GMAT 数学论坛精华帖总结

By Angelo

标准方差的总结

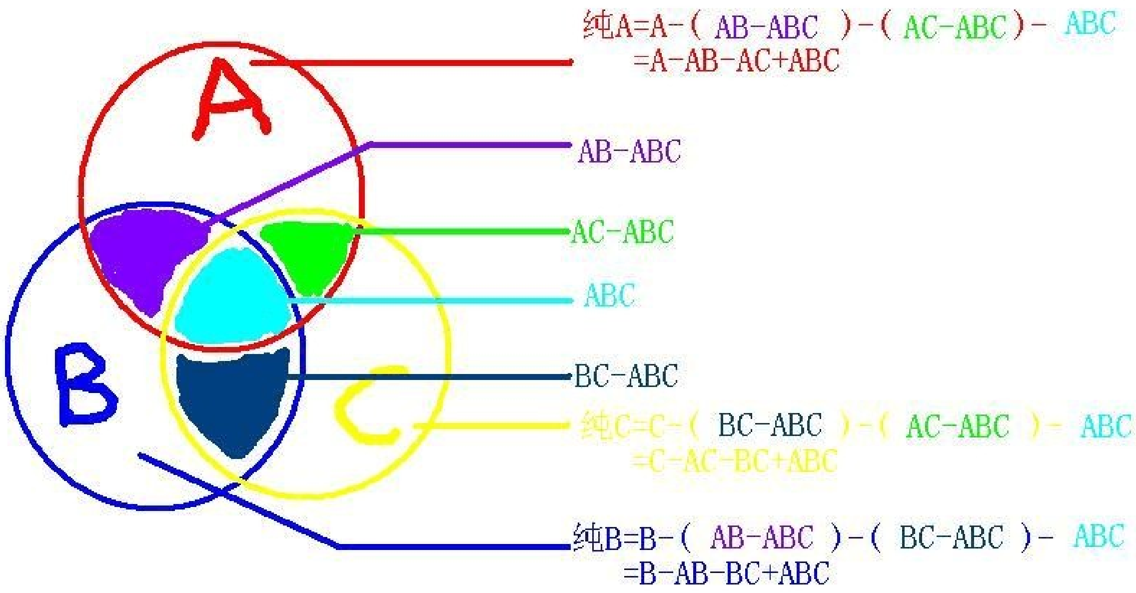
标准方差的计算公式是：
每一个数与这个数列的平均值的差的平方和，除以这个数列的项数，再开根号！！！

分析：
标准方差主要和分母（项数）、分之（偏差）有直接关系！！！
这里的偏差为每一个数与平均值的差。

几个适用的理解：
1.数据分布离平均值越近，标准方差越小；数据分布离平均值越远，标准方差越大。
2.标准方差为 0，意味着数列中每一个数都相等。
3.序列中每一个数都加上一个常数，标准方差保持不变的！！！

通项问题一招搞定

看到过一堆堆问通项如何求的帖子啦，这里说一个一招搞定的做法：
通项 S，形式设为S=Am+B，一个乘法因式加一个常量
系数 A 必为两小通项因式系数的最小公倍数
常量 B 应该是两个小通项相等时的最小数，也就是最小值的S
例题：4－JJ78(三月 84).ds 某数除 7 余 3，除 4 余 2，求值。
解：设通项S=Am+B。由题目可知，必同时满足S=7a+3=4b+2
A 同时可被 7 和 4 整除，为 28（若是S＝6a+3=4b+2，则 A＝12）
B 为 7a+3=4b+2 的最小值，为 10（a=1.b=2 时，S 有最小值 10）
所以 S＝28m＋10
满足这两个条件得出的通项公式，必定同时满足两个小通项。如果不能理解的话，就记住这个方法吧， 此类的求通项的问题就能全部，一招搞定啦



整除和余数的一些概念

被 2，4，8 整除的特点：

譬如说一个数 3472，要知道被 2 整除余几，就看最后一位 2 除以 2，余几原数 3472 被 2 除就余几，能整除则原数也能整除；被 4 除时，要看后两位 72 被 4 除余几，原数被 4 除就余几，能整除则原数也能整除；被 8 除时，要看最后 3 位 472 被 8 除余几，原数被 8 除就余几，能整除则原数也能被 8 整除

被 3，9 整除的特点：

还是举一个例子，3472，把这个数每一位都加起来：3＋4＋7＋2＝16，1＋6＝7，加完以后得的数除以 3 余几，原数除以3 就余几，如果能整除则原数也能被3 整除；加完后的数被9 除余几，原数被9 除就余几。

被 6 除时：

分别考虑被 2，和被 3 除时的情况

被 5 除时：

一个数最后一位除以 5 余几，原数被 5 除就余几

被 11 除时：

错位相加再相减。譬如说 3472 错位相加再相减的过程就是（3＋7＋1）－（4＋2）＝5

最后一位数 5 去除以 11，能整除则原数 3472 就可以被整除，如果不能整除则原数不能被11 整除。

如何凑数？

例子：一个数n 被3 除余 1，被 4 除余 2，被 5 除余 1，问被 60 除余几？

凑数的原则：（1）从最小数开始；（2）凑后边时要保证前面已经满足的不变化。

（1） 从 3 开始，最小为 1：1

（2） 保证它的情况下凑被 4 除余 2：当然每次就要加 3，加 3 这么加上去得 1＋3＋3＋3＝10，10 被 4 除余 2

（3） 在保证前面的情况下凑被 5 除余 1：在 10 的基础上每次加上 3 和 4 的最小公倍数 12，得（1＋3＋3＋3）＋12＋12＋12＝46，此时 46 被 5 除余 1

（4） 检查一下，46 能被 3 除余 1，被 4 除余 2，被 5 除余 1。用 46 除以 60 就得到余数

5。幂得尾数循环特征

比如说 3333^7777 和 7777^3333 比，最后一位谁最大？其实这类问题只和个位数有关。这个问题可以被理解成为 3^7777 和 7^3333 比，最后一位是怎么比得的。

每一个数它的n 次方都是 4 个 4 个循环的：

个位数是 1 的n 次方尾数循环是：1111 1111 1111 1111....

个位数是 2 的 n 次方的尾数循环为：2468 2468 2468 2468....

个位数是 3 的 n 次方的尾数循环为：3971 3971 3971 3971....

个位数是 4 的 n 次方的尾数循环为：4646 4646 4646 4646....

个位数是 5 的 n 次方的尾数循环为：5555 5555 5555 5555....

个位数是 6 的 n 次方的尾数循环为：6666 6666 6666 6666....

个位数是 7 的 n 次方的尾数循环为：7931 7931 7931 7931....

个位数是 8 的 n 次方的尾数循环为：8426 8426 8426 8426....

个位数是 9 的 n 次方的尾数循环为：9191 9191 9191 9191....

