# 辽宁省抚顺德才高级中学2024-2025学年高二缤纷勤学班上学期阶段验收数学试卷

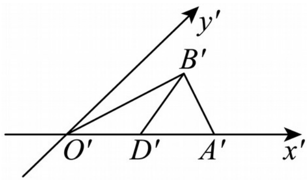
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

## 一、单选题

1．复数$z$满足：$z(1-2\mathrm{i})=3-\mathrm{i}$（其中i是虚数单位），则$z$的共轭复数$\bar{z}$在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．用斜二测画法画出水平放置的平面图形$\triangle OAB$的直观图为如图所示的$\triangle O'A'B'$，已知$O'D'=D'B'=D'A'=A'B'=2$，则$\triangle OAB$的面积为（　　）

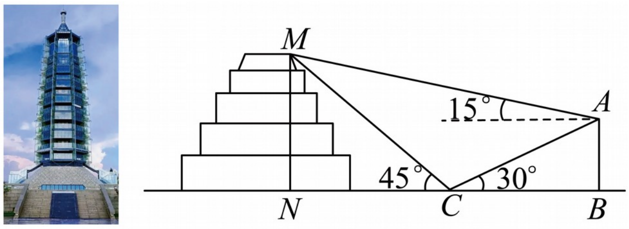



A．$4\sqrt{6}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．8　　D．$4\sqrt{3}$

3．已知某圆锥的侧面积为$\sqrt{2}\pi$，轴截面面积为1，则该圆锥的母线与底面所成的角为（　　）

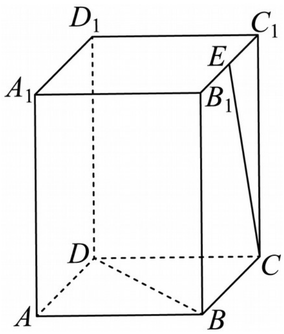
A．$15°$　　B．$30°$　　C．$45°$　　D．$60°$

4．如图，某同学为测量南京大报恩寺琉璃塔的高度$MN$，在琉璃塔的正东方向找到一座建筑物$AB$，高约为$39\mathrm{m}$，在地面上点$C$处（$B$，$C$，$N$三点共线）测得建筑物顶部A和琉璃塔顶部$M$的仰角分别为$30°$和$45°$，在A处测得塔顶部$M$的仰角为$15°$，则琉璃塔的高度约为（　）




A．78 m　　B．74 m　　C．64 m　　D．52 m

5．如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知$AB=BC=2,AA_1=3,E$为$B_1C_1$的中点，则异面直线$BD$与$CE$所成角的余弦值为（　）




A．$\frac{\sqrt{5}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{34}}{34}$　　C．$\frac{\sqrt{13}}{26}$　　D．$\frac{\sqrt{13}}{13}$

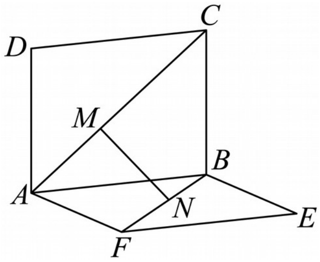
6．已知$\vee ABC$的内角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$，$A=\frac{\pi}{3},b=3$，下面可使得$\vee ABC$有两组解的$a$的值为（　）

A．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B．3　　C．4　　D．$e$

7．在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2,AA_1=4$，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$（　）

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．8

8．如图所示的实验装置中，两个互相垂直的正方形框架的边长均为1，活动弹子$M,N$分别在对角线$CA,BF$上移动，且$CM=BN$，则$MN$的取值范围是（    ）




A．$\left[\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right]$　　B．$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$　　C．$\left[\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3}\right]$　　D．$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2}\right]$

**二、多选题**

9．设$l$，$m$，$n$是不同的直线，$\alpha$，$\beta$是不同的平面，则下列判断错误的是（    ）

A．若$l//\alpha$，$m//\beta$，$\alpha//\beta$，则$l//m$

B．若$\alpha\perp\beta$，$l//\alpha$，$m//\beta$，则$l//m$

C．若直线$m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，且$l\perp m$，$l\perp n$，则$l\perp\alpha$

D．若$l$，$m$是异面直线，$l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，且$l//\beta$，$m//\alpha$，则$\alpha//\beta$

