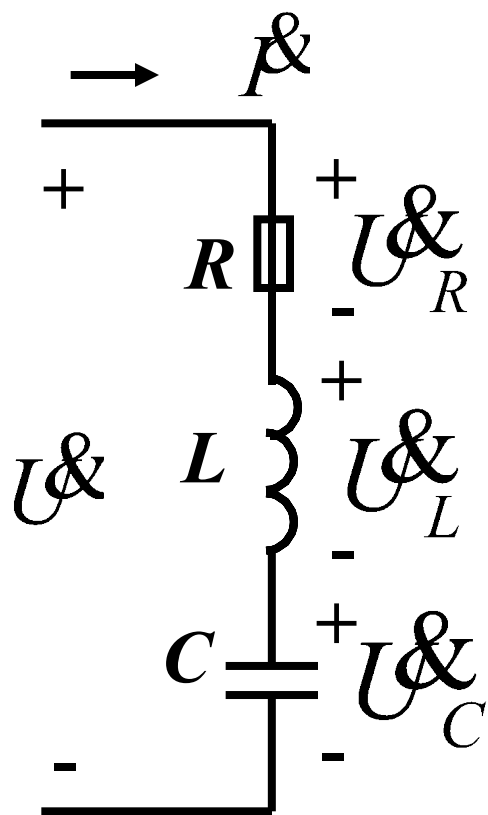
(有助记忆)

三个三角形的关系

阻抗三角形

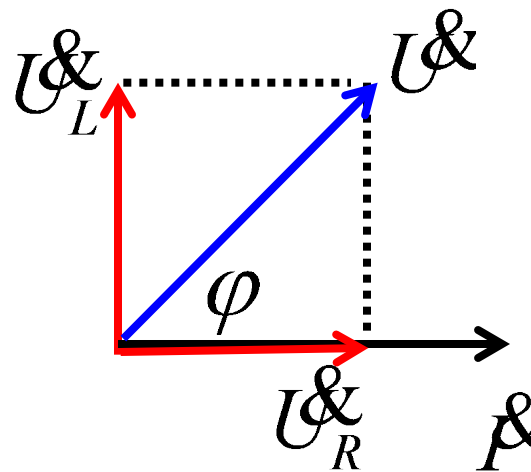
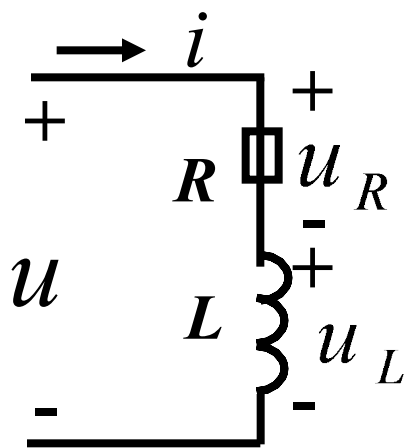
电压三角形

功率三角形



功率因数的提高

1.问题的提出: 日常生活中很多负载为感性的, 其等效电路及相量关系如下图。



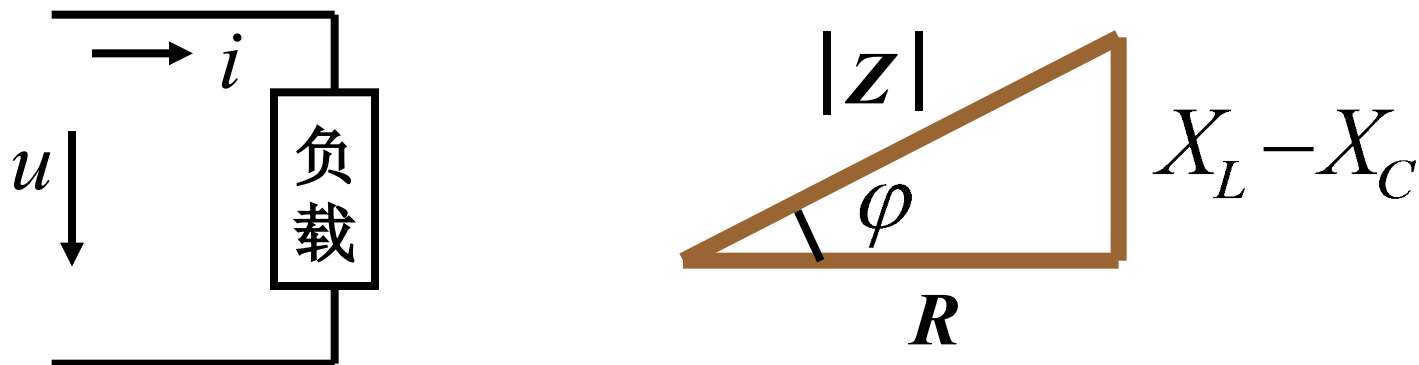
其中消耗的有功功率为:

$$P = P_R = UI \cos \varphi$$

- (1) 当 U 、 I 一定时, $\cos \varphi$ 愈小, 则 P 愈小。
- (2) 当 U 、 P 一定时, $\cos \varphi$ 愈小, 则 I 愈大。