在这道题中，把 7777 的最后两位除以 4，余数是 1，我们就知道是 3 的尾数循环的第一位，也就是 3。换句话说 3333^7777 的最后一位就是 3
把 3333 的最后两位除以 4，余 1，所以就知道7 的尾数循环第一位，是7，所以 7777^3333 最后一位

就是 7。

整除------分赃就要平均！

———————————————————————-

整除的定义　　整除： 若整数“a” 除以大于 0 的整数“b”，商为整数，且余数为零。 我们就说a 能被 b 整除（或说 b 能整除 a），记作 b|a，读作“b 整除 a”或“a 能被 b 整除”．它与除尽既有区别又有联系．除尽是指数 a 除以数 b（b≠0）所得的商是整数或有限小数而余数是零时，我们就说a 能被 b 除尽（或说 b 能除尽 a）．因此整除与除尽的区别是，整除只有当被除数、除数以及商都是整数，而余数是零．除尽并不局限于整数范围内，被除数、除数以及商可以是整数，也可以是有限小 数，只要余数是零就可以了．它们之间的联系就是整除是除尽的特殊情况.

注：a or b 作除数的其一为 0 则不叫整除

整除的一些性质为：

（1） 如果a 与b 都能被c 整除，那么a+b 与 a-b 也能被c 整除.

（2） 如果a 能被b 整除，c 是任意整数，那么积ac 也能被b 整除.

（3） 如果a 同时被b 与 c 整除，并且b 与 c 互质，那么a 一定能被积bc 整除．反过来也成立.

有关整除的一些概念：

整除有下列基本性质：

①若 a｜b，a｜c，则 a｜b±c。

②若a｜b，则对任意c，a｜bc。

③对任意a，±1｜a，±a｜a。

④若a｜b，b｜a，则｜a｜＝｜b｜。

对任意整数a，b，b＞0，存在唯一的整数q，r，使 a＝bq＋r，其中 0≤r＜b，这个事实称为带余除法定理，是整除理论的基础。

若 c｜a，c｜b，则称c 是 a，b 的公因数。若d 是 a，b 的公因数，且d 可被a，b 的任意公因数整除则称d 是 a，b 的最大公因数。当d≥0 时，d 是a，b 公因数中最大者。若a，b 的最大公因数等于 1，则称 a，b 互素。累次利用带余除法可以求出a，b 的最大公因数，这种方法常称为辗转相除法。又称欧几里得算法。

整除的规律　　整除规则第一条（1）：任何数都能被 1 整除。

整除规则第二条（2）：个位上是 2、4、6、8、0 的数都能被 2 整除。

整除规则第三条（3）：每一位上数字之和能被3 整除，那么这个数就能被 3 整除。

整除规则第四条（4）：最后两位能被 4 整除的数，这个数就能被 4 整除。

整除规则第五条（5）：个位上是 0 或5 的数都能被 5 整除。

整除规则第六条（6）：一个数只要能同时被 2 和 3 整除，那么这个数就能被 6 整除。

整除规则第七条（7）：把个位数字截去，再从余下的数中，减去个位数的2 倍，差是7 的倍数，则原数能被 7 整除。

整除规则第八条（8）：最后三位能被 8 整除的数，这个数就能被 8 整除。

整除规则第九条（9）：每一位上数字之和能被9 整除，那么这个数就能被 9 整除。

整除规则第十条（10）： 若一个整数的末位是 0，则这个数能被 10 整除

GMAT 数学希望满分的 XDJM 请进

首先：数学满分不一定在于数学水平多高
其次：不一定在于会多少题，而在于能做对多少题

TRICK 点：

1、度量单位不一样，每个数字指代的对象有差别，通常英制的会给出换算，但公制的如厘米，米不会给出换算。另外是时间的换算，今天考到一个类似三个管抽水和放水的题，给的条件是小时，问的是分钟，还有就是半径和直径不要弄错，注意一点：半径的周长=半圆+直径，而不只是半圆，本月 JJ 有一道这样的题。

2、PS 题：是求比率，还是求数值要看清；比率的话要看问题是“谁和谁的比率”

3、关于打折是打掉的部分还是折后价要看清。

4、题目经常有隐含条件，如：integer， consecutive， different， nonzero等，任何一个条件都要看到。

5、DS 题：不求解值，只看能否求出。DS 题尤其注意，当准备选 C 的时候，一定看看 B 是否单独充分。

6、有时候计算不困难，但要看清楚问题，今天还考到一个，是三个人走的距离，一元一次方程，很容易，但要看清楚问题问的是哪个人走的，因为从列式子的角度来讲，都会设第一个为X，而最后问的是第三人走的距离。

7、关于零，正负号的问题一定不要漏掉，还有就是末位数字的 1，5，6，这时一定要考虑零—CD 网的管理员，你不想着他，ZEROS 就让你得不了高分（这难道是天意？）

8、注意题目暗含的条件，这里会用到常识，为什么叫（problem solving）其实 GMAT 已经把解题思路给你了。有些题单纯从数学角度来讲是一种解，但从解决生活问题来讲又会有解，比如人的分配， 卖汽车，都不会有分数，有整数解就行。还有就是树的影子问题，这暗含的条件就是相似三角形。

9、关于整数条件的给出。和上面那条相反，这一类题千万不要自加条件。有时候要看清题是否提到了整数，如果没说整数，一定不要认为这就是整数，即使给你的条件也是整数。而且这种题往往容易 考到中位数（MEDIAN）（本月机经中一道类似的，3/5/6/7/9/X，其实这题很善良了，用整数也能算 出多个可能）

10、现在比取值范围大小的题很多，如果试数的话，一定考虑-1，0，1 分开的这些区间，千万不要只考虑大于 0 和小于 0，因为很多都是分数的比较。

最后作题注意：当你要按 CONFIRM 键之前，一定再看最后一眼，我不论是模考还是真考，每套题总有3个题左右，在看了最后一眼后把错误改了过来。（这是觉得这对 50 分和 51 分的区别有时是决定性作用）

目前想到这些，如有再加。祝大家考好！

关于 GMAT 数学中 divide， divisible 美国大学教案的解释

if the remainder of dividing y by x is 0 then we can say:x divides y
y is divisible by x
x is a factor of y
x is a divisor of y
y is a multiple of x
y is divisible by x
他们都是 Y/X
在做数学的时候大伙可一定注意呀～

一元二次方程根的判别式的综合应用

之前做讨论稿的时候提到过下边这份资料，是以前弄百度知道团的时候找的，不是我原创的，不过个 人感觉整理的还不错，发上来跟大家共享一下。

一、知识要点：

1.一元二次方程 ax2+bx+c=0(a≠0)的根的判别式Δ=b2-4ac。

定理 1　ax^2+bx+c=0(a≠0)中，Δ＞0 方程有两个不等实数根

定理 2　ax^2+bx+c=0(a≠0)中，Δ=0 方程有两个相等实数根

定理 3　ax^2+bx+c=0(a≠0)中，Δ＜0 方程没有实数根

2、根的判别式逆用（注意：根据课本“反过来也成立”）得到三个定理。

定理 4　ax^2+bx+c=0(a≠0)中，方程有两个不等实数根Δ＞0

定理 5　ax^2+bx+c=0(a≠0)中，方程有两个相等实数根Δ＝0

定理 6　ax^2+bx+c=0(a≠0)中，方程没有实数根Δ＜0

注意：（1）再次强调：根的判别式是指Δ=b2-4ac。（2）使用判别式之前一定要先把方程变化为一般形式，以便正确找出a、b、c 的值。(3)如果说方程有实数根，即应当包括有两个不等实根或有两相等实根两种情况，此时 b2-4ac≥0 切勿丢掉等号。(4)根的判别式 b2-4ac 的使用条件，是在一元二次方程中，而非别的方程中，因此，要注意隐含条件a≠0

