

指数与指数函数-一轮复习考点专练

核心考点 1 根式与指数幂的运算

角度 1 根式的化简求值

1. 下列结果正确的是 ()

A. $\sqrt[n]{a^n} = a$

B. $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

C. $\sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a}}} = a^{\frac{3}{2}}$

D. $(\log_3 2 + \log_9 2) \cdot (\log_4 3 + \log_8 3) = \frac{5}{4}$

2. 已知实数 m, n 满足下列等式 $8^{n-1} + \frac{3}{8}n = \frac{3}{8}$, $\log_4 \sqrt[3]{6m+1} + m = \frac{1}{3}$, 则 $4m+n =$ _____.

3. 若 $2x-1 = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$, 则 $\sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$ 的最小值为_____.

角度 2 指数幂的运算、化简求值

4. 对任意非零实数 α , 当 $|x|$ 充分小时, $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha \cdot x$. 如:

$\sqrt{5} = \sqrt{4+1} = 2\sqrt{1+\frac{1}{4}} \approx 2 \times \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) = 2.25$, 用这个方法计算 $\sqrt[3]{7}$ 的近似值为 ()

A. 1.906

B. 1.908

C. 1.917

D. 1.919

5. 早在西元前 6 世纪, 毕达哥拉斯学派已经知道算术中项, 几何中项以及调和中项, 毕达哥拉斯学派哲学家阿契塔在《论音乐》中定义了上述三类中项, 其中算术中项, 几何中项的定义与今天大致相同. 若 $2^a + 2^b = 1$, 则 $(4^a + 1)(4^b + 1)$ 的最小值为_____.

6. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4^x + 2}$ ($x \in \mathbf{R}$).

(1) 求证 $f(x) + f(1-x)$ 为定值;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = f\left(\frac{n}{m}\right)$ (m 为正整数, $n = 1, 2, \dots, m$), 求数列 $\{a_n\}$ 的前 m 项和 S_m ;

核心考点 2 指数函数辨析

角度 1 待定系数法求函数解析式

7. 已知点列 $A_n(a_n, b_n)$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 均在函数 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 图像上, 点列 $B_n(n, 0)$ 满足

$|A_n B_n| = |A_n B_{n+1}|$, 若数列 $\{b_n\}$ 中任意连续三项能构成三角形的三边, 则 a 的范围为 ()

$$A. \left(0, \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, +\infty\right)$$

$$B. \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$$

$$C. \left(0, \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}, +\infty\right)$$

$$D. \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$$

8. 已知指数函数 $y=f(x)$ ，对数函数 $y=g(x)$ 和幂函数 $y=h(x)$ 的图形都过 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ ，如果 $f(x_1)=g(x_2)=h(x_3)=4$ ，那么 $x_1+x_2+x_3=$ _____.

9. 设 $f(x)=a^x$ ($a>0$ ，且 $a\neq 1$)，其图象经过点 $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{10}\right)$ ，又 $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 若 $f(m)=4, f(n)=25$ ，求 $m+n$ 的值；

(3) 若 $g(x)$ 在区间 $[\sqrt{10}, c]$ 上的值域为 $[p, q]$ ，且 $q-p=\frac{3}{2}$ ，求 c 的值.

角度 2 根据函数类型求参数

10. 若 $y=(a^2-3a+3)a^x$ 是指数函数，则有 ()

A. $a=1$ 或 2

B. $a=1$

C. $a=2$

D. $a>0$ 且 $a\neq 1$

11. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{e^x+a}$ 的图象关于点 $(1, f(1))$ 对称，则 $a=$ ()

A. 1

B. 2

C. e

D. e^2

12. 已知指数函数 $f(x)=(3a^2-10a+4)a^x$ 在其定义域内单调递增.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 设函数 $g(x)=f(2x)-4f(x)-3$ ，当 $x\in[0, 2]$ 时，求函数 $g(x)$ 的值域.

核心考点 3 指数型函数的定义域

角度 1 求指数型函数的定义域 (不含参)

13. 设函数 $f(x)=\sqrt{4-2^x}$ ，则函数 $f\left(\frac{x}{2}\right)$ 的定义域为 ()

A. $[2, +\infty)$

B. $[4, +\infty)$

C. $(-\infty, 2]$

D. $(-\infty, 4]$

14. 函数 $f(x)=2^{2x}-2^{x+1}+2$ 的定义域为 M ，值域为 N

$=[1, 2]$, 下列结论一定正确的是 ()

A. $-1 \in M$

B. $1 \in M$

C. $M = (-\infty, 1]$

D. $M \subseteq (-\infty, 1]$

15. 已知函数 $f(x) = a^{2x} - 3a^x + 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过点 $(1, 0)$.