10．在$\vee ABC$中，下列结论正确的是（    ）

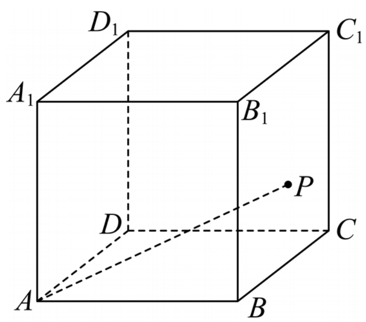
A．若$\sin 2A=\sin 2B$，则$\vee ABC$为等腰三角形

B．若$\sin B=\cos A$，则$\vee ABC$是直角三角形

C．若$\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，则$\vee ABC$是钝角三角形

D．若$\dfrac{a}{\cos\dfrac{A}{2}}=\dfrac{b}{\cos\dfrac{B}{2}}=\dfrac{c}{\cos\dfrac{C}{2}}$，则 $\vee ABC$ 是等边三角形

11．如图，点$P$是棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的表面上一个动点，则（　　）




A．当$P$在平面$BCC_1B_1$上运动时，四棱锥$P-AA_1D_1D$的体积不变

B．当$P$在线段$AC$上运动时，$D_1P$与$A_1C_1$所成角的取值范围是$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$

C．若$F$是$A_1B_1$的中点，当$P$在底面$ABCD$上运动，且满足$PF$∥平面$B_1CD_1$时，$PF$长度的最小值是$\sqrt{5}$

D．使直线$AP$与平面$ABCD$所成的角为$45°$的点$P$的轨迹长度为$\pi 4+2\sqrt{\ }$

## 三、填空题

12．已知i是虚数单位，复数$z$和$(z+2)^2-8\mathrm{i}$均为纯虚数，则$|z+3|=$____.

13．已知三棱锥$P-ABC$，若$PA,PB,PC$两两垂直，且$PA=2PB=4,PC=\sqrt{5}$，则三棱锥$P-ABC$外接球的表面积为_____.

14．正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=AB$，$N$是$BC$的中点，点$P$在$A_1B_1$上，且满足

$\overrightarrow{A_1P}=\lambda\overrightarrow{A_1B_1}$，当直线 $PN$ 与平面 $ABC$ 所成的角取最大值时，$\lambda$ 的值为______.

## 四、解答题

15．已知复数 $z_1=4+m\mathrm{i}(m\in\mathbf{R})$，且 $z_1\cdot(1-2\mathrm{i})$ 为纯虚数.

(1)求复数 $z_1$；

(2)若 $z_2=\dfrac{z_1}{(1-\mathrm{i})^2}$，求复数 $\overline{z_2}$ 及 $|z_2|$.

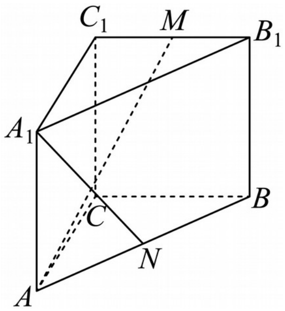
16．已知 $\vee ABC$ 的内角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，且 $2c-b=2a\sin\left(C-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

(1)求角 $A$；

(2)若 $a=\sqrt{6},D$ 为边 $BC$ 上一点，$AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线，且 $AD=1$，求 $\vee ABC$ 的面积

17．如图：三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b},\overrightarrow{CC_1}=\vec{c},CA=CB=CC_1=1$，

$\vec{a},\vec{b}=\vec{a},\vec{c}=\dfrac{2\pi\pi}{3},\vec{b},\vec{c}=\dfrac{\ }{2},N$ 是 $AB$ 的中点.




(1)在线段 $BC$ 上是否存在一点 $T$，使得四边形 $NTC_1A_1$ 为梯形?说明理由；

(2)若点 $M$ 是棱 $C_1B_1$ 所在直线上的点，设 $\overrightarrow{C_1M}=t\overrightarrow{C_1B_1},t\in\mathbf{R}$，当 $AM\perp CB$ 时，求实数 $t$ 的值.

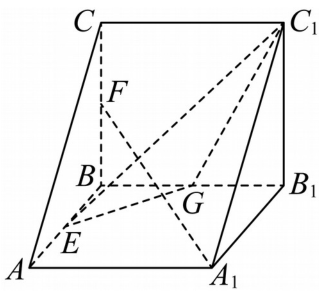
18．在$\vee ABC$中，角$A,B,C$的对边分别是$a,b,c$，已知$\dfrac{2b-c}{a}=\dfrac{\cos C}{\cos A},a=3$.

(1)求角$A$；

(2)若点$D$在边$AC$上，且$\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，求$\triangle BCD$面积的最大值.