二.根的判别式有以下应用：

不解一元二次方程，判断根的情况。

例 1.　不解方程，判断下列方程的根的情况：

(2)ax^2+bx=0(a≠0)

解：

(2)∵a≠0，∴方程是一元二次方程，此方程是缺少常数项的不完全的一元二次方程，将常数项视为零，

∵Δ=(-b)2-4·a·

∵无论b 取任何关数，b2 均为非负数，

∴Δ≥0，　　故方程有两个实数根。

根据方程根的情况，确定待定系数的取值范围。

例 2. k 的何值时？关于 x 的一元二次方程 x2-4x+k-5=0（1）有两个不相等的实数根；（2）有两个相等的实数根；（3）没有实数根；

分析：由判别式定理的逆定理可知（1）Δ＞0；（2）Δ=0；（3）Δ＜0；

解：Δ=(-4)2-4·

（1）∵方程有两个不相等的实数根，

∴Δ＞0，即 36-4k＞0.解得k＜

（2）∵[!--empirenews.page--]方程有两个不相等的实数根，

∴Δ=0，即 36-4k=0.解得

（3）∵方程有两个不相等的实数根，

∴Δ<0，即 36-4k<0.解得

证明字母系数方程有实数根或无实数根。

例 3. 求证方程(m2+1)x2-2mx+(m2+4)=0 没有实数根。

分析：先求出关于 x 的方程的根的判别式，然后只需说明判别式是一个负数，就证明了该方程没有实数根。

证明： Δ=-4(m2+2)2

∵不论m 取任何实数

∴ -4(m2+2)2<0, 即Δ

∴关于x 的方程(m2+1)x2-2mx+(m2+4)=0 没有实数根。小

结：由上面的证明认清证明的格式归纳出证明的步骤：

(1) 计算Δ

(2) 用配方法将Δ恒等变形

(3) 判断Δ的符号

(4) 结论.其中难点是Δ的恒等变形，一般情况下配方后变形后为形如： a2,a2+2,(a2+2)2, -a2, -(a2+2)2 的代数式，从而判定正负，非负等情况。

应用根的判别式判断三角形的形状。

例 4．已知：a、b、c 为ΔABC 的三边，当 m>0 时，关于 x 的方程 c(x2+m)+b(x2-m)-2[!--empirenews.page--]ax=0 有两个相等的实数根。求证ΔABC 为 RtΔ。

(提示：答案为ΔABC 为RtΔ)

判断当字母的值为何值时，二次三项是完全平方式

例 5、(1) 若关于a 的二次三项式 16a2+ka+25 是一个完全平方式则k 的值可能是（ ）

(2) 若关于a 的二次三项式ka2+4a+1 是一个完全平方式则k 的值可能是 ()

分析：可以令二次三项等于 0，若二次三项是完全平方式，则方程有两个相等的实数根。即Δ

解：(1)

∵方程有两个相等的实数根，

∴Δ=k2-4×16×

∴k=+40 或者

(2)

∵方程有两个相等的实数根，∴Δ=16-4k=0 ∴

可以判断抛物线与直线有无公共点

例 6:当 m 取什么值时，抛物线与直线y=x＋2m 只有一个公共点？

解:列方程组消去y 并整理得

，∵抛物线与直线只有一个交点，

∴Δ＝0，即 4m+5=0 ∴

说明：直线与抛物线的交点问题也可归纳为方程组的解的问题。

可以判断抛物线与x 轴有几个交点

分析：抛物线y=ax2+bx+c 与 x 轴的交点 （１）当 y=0 时，即有ax2+bx+c=0，要求x 的值，需解一元二次方程ax2+bx+c=0。可见，抛物线y=ax2+bx+c 与x 轴的交点的个数是由对应的一元二次方程 ax2+bx+c=0 的根的情况确定的，而决定一元二次方程 ax[!--empirenews.page--]2+bx+c=0 的根的情况的，是它的判别式的符号，因此抛物线与x 轴的交点有如下三种情形：

当时，抛物线与x 轴有两个交点，若此时一元二次方程ax2+bx+c=0 的两根为x1、x2，则抛物线与 x 轴的两个交点坐标为（x1，0）（x2，0）。

当时，抛物线与x 轴有唯一交点，此时的交点就是抛物线的顶点，其坐标是（）。

当 时，抛物线与x 轴没有交点。

例 7、判定下列抛物线与x 轴交点的个数：

（１） （２） （３）

解：（１）Δ＝16-12=4>0 ∴抛物线与ｘ 轴有两个交点。

（２）Δ＝36-36=0 ∴抛物线与x 轴只有一个公共点。

（３）Δ＝4-16=-12<0 ∴抛物线与x 轴无公共点。

例 8、已知抛物线

（1）当 m 取什么值时，抛物线和 x 轴有两个公共点？

（2）当 m 取什么值时，抛物线和 x 轴只有一个公共点？并求出这个公共点的坐标。

（3）当[!--empirenews.page--]m 取什么值时，抛物线和 x 轴没有公共点？

解：令 y=0，则 　　Δ＝

(1)∵抛物线与 x 轴有两个公共点， ∴Δ>0，即 － 4m+8>0 　　∴

(2)∵抛物线和 x 轴只有一个公共点， ∴Δ＝0，即 -4m+8=0 　　∴

当 m=2 时，方程可化为，解得 x1=x2= -1，∴抛物线与 x 轴公共点坐标为（-1,0）。

(3)∵抛物线与 x 轴没有公共点， ∴Δ<0，即 －4m+8<0， ∴

∴当m>2 时，抛物线与x 轴没有公共点。

利用根的判别式解有关抛物线（Δ>0）与 x 轴两交点间的距离的问题

分析:抛物线（Δ>0）与 x 轴两交点间的距离，是对应的一元二次方程 [!--empirenews.page--] 的两根差的绝对值。它有以下表示方法：

例 9: 求当a 为何值时?二次函数 图象与x 轴的两个交点间的距离是 3。

（参考：图象与x 轴两个交点间的距离是 3）

关于”整除“的一些整理

（1）1 与 0 的特性：

1 是任何整数的约数，即对于任何整数a，总有 1|a。

0 是任何非零整数的倍数，a≠0，a 为整数，则a|0。

（2） 若一个整数的末位是 0、2、4、6 或 8，则这个数能被 2 整除。

（3） 若一个整数的数字和能被 3 整除，则这个整数能被 3 整除。

（4） 若一个整数的末尾两位数能被4 整除，则这个数能被 4 整除。

（5） 若一个整数的末位是 0 或 5，则这个数能被 5 整除。

（6） 若一个整数能被 2 和 3 整除，则这个数能被 6 整除。

（7） 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，减去个位数的2 倍，如果差是 7 的倍数，则原数能被 7 整除。如果差太大或心算不易看出是否7 的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相减、验差」的过程，直到能清楚判断为止。例如，判断133 是否 7 的倍数的过程如下：13－3×2＝7，所以 133 是 7 的倍数；又例如判断 6139 是否 7 的倍数的过程如下：613－9×2＝595 ， 59－5×2＝49，所以 6139 是7 的倍数，余类推。