\therefore 希望将 $\cos \varphi$ 提高

功率因数 ($\cos \varphi$) 和电路参数的关系



$$\varphi = \angle \operatorname{tg}^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

说明: $\cos \varphi$ 由负载性质决定。与电路的参数和频率有关，与电路的电压、电流无关。

例

40W白炽灯 $\text{COS}\varphi = 1$

$$P = UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{40}{220} = 0.182 \text{ A}$$

40W日光灯 $\text{COS}\varphi = 0.5$

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{40}{220 \times 0.5} = 0.364 \text{ A}$$

发电与供电
设备的容量
要求较大

供电局一般要求用户的 $\text{COS}\varphi > 0.85$ ，
否则受处罚。

常用电路的功率因数

纯电阻电路

$$\cos\varphi = 1 \quad (\varphi = 0)$$

纯电感电路或
纯电容电路

$$\cos\varphi = 0 \quad (\varphi = \pm 90^\circ)$$

R-L-C串联电路

$$0 < \cos\varphi < 1 \\ (-90^\circ < \varphi < +90^\circ)$$

电动机 空载
 满载

$$\cos\varphi = 0.2 \sim 0.3$$

$$\cos\varphi = 0.7 \sim 0.9$$

日光灯
(R-L-C串联电路)

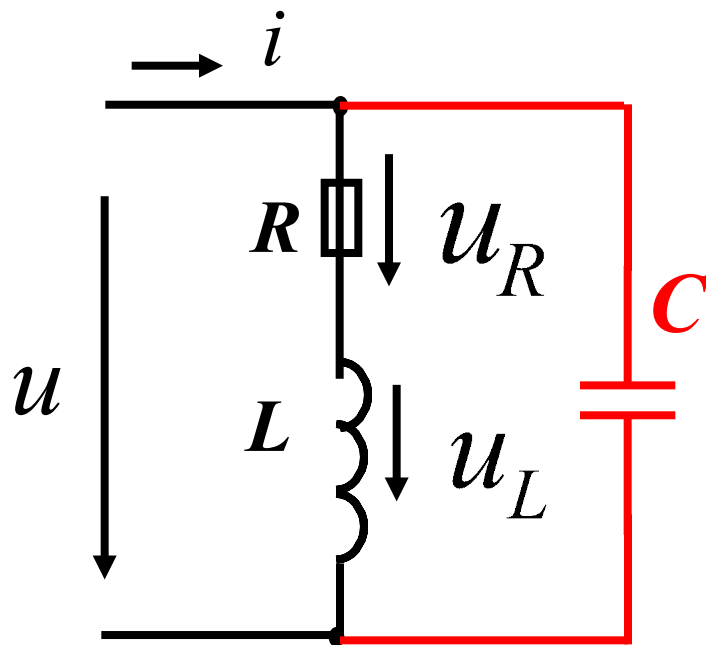
$$\cos\varphi = 0.5 \sim 0.6$$

2. 提高功率因数的原则:

必须保证原负载的工作状态不变。即：加至负载上的电压和负载的有功功率不变。

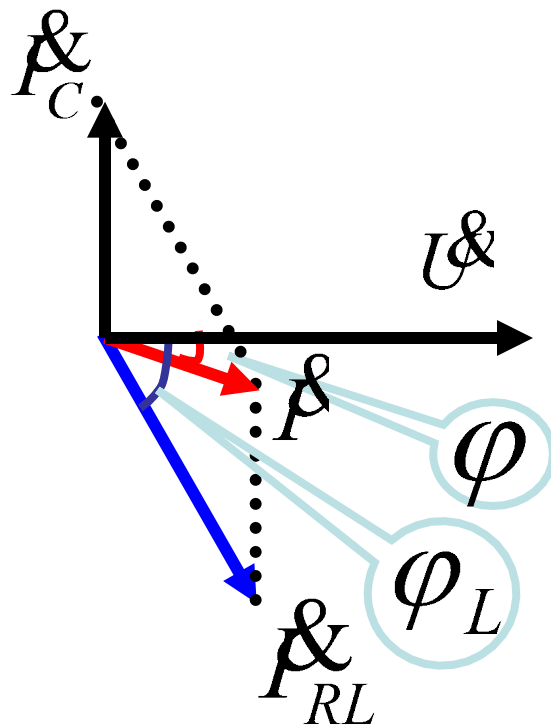
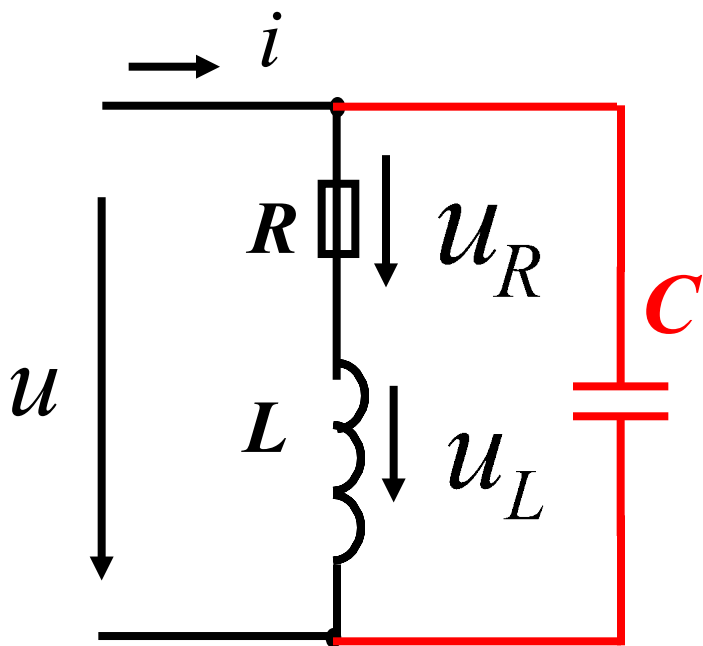
3. 提高功率因数的方法:

并电容



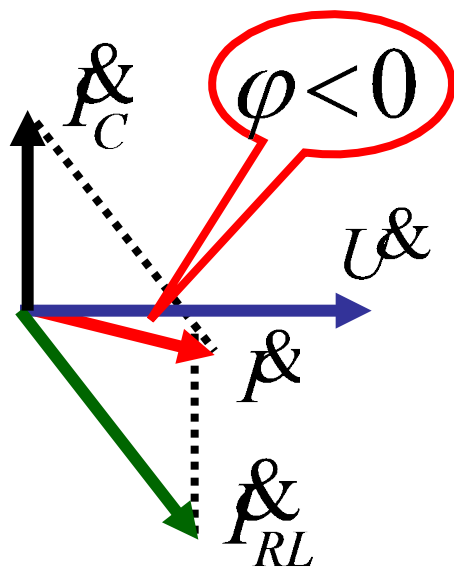
4. 并联电容值的计算

设原电路的功率因数为 $\cos\varphi_L$ ，要求补偿到 $\cos\varphi$ 须并联多大电容？（设 U 、 P 为已知）



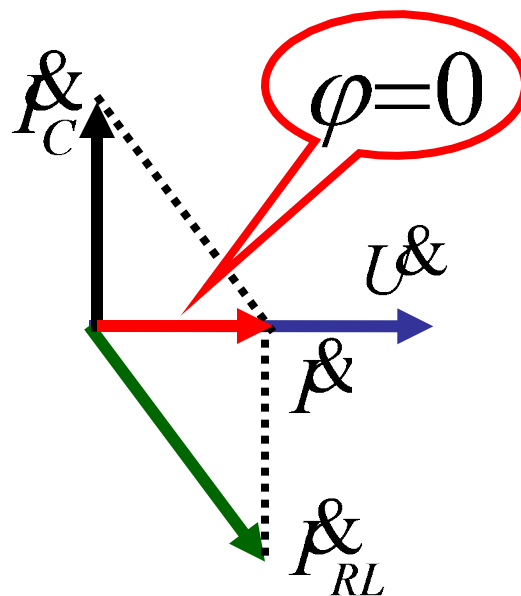
功率因素补偿问题 (一)

功率因数补偿到什么程度？理论上可以补偿成以下三种情况：



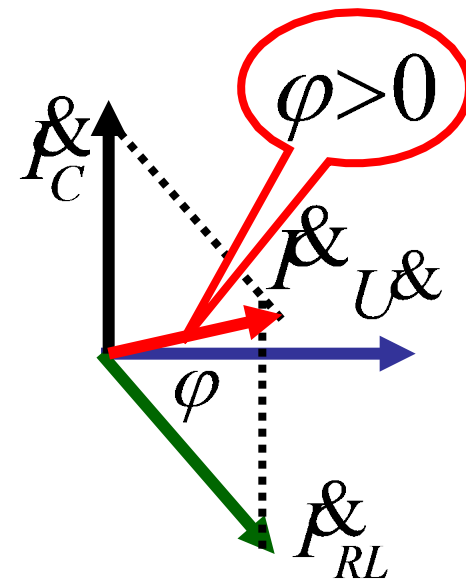
呈电感性

$$\cos\varphi < 1$$



呈电阻性

$$\cos\varphi = 1$$



呈电容性。

$$\cos\varphi < 1$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/688016060131006053>