19．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$B_1B\perp$平面$ABC,\angle ABC=90^\circ,AB=BC=BB_1=1$，

$E$，$F$，$G$分别是棱$AB$，$BC$，$BB_1$上的动点，且$AE=BF=B_1G$.




(1)求证：$A_1F\perp C_1G$；

(2)若平面$EGC_1$与平面$AA_1B_1B$的夹角的余弦值为$\dfrac{1}{3}$，求$BF$.

**参考答案：**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | A | C | A | A | D | C | B | ABC | CD |
| 题号 | 11 | | | | | | | | | |
| 答案 | ABD | | | | | | | | | |

1．D

【分析】先由$z\left(1-2\mathrm{i}\right)=3-\mathrm{i}$求出复数$z$，再求出其共轭复数，从而可判断其在复平面内对应的点所在的象限.

【详解】由$z\left(1-2\mathrm{i}\right)=3-\mathrm{i}$，

得$z=\frac{3-\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}=\frac{\left(3-\mathrm{i}\right)\left(1+2\mathrm{i}\right)}{\left(1-2\mathrm{i}\right)\left(1+2\mathrm{i}\right)}=1+\mathrm{i}$，

则$\bar{z}=1-\mathrm{i}$在复平面内对应的点的坐标为$\left(1,-1\right)$，位于第四象限.

故选：D.

2．A

【分析】根据直观图和原图的面积关系，即可求解

【详解】因为$O'D'=D'B'=D'A'=A'B'=2$，

所以$\triangle O'A'B'$是直角三角形且$\angle O'B'A'=90°$，可得$O'B'=2\sqrt{3}$，

所以$\triangle O'A'B'$的面积$S'=\frac{1}{2}O'B'\cdot A'B'=2\sqrt{3}$，

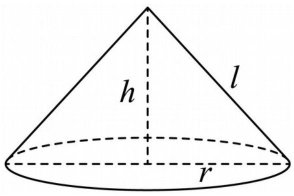
则$\triangle OAB$的面积$S=2\sqrt{2}S'=4\sqrt{6}$．

故选：A

3．C

【分析】设相应长度，根据圆锥的侧面积和轴截面面积列式可得$\begin{cases}l=\sqrt{2}\\r=h=1\end{cases}$，再结合线面夹角运算求解.

【详解】设圆锥的母线为$l>0$，底面半径为$r>0$，高为$h>0$，




由题意可得：$\begin{cases}\pi rl=\sqrt{2}\pi\\ \dfrac{1}{2}\times 2r\times h=1\\ l^2=r^2+h^2\end{cases}$，解得$\begin{cases}l=\sqrt{2}\\ r=h=1\end{cases}$，

设该圆锥的母线与底面所成的角为$\theta$，则$0°<\theta<90°$，

可得$\tan\theta=\dfrac{h}{r}=1$，所以该圆锥的母线与底面所成的角为$\theta=45°$.

故选：C.

4．A

【分析】求出$\angle MAC=45°, \angle AMC=30°$，再利用正弦定理得$CM=78\sqrt{2}$，最后根据三角函数定义即可得到答案.

【详解】根据题意，可得$\angle ACM=180°-45°-30°=105°$，$\angle MAC=30°+15°=45°$，

在$\triangle AMC$中，$\angle AMC=180°-\angle MAC-\angle ACM=30°$.

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AB\perp AC$，$\angle ACB=30°$，所以$AC=2AB=78\mathrm{m}$，

在$\triangle AMC$中，由正弦定理得$\dfrac{AC}{\sin\angle AMC}=\dfrac{CM}{\sin MAC}$，即$\dfrac{78}{\sin 30°}=\dfrac{CM}{\sin 45°}$，

即$\dfrac{78}{\frac{1}{2}}=\dfrac{CM}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，解得$CM=78\sqrt{2}$，

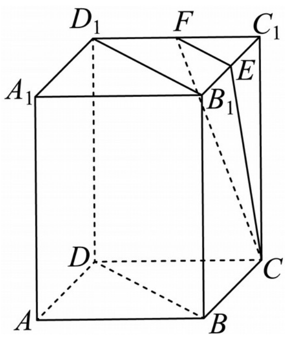
在$\text{Rt}\triangle MNC$中，$MN\perp CN$，$\angle NCM=45°$，所以$MN=CM\sin45°=78\text{m}$.

故选：A.

5．A

【分析】根据异面直线所成角的定义，利用几何法找到所成角，结合余弦定理即可求解.