（8） 若一个整数的未尾三位数能被8 整除，则这个数能被 8 整除。

（9） 若一个整数的数字和能被 9 整除，则这个整数能被 9 整除。

（10） 若一个整数的末位是 0，则这个数能被 10 整除。

（11） 若一个整数的奇位数字之和与偶位数字之和的差能被 11 整除，则这个数能被 11 整除。11 的倍数检验法也可用上述检查 7 的「割尾法」处理！过程唯一不同的是：倍数不是2 而是 1！

（12） 若一个整数能被 3 和 4 整除，则这个数能被 12 整除。

（13） 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，加上个位数的4 倍，如果差是 13 的倍数，则原数能被 13 整除。如果差太大或心算不易看出是否13 的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相加、验差」的过程，直到能清楚判断为止。

（14） 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，减去个位数的5 倍，如果差是 17 的倍数，则原数能被 17 整除。如果差太大或心算不易看出是否17 的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相减、验差」的过程，直到能清楚判断为止。
（15） 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，加上个位数的2 倍，如果差是 19 的倍数，则原数能被 19 整除。如果差太大或心算不易看出是否19 的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相加、验差」的过程，直到能清楚判断为止。

（16） 若一个整数的末三位与 3 倍的前面的隔出数的差能被 17 整除，则这个数能被 17 整除。
（17） 若一个整数的末三位与 7 倍的前面的隔出数的差能被 19 整除，则这个数能被 19 整除。
（18） 若一个整数的末四位与前面 5 倍的隔出数的差能被 23(或 29)整除，则这个数能被 23 整除。
（19） 能被 25 整除的数的后二位数字如果是 25 的倍数，那么这个数就是 25 的倍数。

数学理论的总结

奇偶性：

需要注意的两点：1.负数也有奇偶性。 2. 数字 0 因为能够被 2 整除，所以是偶数。

性质：1.奇数+/-奇数=偶数；偶数+/-偶数=偶数；偶数+/-奇数=奇数；（只要相同就是偶）2.偶数*奇数=偶数；偶数*偶数=偶数；奇数*奇数=奇数(只要有偶就是偶)

质合性：

任何一个大于 2 的偶数都可以表示为两个质数的和。

大于 2 的质数都是奇数，数字 2 是质数中唯一的偶数。

数字 1 既不是质数，也不是合数。

因子和质因子：

任何一个大于 1 的正整数，无论是质数还是合数都可以表示质数因子相乘的形式。

任意一个自然数的因子的个数为质因数分解式中每个质因子的指数加1 相乘的积。

一个完全平方数的因子个数必然为奇数；反之，任何一个自然数若有奇数个因子，这个自然数必为完 全平方数。若它有偶数个因子，则此自然数一定不是完全平方数。

只有 2 个因子的自然数都是质数。

若自然数N 不是完全平方数，则N 的因子中小于根号N 的因子占一半，大于根号N 的因子也占一半。

若自然数N 是完全平方数，并且根号N 也是N 的一个因子，那么在N 的所有因子中除去根号N 之外，小于根号N 的因子占余下的一半，大于根号N 的因子也占余下的一半。

如果自然数N 有 M 个因子，M 为大于 2 的质数，那么N 必为某一质数的（M-1）次方。

连续性：

如果 N 个连续整数或者连续偶数相加等于零（N 为大于 1 的自然数），则N 必为奇数。（注意要把 0 算上）

若 N 个连续奇数相加等于零（N 为大于 1 的自然数），则N 必为偶数。

奇数个连续整数的算术平均值等于这奇数个数中中间那个数的值。

偶数个连续整数的算术平均值等于这偶数个数中中间两个数的算术平均值。

前 N 个大于 0 的奇数的和为N^2。

任何两个连续整数中，一定是一奇一偶，它们的乘积必定为偶数。

任何三个连续整数中，恰好一个数是3 的倍数，并且这三个连续整数之积能够被6 整除。

若三个连续的自然数的算术平均值为奇数，则这三个自然数的乘积必为8 的倍数。

若三个连续的自然数的算术平均值为奇数，则这三个自然数的乘积必为24 的倍数。

数的开方和乘方：

a^n means the nth power of a.

自然数 N 次幂的尾数循环特征：尾数为 2 的数的幂的个位数一定以 2，4，8，6 循环；尾数为 3 的数的幂的个位数一定以 3，9，7，1 循环；尾数为4 的数的幂的个位数一定以 4，6 循环；尾数为7 的数的幂的个位数一定以 7，9，3，1 循环；尾数为8 的数的幂的个位数一定以 8，4，2，6 循环；尾数为9 的数的幂的个位数一定以 9，1 循环。

整除特性：能够被 2 整除的数其个位一定是偶数；能够被 3 整除的数是各位数的和能够被 3 整除；能够被 4 整除的数是最后两位数能够被 4 整除；能够被5 整除的数的个位是 0 或 5；能够被8 整除的数是最后三位能够被 8 整除；能够被 9 整除的数是各位数的和能够被 9 整除；能够被 11 整除的数是其奇数位的和减去偶数位的和的差值可以被 11 整除；（记住：一个数要想被另一个数整除，该数需含有对方所具有的质数因子。）

圆形排列和条形排列总结

先写规律：环形排列与直线排列相比，就相当于少了一个元素。所以可以先求直线排列，再求圆形排 列。以下的题都选自以前jj 里的题

例一、在已有 5 个钥匙的钥匙环中放入 2 个钥匙,这 2 个钥匙相邻的概率？
我的思路：第一种解法：题目可以转化为先将其中一把钥匙A 放入钥匙链种，这样 key chain 中就有 6 把钥匙了！然后再放另一把钥匙B，求钥匙B 和钥匙A 相邻的概率。六把钥匙六个位置，所以分母是 6（因为是圆）分子要求B 和A 相邻的话只有两个位置。所以是 2/6
第二种解法：利用这个规律
本题直线排列是：2C(1,6)/P(2, 7)
所以换成环形的话就应该是：2C(1,5)/p(2,6)=2/6
所以本题的答案是 2/6

例二、五个人站成一个圈的那道题：利用规律很容易得p(4,4)