(1) 设函数 $g(x) = \sqrt{f(x)}$, 求 $g(x)$ 的定义域;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $2m^2 - \frac{3}{2}m < f(x)2^x(2^x - 1)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

角度 2 求指数型函数的定义域 (含参)

16. 若函数 $f(x) = \sqrt{2^{x^2-2ax+3}} - 2$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $[-1, 0]$

B. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

C. $(0, \sqrt{2}]$

D. $\mathbf{R}$

17. 设 $f(x) = x\left(\frac{1}{2^x - a} + \frac{1}{2}\right)$. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, 则关于 x 的不等式

$a^x \geq f(a)$ 的解集为_____.

18. 设函数 $f(x) = \frac{9^x - 1}{9^x - a \cdot 3^x + 1}$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 求 a 的取值范围;

(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并证明;

(3) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的值域.

核心考点 4 指数型函数的单调性

角度 1 判断指数型函数的单调性

19. 下列函数中, 在区间 $(0, 1)$ 上单调递增的是 ()

A. $f(x) = x^2 - x$

B. $f(x) = \frac{1}{x}$

C. $f(x) = 2^{-x}$

D. $f(x) = \sqrt{x}$

20. 已知函数 $f(x) = a^x + b^x - c^x$, 且 $a, b, c \in (0, +\infty)$, $f(2) = 0$, 则下列结论正确的是 ()

A. $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

B. $f(3) < 0$

C. $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减

D. $f(1)f(-1)$ 最小值为 $5 - 3\sqrt{2}$

21. 已知函数 $f(x) = (x-2)^3 + 3^{x-2} - 3^{2-x} + 2x \ln 3 - 4 \ln 3 + 1$, 则满足 $f(x) + f(8-3x) > 2$ 的 x 的取值范围是_____.

22. 设函数 $f(x) = a^x + ka^{-x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 为奇函数, 且 $f(1) = \frac{3}{2}$.

(1) 求 a, k 的值;

(2) $\exists x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, 使得不等式 $f(2x^2) + f(1-mx) < 0$ 成立, 求 m 的取值范围.

角度 2 根据指数型函数的单调性求参

23. 设函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x(x+a)}$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -2]$ B. $(-2, 0]$ C. $(0, 2]$ D. $[2, +\infty)$

24. 设函数 $y = f(x)$ 和 $y = f(-x)$, 若两函数在区间 $[m, n]$ 上的单调性相同, 则把区间 $[m, n]$

叫做 $y = f(x)$ 的“稳定区间”, 已知区间 $[1, 2020]$ 为函数 $y = \left|\left(\frac{1}{2}\right)^x + a\right|$ 的“稳定区间”, 则实数 a

的可能取值是 ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{5}{6}$ C. 0 D. $\frac{1}{32}$

25. 已知函数 $f(x) = 4^x - (a-1)2^x + 2$ ($0 \leq x \leq 2$).

(1) 若 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上为增函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上最小值为 4, 求实数 a 的值;

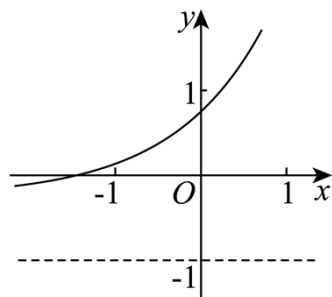
(3) 若 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上只有一个零点, 求实数 a 的取值范围.

角度 3 根据指数型函数的单调性比较大小

26. 若 $a = 4.2^{-0.3}$, $b = 4.2^{0.3}$, $c = \log_{4.2} 0.3$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

27. 已知函数 $y = a^x - b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象如图所示, 则以下结论正确的是 ()



- A. $a^b > 1$ B. $\ln(a+b) > 0$ C. $2^{b-a} < 1$ D. $b^a > 1$

28. 已知 $m, n \in \left\{ \lg 2 + \lg 5, \log_4 3, \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{5}}, \tan 1 \right\}$, 则使函数 $f(x) = x^2 + 2mx + n^2$ 有两不相等的零点的概率为_____.

角度 4 根据指数型函数的单调性解不等式

29. 已知集合 $A = \{x | 2^{|x-a|} < 8\}$, $B = \{x | \log_2(5x-1) < 2\}$, 其中实数 a 是常数.

(1) 求集合 A 与集合 B ;

(2) 若对任意的 $x \in B$, 都有 $x \in A$, 求实数 a 的取值范围.

30. 设 $a \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = \frac{e^x + a}{e^x - a}$ (e 为常数, $e = 2.71828 \dots$).