【详解】




取$C_1D_1$的中点$F$，连接$EF$，$CF$，$B_1D_1$，

又$E$为$B_1C_1$的中点，

在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，可得$EF\parallel B_1D_1\parallel BD$，

所以$\angle CEF$为异面直线$BD$与$CE$所成的角或其补角，

因为$AB=BC=2,AA_1=3$，

所以$EF=\frac{1}{2}B_1D_1=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{2}$，

$CE=CF=\sqrt{CC_1{}^2+C_1E^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$，

所以在$\triangle CEF$中，由余弦定理得

$$\cos\angle CEF=\frac{EF^2+EC^2-CF^2}{2EF\cdot EC}=\frac{2+10-10}{2\times\sqrt{2}\times\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{5}}{10}.$$

故选：A.

6．D

【分析】根据$b\sin A<a<b$，即可得到答案.

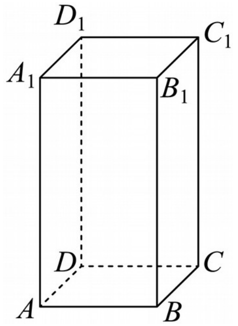
【详解】要使得$\vee ABC$有两组解，则$b\sin A<a<b$，又$A=\dfrac{\pi}{3},b=3$，得到$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}<a<3$，

故选：D.

7．C

【分析】由题意可得$AB\perp AD,AA_1\perp AB,AA_1\perp AD$，进而计算可求$\vec{a}\bullet(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$的值.

【详解】在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB\perp AD,AA_1\perp AB,AA_1\perp AD$，




.

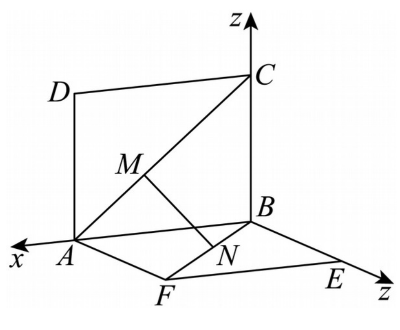
$$\vec{a}\bullet(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}^2+\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{a}\bullet\vec{c}=2^2=4$$

故选：C.

8．B

【分析】建立空间直角坐标系，根据坐标应用两点间距离，再结合单调性得出最值即可判断选项.

【详解】




以$BA$为$x$轴，$BE$为$y$轴，$BC$为$z$轴建立空间直角坐标系，$A(1,0,0)$，$C(0,0,1)$设

$CM=tCA$，

则$M\left(t,0,1-t\right),B\left(0,0,0\right),F\left(1,1,0\right),BN=tBF,N\left(t,t,0\right)$，

则$MN=\sqrt{t^2+(1-t)^2}=\sqrt{2t^2-2t+1}\left(0\le t\le 1\right),y=2t^2-2t+1,t\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$单调递减，$t\in\left(\frac{1}{2},1\right]$单调递增，

所以$t=\frac{1}{2}$时，$MN$最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$t=0,t=1$时，$MN$最大值为$1$，所以$MN\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$.

故选:B.

9．ABC

【分析】ABC可举出反例；D选项，作出辅助线，由线面平行得到线线平行，进而得到面面平行.

【详解】对于A，若$l//\alpha$，$m//\beta$，$\alpha//\beta$，则$l$与$m$可能平行，可能相交，也可能异面，A错误.

对于B，若$\alpha\perp\beta$，$l//\alpha$，$m//\beta$，则$l$与$m$可能平行，可能相交，也可能异面，B错误.

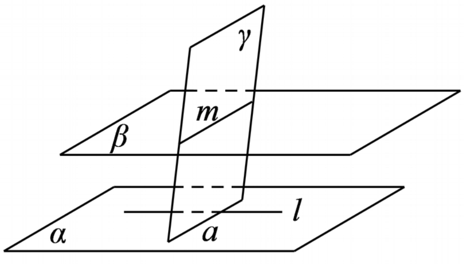
对于C，没有说$m$，$n$是相交直线，所以不能得到$l\perp\alpha$，C错误.

对于D，因为$m//\alpha$，设平面$\gamma\cap$平面$\alpha=a$，$m\subset\gamma$，所以$m//a$，

因为$l$，$m$是异面直线，$l\subset\alpha$，所以$l$，$a$相交，

因为$m//a$，$m\subset\beta$，$a\not\subset\beta$，所以$a//\beta$，

因为$l//\beta$，$a//\beta$，$l$，$a$相交，所以$\alpha//\beta$，D正确.




故选：ABC