例三、5 个点（其中有一红点）排成一个圆圈，5 个人 A、B、C、D、E，其中 A 必须站在红点上，问有多少种不同的站法
因为 A 点的位置是固定的，所以我们先排其他 4 个点。按环形排要少一个元素，所以这四个点排成一个圆形的话就是P(3,3)
他们排好后有 4 个位置可以放A，所以是 4
因而我认为答案应该是P(4,4)

例四、6 个盘子，一蓝 5 白，摆成一圈。五种坚果，其中有N 和 R，别的不知。如果N 或 R 之一必须放在蓝盘子中，其他盘子各放一个坚果，共有几种摆法。
[确认]： 240
[思路]：2*P(5, 4)=240
首先 6 个盘子 5 白一蓝排成一个圈的排法只有一种，所以只需考虑坚果的方法！
放入蓝盘子的坚果有N 或R 所以有两种。
其他五个盘子放 4 中坚果，与要考虑排列所以是P(5,4)
所以最后答案是 240

独立重复性试验总结

独立重复性试验的特点是：很难搞清顺序
先写规律：第一步：先求出特殊概率。第二步：找到特殊情况和一般情况之间的因子。以下的题目全部选自jj
例一、投一枚硬币 2n 次，求出现正面k 次的概率？
第一步：特殊概率，前k 次出现正面的情况 (1/2) ^k(1/2)^(2n-k)
第二步：特殊情况和一般情况之间的因子。C(k,2n)
所以答案为C(k,2n)*(1/2) ^k(1/2)^(2n-k)

例二、有 4 组人，每组一男一女，每组中各取一人问取出两难两女的概率？
第一步：前两组取男，后两组取女（1/2）^4
第二步：差的因子C(2, 4)
所以答案为C(2, 4) *（1/2）^4
例三、一个人投飞彪，击中靶心的概率为0.7，连续投 4 次飞彪，问有两次击中靶心的概率？
第一步：特殊情况：前两次击中，后两次没击中：（0.7）^2(0.3)^2
第二步：差的因子：C(2,4)
所以答案为C(2,4)*（0.7）^2(0.3)^2
例四、某种硬币每抛一次正面朝上的概率为0.6 问连续抛 5 次，至少有 4 次朝上的概率？
有 5 次朝上（0.6）^5
有四次朝上C(4,5)*0.6^4*0.4
所以答案为（0.6）^5+C(4,5)*0.6^4*0.4

关于 GMAT 数学中求余数问题的一个简单方法

个人建议：在您看这份文档的同时，准备一支笔，一张草稿纸。如果看到例题，跟我的步骤，一步一步地同时写下来，这样比光看屏幕，要理解得更快！

我在自己的讨论稿文档里，求余的时候，都会用到mod 这个运算符。
mod：模。意思就是求余数。
比如说：5 mod 3=2， 100 mod 11=1
读作：五模三余二，一百模十一余一

这是标准的公式化写法，大家可能不太熟悉，但是知道意思了，其实也很简单。引入Mod，主要是可以用数学公式来写，而且可以把求余数的问题化简成为普通的四则运算的问题，也比较容易表达。
在讲如何求余之前，先来普及一下余数的一些性质。

首先就是余数的加减法：比如说 100 除以 7 余 2，36 除以 7 余 1。那么 100+36 除以 7 余几呢？或者 100-36 除以 7 余几呢？很显然，只要用 100 除以 7 的余数 2 与 36 除以 7 的余数 1 进行加减就可以得到答案。通过这个例子可以很明显的看出来，余数之间是可以加减的。
总结写成书面的公式的话，就是：(M＋N) mod q=(（M mod q）+（N mod q））mod q

然后我们再看余数的乘法：我们继续来看上面这个例子，如果要求100*36 除以 7 的余数是多少，该怎么求呢？
我 们 不 妨 来 这 样 做 ： 100=98+2=7*14+2，36=35+1=7*5+1
；
这 时 100*36=（7*14+2）（7*5+1）=7*14*7*5 + 2*7*5 + 7*14*1 + 2*1
很明显，100*36 除以 7 的余数就等于 2*1=2
于是我们可以得出这样的一个结论：求M*N 除以q 的余数，就等于M 除以q 的余数 乘以 N 除以q 的余数。

类似的，如果是求 N^m 除以 q 的余数呢？只要我们将 N^m=N*N*N*...*N，也就是说分别地用每个 N

除以 q 的余数相乘，一共m 个，得出的结果再对q 求余数，即可求出结果。

举例来说：求 11^4 除以 9 的余数。化成公式即是：11^4 mod 9=?
11^4 mod 9 = (9+2)^4 mod 9 = 2^4 mod 9 =16 mod 9 = 7

于是我们可以总结出这样的公式：
M*N mod q= (M mod q) * (N mod q) mod q
(M^n mod q = (M mod q) ^n mod q)

那么，我们知道了这些性质之后对解题又有什么帮助呢？

As we all know，如果一个数乘以 1，还是等于原数；而 1 的任意次方，还是等于 1。
所以在解答这一类的问题的时候，只要我们尽量把计算中的余数凑成与1 相关的乘式，结果显然会好算很多的。（或者-1，2 之类的比较容易进行计算的数字都可以，因题而异。）

举例说明：求 3^11 除以 8 的余数。题目即是：3^11 mod 8=?
3^11 mod 8
=3^10 * 3^1 (mod 8)
=(3^2)^5*(3^1) (mod 8)
=9^5 * 3 (mod 8)
=(8+1)^5 * 3 (mod 8)
=1^5 *3 (mod 8)
=3
发现没有，甚至没有去计算什么尾数的规律，答案就算出来了，而且只用了加减乘除。

那么再来看一道题目：求 (2^100) * (3^200) 除以 7 的余数
先化成计算公式：

(2^100)*(3^200) mod 7
=[2^(3*33 + 1)] * [3^(3*66 + 2)] mod 7
=[(2^3)^33 * 2] * [(3^3)^66 * 3^2] mod 7
=(8^33 * 2) * (27^66 * 9) mod 7
=[(7+1)^33 * 2] * [(28-1)^66 * 9] mod 7
=(1^33 * 2)* [(-1)^66 * 9] mod 7
=2*9 mod 7
=4

注意：如果余数有负号，就当做负数一样计算。

我步骤写得很详细，但其实只要是熟练了，基本上只要三四步答案一定就出来了，有没有觉得很简单 呢？赶紧找一两题来练练手吧，甚至随便写几个数字来做做试试看，像我上面的例题都是临时编的。

相信只要练习了三四道题目，以后再碰到这样的余数题，就会 会心地一笑：小样，秒掉你！

我做 GMAT 数学的一些小 trick

应我在CD 的一个好朋友要求，在下把作GMAT 数学时候的一点心得总结起来说几句，供大家参考。

一般来说， GMAT 数学难度确实没有多大。其知识点也基本上涵盖在市面上出售的教材当中，BLACKHORSE 大哥的讲义里面也总结得比较全面，我就没有必要再狗尾续貂了。想来想去，做数学唯一需要的就是认真再认真。一定要按步骤来。数学绝对不可以"想当然"，看不清题就更要不得了。一 定要逐句看。仅在此说说我做题时候一些小手段吧。