(1) 若 $a = 1$, 求证: 函数 $f(x)$ 为奇函数;

(2) 若 $a < 0$.

① 用定义法证明函数 $f(x)$ 的单调性;

② 若存在 $x \in [1, 2]$, 使得 $f(x^2 + 2ax) > f(4 - a^2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

31. 已知 $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$, $g(x) = 2^x - 2$, 若同时满足条件: ① $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$; ② $\exists x \in (-\infty, -4), f(x)g(x) < 0$. 求 m 的取值范围

参考答案:

1. D

【分析】根据指数幂运算及对数运算公式判断各个选项.

【详解】对 A: 当 n 为偶数且 $a < 0$ 时, $\sqrt[n]{a^n} = |a| = -a$, 故 A 不正确;

对 B: 只有 $M > 0, N > 0$ 时, $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ 才成立, 故 B 不正确;

对 C: $\sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a}}} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a}} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}}$, 故 C 不正确;

对 D: $(\log_3 2 + \log_9 2) \cdot (\log_4 3 + \log_8 3) = (\log_3 2 + \frac{1}{2} \log_3 2) \cdot (\frac{1}{2} \log_2 3 + \frac{1}{3} \log_2 3)$
 $= \frac{3}{2} \log_3 2 \cdot \frac{5}{6} \log_2 3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\ln 2}{\ln 3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = \frac{5}{4}$, 故 D 正确;

故选: D

2. 1

【分析】构造函数 $f(x) = 2^x + x$, 结合单调性即可求解.

【详解】因为 $8^{n-1} + \frac{3}{8}n = \frac{3}{8}$, 即 $8^n + 3n = 3$,

得 $2^{3n} + 3n = 3$, 而 $\log_4 \sqrt[3]{6m+1} + m = \frac{1}{3}$ 化简得 $\log_2(6m+1) + 6m + 1 = 3$,

即 $2^{\log_2(6m+1)} + \log_2(6m+1) = 3$, 构造函数 $f(x) = 2^x + x$,

由于 $y = 2^x, y = x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 都为增函数,

所以 $f(x) = 2^x + x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 为单调递增函数,

又知 $f(1) = 3$, 所以 $3n = \log_2(6m+1) = 1$,

解得 $n = \frac{1}{3}$, $m = \frac{1}{6}$, 所以 $n + 4m = 1$.

故答案为: 1.

3. 4

【分析】先由题给条件求得 $y^2 = 3x^2 - 3 (x \geq 1)$, 进而化简 $\sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$ 为 $4x$, 进而求得其最小值.

【详解】由 $2x - 1 = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$, 可得 $y^2 = 3x^2 - 3 (x \geq 1)$,

则 $\sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$

$$=|2x+1|+|2x-1|=2x+1+2x-1=4x,$$

又 $x \geq 1$, 则 $4x \geq 4$, 则 $\sqrt{(x+2)^2+y^2} + \sqrt{(x-2)^2+y^2}$ 的最小值为 4

故答案为: 4

4. C

【分析】将 $\sqrt[3]{7}$ 化为 $2 \cdot \left[1 + \left(-\frac{1}{8}\right)\right]^{\frac{1}{3}}$, 根据新定义, 直接计算取近似值即可.

$$\text{【详解】} \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{8-1} = \sqrt[3]{8\left(1-\frac{1}{8}\right)} = 2 \cdot \sqrt[3]{1-\frac{1}{8}} = 2 \cdot \left(1-\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2 \cdot \left[1 + \left(-\frac{1}{8}\right)\right]^{\frac{1}{3}} \approx 2 \left[1 + \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{8}\right)\right] \approx 1.917.$$

故选: C.

$$5. \frac{25}{16}$$

【分析】令 $m = 2^a$, $n = 2^b$, 结合基本不等式可得 $0 < mn \leq \frac{1}{4}$, $(4^a+1)(4^b+1)$ 可化为

$(mn-1)^2+1$, 求二次函数在区间上的最小值即可.

【详解】不妨设 $m = 2^a$, $n = 2^b$, 则 $m > 0$, $n > 0$,

所以 $1 = m + n \geq 2\sqrt{mn}$, 当且仅当 $m = n = \frac{1}{2}$ 时取等号,

即 $0 < mn \leq \frac{1}{4}$, 当且仅当 $m = n = \frac{1}{2}$ 时取等号,

$$\text{所以 } (4^a+1)(4^b+1) = (m^2+1)(n^2+1) = (mn)^2 + m^2 + n^2 + 1 = (mn)^2 + (m+n)^2 - 2mn + 1$$

$$= (mn)^2 - 2mn + 2 = (mn-1)^2 + 1, \quad (0 < mn \leq \frac{1}{4})$$

所以当 $m = n = \frac{1}{2}$ 时, $(4^a+1)(4^b+1)$ 取得最小值 $\frac{25}{16}$.