GMAT 数学部分分成两种类型的题。其中一种是PS，给五个选项的。这种题难度一般来说都不是大。毕竟会把答案摆在你眼前，有时候算错了是没有答案的，就知道自己错了可以重新算一次。这种题验 算也比较容易。因为题目一般是把条件给出来求结果。既然给出条件你能求出结果，那么算出来以后 不妨用上二三十秒的时间把答案代回去重新算一遍，看看能不能给出已知条件来。如果能，说明答案 肯定正确；不能，那么可能是答案解错了也可能是你验算的时候出现了一定问题。花点时间想一想， 时间是充分的。毕竟还有很多那种超级简单的小题等着你花十秒钟就可以做出来的。但是题简单并不 意味着你可以不检查，每个题都要至少算两遍。而相反，难题由于你会下意识的认真做，所以难题马 虎的概率反倒小。

解题的时候有几种非常快捷的方法可供使用。我总结了几种，欢迎大家一起来讨论。

第一、挨个试答案，最笨的办法有时候是最快的方法。这种题适用的范围不是很广泛，但是准确率高，只要某个答案符合就肯定可以成立。有时候特别是选项里面有I only， II IIIonly 之类的题可能效果不错。因为顺着解有时候容易丢解，就算真正算出来了也最好哪个都试试防止不全面。反正 一共就3 个。

例如：

150，200，250，n

Which of the following could be the median of the 4 integers listed above?

175

215

235

A. I only

B. II only

C. I and II only

D. II and III only

E. I, II, and III

像这道题用这个方法非常简单

第二、特殊值法。我个人比较喜欢用。这种方法用好了就出奇制胜一击必杀。但用不好就很容易出错。用的时候注意几个问题。

1. 一定要保证你所适用的特殊值是否符合题目中所规定的范围内。比方说，正负数，是否整数，可否为 0，n 个数能否相等之类的等等。还有些隐含的条件一定要注意。比方说8 月 JJ 里面一个题：

21 个数，第 1 个是后面 20 个平均数的 4 倍，问第 1 个数占 21 个数总和的几分之几。

最简单的方法就是设后面 20 个都是 1，第一个就是 4，4/24=1/6，连 10 秒都用不了就出来了。当然 JJ 做的时候可能会因为作者的原因丢掉一些限制条件，比方说如果说21 个 different number 就要注意了。

2. 要注意什么样的题可以用特殊值法什么样的不能用。一般来说"could be"的都可以，因为你只要试出一个值可以的，就没问题，但是"must be"往往不行。比方说：

If n is an integer greater than 6, which of the following must be divisible by 3?
A. n (n+1) (n-4)
B. n (n+2) (n-1)
C. n (n+3) (n-5)
D. n (n+4) (n-2)
E. n (n+5) (n-6)

这要是随便试个数，就很容易出现偶然情况，就是你试的那个数正好合适。要试3，就哪个都合适了。做"must"的题一定要证明。就像做数据充分性的题，一定要确认must，而不能是could。

目前就想出来两种。以后要是再碰巧想起来什么我会来加上。总之一定要认真，不管什么方法，不认真都不可能做出来。

ETS 出题虽然简单，简单在他需要的知识并不是很深很多，但并不代表都出那种傻子题。比方说见过有人问个题说，某公司规定，员工的年龄与工龄的和达到70 年就可以退休。某人刚上班的时候x 岁，退休时候工龄 y 年。问 x 与 y 的关系。这么看起来挺简单，但用英文表述起来罗罗嗦嗦一大套，个别人粗心，一看这太简单了，都给出来了 x+y=70，选项里面也有这个。这是傻子题。其实 ETS 再弱也会拐个弯的。考试的时候一看有这么简单就能解出来的题，第一个反应就应该是"可能我看错了"，需要更认真地读一遍。然后就会发现the age of an employee 后面还有两个很短但是非常关键的单词：when hired。然后就会得出结果x+2y=70。

再说说数据充分性的题。一般难度相对大的题都出在这种类型的题上。因为需要一个逻辑判断的过程。就算会做也很可能被绕进去而选择错误的答案。每个人都知道那种解题流程：先在不看 B 的情况下看A，然后假装不知道A 看 B，看完了可以确定A,B 还是D。如果都不行，那么就剩下CE 了。这时候两个条件并作一个条件，充分不充分就决定了C 还是E。这也许有人说我是废话但平时看很多在论坛上提问的 XDJM 不按照这个来做。经常是"像"，"感觉"之类的。数学往往最要不得这个。解语法

题，语感有时候很厉害，但数学需要系统的理论的东西。

比如：What is the value of 3^[-(x + y)] / 3^[-(x - y)]?

(1) x = 2

(2) y = 3

猛一看指数都不知道，很可能有人选E，得俩都知道才行么。但是把指数形式写成乘积形式，就看出来 3^(-x)可以约分掉就剩一个y 了。选 B。很可能算的时候算错了然后一看答案，突然就明白了哇原来这样。分析的必要几个步骤，绝对一个都不能少。

数据充分性的某些题也可以用特殊值法，但是排除不是确定。因为充分性都是问你能不能 must 的。对于自己感觉不对的答案，不要急于直接排除，想两个不同的值，代进去看看是不是能算出同一 个结果来。如果不能，那么肯定不充分了；如果能，可能该选项充分也可能自己举的例子都比较特殊。 总之如果举例子判断是否must 的，举的例子越偏越奇怪往往越能说明问题。

先说这么多吧一时半会也想不起来太多。以后想起什么我会回来补上。反正这东西最根本的东西 是你的知识水平，比方说概率，或者解析几何之类某方面的知识不够硬，就有可能碰上知识范围以外 的东西，那怎么着也做不出来。其次一定要认真，不认真，就算会做的题也做不对，一点办法都没有。 而且这种错误比不会做还窝囊。细致再细致。You can never be too 细致。我说的这都是一些基本tricks，可以有一定帮助，但不能主宰你的最后分数。GMAT 数学虽然简单，但是都做对了并不容易； 虽然都做对了不容易，但是错一两个也能拿到满分吧。我说话的时候用了很多词"一般，大概，往往" 之类的。因为数学不会有一个什么定势让你去算的，不同的方法适应不同的题，具体问题要具体分析。 所以还需要大家多多练习。努力+细致，51 分，轻松愉快。

有些朋友可能觉得我说的有不少是挺废话的东西，但我觉得都做到了不是很容易。而且有的地方还不是很全面。大家见笑了。我以后还会把这个帖子补全。

祝那孩子，还有广大CD 友们考试成功。

1.1.1 概率问题

概率问题的难度普遍不算小，而且占的比重比较大，基本上每套题里都得变着花样出几个。公式也较为复杂。

有关于集合类型的公式，AUBUC 等于什么什么之类的，花样又多记忆也繁琐，所以韦氏图是一定要会画的。会了这个什么公式都能自己推出来。比方说AUBUC 等于什么？画一个图，

AUBUC=三块加起来，但是会发现橙色，绿色和紫色的地方每个加了两遍，再都减去一遍；减完了发现 中心黑色的地方多减了一遍，再加回来，就是那个公式了：P（A U B U C)= P(A)+P(B)+P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)

所有的那种“多少属于A 多少属于B，多少人又有A 又有 B 多少人什么都没有”这乱七八糟的东西用韦恩图都非常方便。

概率第二个难点是排列组合。

什么时候用排列什么时候用组合，什么时候用指数形式？后一次选择跟前一次选择没有关系的，用指 数。比方说一个屋子五个人，问他们各自出生在星期几的事件有几种可能。甲星期几生跟乙丙丁若干 人没有任何关系，你生你的我生我的。一星期七天，所以所有的可能性就是7^5。而排列组合问题， 往往是第一次抽的时候拿出来了，第二次就没它了。比方说十二个人里选三个，第一次抽了我，再选第二个人的时候就没我了。指数形式适用于“不放回”，而排列组合用于“放回”

什么时候用排列什么时候用组合？能区分的用排列，不能区分的用组合。比方说从 8 个人里选三个人出国，问有几种可能。选出来就是出国，没有分别，就是8 个里面选 3 个，C38。从 8 个人里选三个人分别去老挝越南和柬埔寨，有几种可能？老挝，越南，柬埔寨抽象地看就是三个位置的编号，表明 三个地方是不同的，抽出来以后要排列。我去老挝你去越南跟我上越南你上柬埔寨是不一样的。所以排列，P38。

排列组合的题还有一个容易混淆的地方，什么时候用减什么时候用除。以前也有朋友问过。题

一：有 1,2,3,4,5 五个数，如果偶数不能够相邻，问能够构成多少个5 位数？

解：P55-P44 x P22=72

题二：4 个* 号和 2 个？号一共能够组成多少种可能的密码？

解：P66 / P44*P22 =15

像买鱼，咱们掐头去尾说中段，用最精炼的话找出两个题所给信息中最大的不同来，就是上面两个题最大的不同来。题一是“不能要”，题二是“不能区别”。不能区别的，用除法；不能要的，用减法。举个极端的例子，十位数是 1 的两位数，不能是 11，有几种可能性。这个问题比较极端但我就是借此说问题。十位数是1 的一共有 10---19 共 10 个，不能是 11，怎么办？减掉。还剩下9 个。具体到第一题：不能偶数相邻怎么办？把偶数相邻的情况，用全部的情况减掉，就行了。

而第二题，能要吗？哪个都能要，只是他们无法区分。先全排列，然后发现，对于某个密码，其中的两个*相互交换位置，所排列出来的密码是一样的；同理 4 个?号也无法区分。用除法把他们各自的排列除掉。不是很好理解。还有个题，我记不清数字了自己编一个。红黄蓝三种车。三个红的，两个黄 的两个兰的。如果每个车都不同，有夏利有法拉利有捷达有奔驰什么的，排列怎么排？P88。如果三 个红的都是一样的，都是夏利。怎么排？还是P88，他们仨不能区分，就除以他们仨的全排列P33， P88/P33 答案。如果黄的也都不能区分，都是奔驰。再除他俩的排列P22，P88/(P33*P22)。如果兰的也不能区分呢？再除。

先说这么两句。概率题花样多解法多，trick 也多。以后想好了再补上。补丁版本也会更新。感谢大家支持。

Patch 1.2，数列及其相关性质

1.2.1 数列

数列就是一坨数。可以有限个数也可以无限个数，可以有相等的也可以全不相等也可以全都相等。按照数列的表达形式不同，题目中经常出现的数列大概可以分为那么两种：

第一是用通项公式表示的。把 an 用 n 来表示。表明数值与其编号的关系。最常见的是等差数列 an=a1+(n-1)d，和等比数列an=a1*q^(n-1)。求和问题也是很常见的。两个求和公式。等差数列求和公式=（首项+末项）*项数/2，不难记。等比数列前n 项和公式a1*(1-q^n)/(1-q)，也不复杂，念顺了就行了。特别的当无穷等比数列的公比 q 的绝对值小于 1 的时候，就是说-1<q<1 时，因为当 n 趋近于无穷时 q^n--->0，所以该等比数列的所有项的和可以求出来，等于a1/(1-q)，不难算。这个公式经常被用于近似等比数列中某几项的和，求其范围。因为不管挑出多少项来，其和肯定比全部的 和要小，所以a1/(1-q)就是上限。要具体到题来说。我一时也想不起来合适的题，以后见到再补。

第二就是那种后一项用前一项或者前几项来表示的。比方说给了 a1，a2，然后说对于任何 n>2，an=an-1 - an-2 之类的，然后让你求前 100 项和之类的。这种题肯定有规律。把前面十项八项的都算出来，别怕麻烦，然后加加就发现，从1 开始，每 4 个数，或者 6 个数，或者每 p 个数的和都是一个数 d，然后用乘法看看前 100 个里面有几个 p 个数就有几个 d，若是不能整除，差几个就单独加上。要细心。

1.2.2 平均数和中位数

这种题很多但感觉都不难。对于中位数的题就把所有的项，不管有多少，从大到小或者从小到大排队，找中间的那一个数，或者中间两个数的平均值。有的题给个复杂的大图表。做 100 个的有 15 个人，90 个的有 20 个，80 个的有 40 个，作 10 个的有 10 个，求median。数字是我编的就说个意思。有人问过这种题。一样把他们排队。15 个做 100 的，就写 15 个 100（不用真写自己明白就行了），然后写 20 个 90最后写 10 个 10，看最中间那个就是median，不难。

1.2.3 方差与标准差

方差有点复杂了。关键是不很好理解而且计算太麻烦。首先说方差说明一个什么问题？两个班 考试，平均分都是 70 分。看起来都一样。但分析每个人的成绩发现，一班有同学考100，有 90，有60 有 30 的。二班呢，每个人成绩都是六七十分，左右差不离。就说明一班比二班成绩波动要大，分布的不够集中。假设第 i 个人的成绩是 Xi，平均成绩是 X，则每个人跟平均成绩的差距就是Xi-X， 把一个班每个人和平均成绩的差距加起来就是：

(X1-X)+(X2-X)+ (Xn-X)=(X1+X2+ Xn)-nX=0。可见平均数不具有衡量分布的集中程度的性质。

因为其中有正有负就抵消了。那么把每项都平方，就都变成正数了，加起来可以说明问题，这就是方 差 DX=[(X1-X)^2+(X2-X)^2+ +(Xn-X)^2]/n 。

上面方差的定义公式一定要记住，但是还有一个比较重要的公式有时候比较方便分析：[attachimg]40685[/attachimg]

是由定义公式推导而来的，我就不再证明了。简化一下就是 DX=nE(X^2)-(EX^2)。GMAT 里面考方差一般不是考计算而是考你对方差的理解，只要明白方差是跟数据密集程度有关的量就行了。另外要注意 是方差还是标准差。