故答案为: $\frac{25}{16}$

6. (1)证明见解析

$$(2) S_m = \frac{3m-1}{12}$$

【分析】(1) 由函数 $f(x)$ 的解析式得出 $f(1-x)$ 的表达式, 化简后可得 $f(x) + f(1-x)$

为定值；

(2) 由于 $f(x) + f(1-x) = \frac{1}{2}$, 可得 $f\left(\frac{k}{m}\right) + f\left(\frac{m-k}{m}\right) = \frac{1}{2}$, 即 $a_k + a_{m-k} = \frac{1}{2}$, 倒序相加可得

S_m .

【详解】(1) 证明：由于函数 $f(x) = \frac{1}{4^x + 2} (x \in \mathbf{R})$,

$$\text{则 } f(1-x) = \frac{1}{4^{1-x} + 2} = \frac{4^x}{4^x(4^{1-x} + 2)} = \frac{4^x}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{4^x}{2(4^x + 2)},$$

$$\text{所以 } f(x) + f(1-x) = \frac{1}{4^x + 2} + \frac{4^x}{2(4^x + 2)} = \frac{2 + 4^x}{2(4^x + 2)} = \frac{1}{2}.$$

(2) 由 (1) 可知, $f(x) + f(1-x) = \frac{1}{2}$,

则 $f\left(\frac{k}{m}\right) + f\left(1 - \frac{k}{m}\right) = \frac{1}{2}$, 其中 k 为正整数, $1 \leq k \leq m-1$,

即 $f\left(\frac{k}{m}\right) + f\left(\frac{m-k}{m}\right) = \frac{1}{2}$, 且 $a_n = f\left(\frac{n}{m}\right)$,

所以 $a_k + a_{m-k} = \frac{1}{2}$, 其中 k 为正整数, $1 \leq k \leq m-1$,

且 $a_m = f\left(\frac{m}{m}\right) = f(1) = \frac{1}{6}$,

$$S_m = a_1 + a_2 + \cdots + a_{m-1} + a_m, \quad \textcircled{1}$$

变化前 $m-1$ 项顺序后, 可得: $S_m = a_{m-1} + a_{m-2} + \cdots + a_1 + a_m, \quad \textcircled{2}$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得: } 2S_m = (m-1) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}m - \frac{1}{6},$$

$$\text{因此 } S_m = \frac{1}{4}m - \frac{1}{12} = \frac{3m-1}{12}.$$

7. B

【分析】根据题意, 得出 a_n, b_n 的解析式, 讨论 $a > 1$ 和 $0 < a < 1$ 时, 满足的条件, 从而求出 a 的取值范围.

【详解】由题意得, 点 $B_n(n, 0), A_n(a_n, b_n)$ 满足 $|A_n B_n| = |A_n B_{n+1}|$,

由中点坐标公式, 可得 $B_n B_{n+1}$ 的中点为: $\left(n + \frac{1}{2}, 0\right)$,

$$\text{即 } a_n = n + \frac{1}{2}, b_n = a^{n + \frac{1}{2}},$$

当 $a > 1$ 时, 以 b_{n-1}, b_n, b_{n+1} 为边长能构成一个三角形,

$$b_{n+1} > b_n > b_{n-1},$$

$$\text{只需 } b_{n-1} + b_{n+1} > b_n, \text{ 即 } a^{\frac{n-1}{2}} + a^{\frac{n+3}{2}} > a^{\frac{n+1}{2}},$$

$$\text{即有 } 1 + a^2 < a, \text{ 解得 } 1 < a < \frac{1+\sqrt{5}}{2};$$

$$\text{同理 } 0 < a < 1, \text{ 解得 } \frac{\sqrt{5}-1}{2} < a < 1,$$

$$\text{综上, } a \text{ 的取值范围是 } 1 < a < \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ 或 } \frac{\sqrt{5}-1}{2} < a < 1,$$

故选: B.

【点睛】本题考查了指数函数的图象与性质的应用问题,也考查了数列递推公式的应用问题,考查了分类讨论思想的应用问题,是中档题.

$$8. \frac{3}{2} \text{##} 1.5$$

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$, 通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 , 由此求得正确答案.

【详解】依题意, 设 $f(x) = a^x, g(x) = \log_b x, h(x) = x^\alpha$,

$$\text{代入 } P\left(\frac{1}{2}, 2\right) \text{ 得 } a^{\frac{1}{2}} = 2, \log_b \frac{1}{2} = 2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha = 2,$$

$$\text{解得 } a = 4, b = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha = -1,$$

$$\text{所以 } f(x) = 4^x, g(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x) = x^{-1},$$

$$\text{由 } 4^{x_1} = 4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2 = 4, x_3^{-1} = 4$$

$$\text{解得 } x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{4},$$

$$\text{所以 } x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{2}$$

$$9. (1) f(x) = 10^x; (2) m+n=2; (3) c=100.$$

【分析】(1) 根据函数 $f(x) = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 图象经过点 $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{10}\right)$ 可求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 由 $f(m) = 4, f(n) = 25$ 得, $10^m = 4, 10^n = 25$, 两式相乘可得结果;

(3)根据 $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称可得, $g(x)=\lg x(x>0)$.

再根据题目条件结合 $g(x)=\lg x(x>0)$ 为增函数列等式求解.

【详解】(1)因为 $f(x)=a^x(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的图象经过点 $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{10}\right)$,

所以 $\sqrt{10}=a^{\frac{1}{2}}$, 所以 $a=10$, 所以 $f(x)=10^x$.

(2)因为 $f(m)=4, f(n)=25$, 所以 $10^m=4, 10^n=25$,

所以 $10^m \cdot 10^n=100$, 所以 $10^{m+n}=10^2$, 所以 $m+n=2$.

(3)因为 $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称,

所以 $g(x)=\lg x(x>0)$, 且为增函数,

所以 $g(x)$ 在区间 $[\sqrt{10}, c]$ 上的值域为 $[\lg \sqrt{10}, \lg c]=[p, q]$,

因为 $q-p=\frac{3}{2}$, 所以 $\lg c - \lg \sqrt{10} = \frac{3}{2}$, 所以 $\lg c=2$,

所以 $c=100$.

10. C

【分析】根据指数函数的概念, 由所给解析式, 可直接求解.

【详解】因为 $y=(a^2-3a+3)a^x$ 是指数函数,

$$\text{所以} \begin{cases} a^2-3a+3=1 \\ a>0 \\ a\neq 1 \end{cases}, \text{解得} a=2.$$

故选: C.

11. C

【分析】利用函数中心对称的性质, 代入化简解方程即可求得 $a=e$.

【详解】由对称中心性质可知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+f(2-x)=2f(1)$,

$$\text{即} \frac{1}{e^x+a} + \frac{1}{e^{2-x}+a} = \frac{2}{e+a},$$

整理可得 $e^{3-x}+e^{x+1}+2ae=2e^2+ae^x+ae^{2-x}$, 即 $e(e^{2-x}+e^x-2e)=a(e^x+e^{2-x}-2e)$,

解得 $a=e$.

故选: C

12. (1) $f(x) = 3^x$

(2) $[-7, 42]$

【分析】(1) 根据指数函数定义和单调性可解；

(2) 令 $t = 3^x$ ，利用二次函数的单调性求解可得.

【详解】(1) $\mathbf{Q} f(x)$ 是指数函数，

$$\therefore 3a^2 - 10a + 4 = 1,$$

$$\text{解得 } a = 3 \text{ 或 } a = \frac{1}{3},$$

又因为 $f(x)$ 在其定义域内单调递增，所以 $a = 3$ ，

$$\therefore f(x) = 3^x;$$

$$(2) \quad g(x) = 3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 3 = (3^x)^2 - 4(3^x) - 3,$$

$$\mathbf{Q} x \in [0, 2],$$

$$\therefore 3^x \in [1, 9], \text{ 令 } t = 3^x, t \in [1, 9],$$

$$\therefore g(t) = t^2 - 4t - 3, t \in [1, 9],$$

$$\therefore g(t)_{\min} = g(2) = -7,$$

$$g(t)_{\max} = g(9) = 9^2 - 4 \times 9 - 3 = 42,$$

$$\therefore g(x) \text{ 的值域为 } [-7, 42].$$

13. D

【分析】求出 $f(x)$ 的定义域后可求 $f\left(\frac{x}{2}\right)$ 的定义域，

【详解】因为 $f(x) = \sqrt{4 - 2^x}$ ，所以 $4 - 2^x \geq 0$ ，故 $x \leq 2$ ，

故 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 2]$ ，

令 $\frac{x}{2} \leq 2$ ，则 $x \leq 4$ ，故 $f\left(\frac{x}{2}\right)$ 的定义域为 $(-\infty, 4]$.

故选：D.

14. ABCD

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/688047117023006115>