还是那句话，有题再补上。

1.2.4 正态分布

正态分布的题我只见过一个。说一个地区什么什么在 68%的范围之内那个，问过好多遍的，GWD 或者天山里面的我一时也找不到。最后答案是84%。

感觉很多人对正态分布有极大的误解。经常看到有朋友言必称正态分布。问概率题，方差题，还有抛物线，都有叫“正态分布”的，感觉大家对这个有点怕怕，所以看见不会做得就说是正态分布。 正态分布反映的实际上是一个“中庸”思想。就是越中间的越多。在生活中广泛存在。比方说生产一 批零件，因为我们的车床都是相同的，生产出来的规格也都是固定的，比方说是10 厘米。但我们知道由于生产情况不同不可能哪个零件都一模一样，肯定有大点的有小点的，但不会太离谱。所生产出 零件的大小肯定都在 10 厘米左右。肯定接近 10 的最多，然后 9.9 或者 10.1 的就稍微少一点但是也不少，如果偏得太离谱，5 厘米或者 15 厘米一个，基本上是不可能出现的。除非机器坏了。9 厘米一个的可能有但是比较少。于是就形成了一个，10 厘米附近概率最大，越往两边概率越小得这么一个图。生活中很多东西都是这样的。比方说成年人的身高，肯定是一米六七八的比较多，一米二三的 就少，姚明也少。比方说班里考试的成绩，考100 分的可能就一两个，考二三十分的也不多。多数应该都是六七八十分。这种中间高两边低成对称状分布的就可以近似认为是正态分布。(数学上的正态 分布有公式非常复杂。[attachimg]40687[/attachimg]

形状像一个钟又叫钟形分布。统计上面还有“左偏”，“右偏”，比方说某老师人称 X 校“四大名补”之首，判卷子苛刻无比以挂学生为乐，他判出来的卷子肯定分比别人低。那个钟形分布也就会低分部 分人多高分部分人比较少不是标准正态分布。造成右边偏出来一大块空白，就叫“右偏”。这不是GMAT 讨论的了。帮助大家理解。

总之GMAT 考正态分布应该不会考太多花样，只要知道mean 是最中间的那个对称轴所在的地方，

出现频率最高；越往两端越低而且都是对称的就可以了。曲线与 X 轴围成的面积，就是该数值在某一范围内发生的概率。全域上面的整个面积就是事件发生的总概率1。到时候画个图，用竖线标出值来， 在围成的面积上写上所发生的概率，根据意义和所求值加加减减的就可以了。我那时解84%那个题画 了个巨丑的图找了半天没找到。

补充一个关于正态分布的题，今天有朋友问到的。

常规分布的一组数，68%的数落在与一个standard deviation 区间内，95%落在 2 个 standard deviation， 然后一个研究显示 1000 只猴子的身长也是这么一个常态分布的情况，这组猴子的平均身长是 60 厘米，standard deviation 是 10 厘米，问多少 percent 的猴子身长是在 70 厘米到 80 厘米区间的？

还借那个正态分布的图说明吧。

[attachimg]40701[/attachimg]

50--70 的面积是 68%，40---80 的面积是 95。求 70-80 的面积，理解了就很简单

1.3 关于几何问题

几何问题遇到的也不少。一般可以分为两个方面的东西。第一是立体几何或者平面几何，考察几何基本知识和空间想象能力等；第二类是解析几何，考验对常见图形解析式的理解。

1.3.1 立体几何与平面几何

一直觉得这类题目应该都是白给分的题目，因为图形摆在那里想算错也困难。一些有难度的题要么考察公式公理要么考察想象能力。考察公式的没办法只能去记忆。勾股定理不用说，正弦余弦定理的公式推荐也记住，尽管没见过什么要求用此计算的但有助于分析问题。圆柱圆锥球体等常见旋转体 的表面积公式体积公式必须烂熟于心。考验想象能力的题目关键就是连辅助线。记得上初中时候学平

面几何，每天大家都讨论不少难题，有时候老师也挑难题让同学们上去做。基本上每个题都得作辅助 线。上去同学一连，老师要看连对了这题就不用讲了。总之平面几何立体几何题看大家问得很少想必 没什么困难我也不多废话了。注意要看清题。几何题给出条件的方式多种多样，有时候就在图上标出 不很显眼容易被忽略。注意看图和题中的每一句话。

1.3.2 解析几何

我见过的 GMAT 出的解析几何图形只有直线和抛物线。圆都没见过，椭圆更没有了。双曲线似乎也没有。直线要注意斜率问题，注意直线与 y 轴平行的时候直线没有斜率。有题问一个直线斜率的范围，计算出来之后一定注意正负性。抛物线公式 y=ax^2+bx+c，对称轴是 x=-b/2a，与y 轴交于(0,c) 点，顶点（就是最高或者最低点）坐标是(-b/2a，(4ac-b^2)/4a)，这几个公式用于根据给定条件判断参数范围用。顶点问题也用于判断极大值极小值。

因为解析几何参数多，所以经常出数据充分性的题。计算繁琐，常涉及到不等式，出错的概率蛮大的一定要细心。

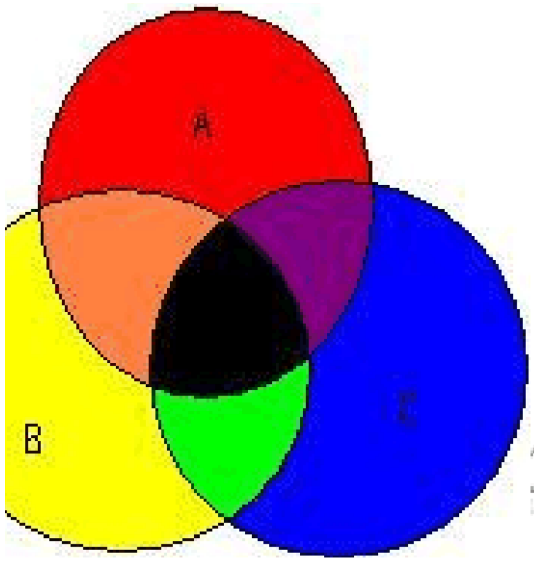
1.4 百分数，比例，倍数等

因为 GMAT 的特殊性质，跟商业活动有关的工资啊，成本，利息，利润等经常用来出题。出的最多的就是哪年是哪年的百分之多少之类的题了，计算比较繁琐，特别是若考充分性的题，极易出错。 对于这些问题需要注意几点。

1. 分清分子分母。有几个朋友问过分不清百分数中分子分母怎么办。有个窍门就是，翻译成汉语，“比”字，“是”字后面的是1 倍量，“的”字前面的是1 倍量。比如说 1998 年比 1997 年多 10%，1997 年是 1 倍量，98 年是 110%；97 年比 98 年少 10%，98 年是 1 倍量，97 年是 98 年的 90%，如果还设 97 年是 1，那么 98 年是 111.1%。

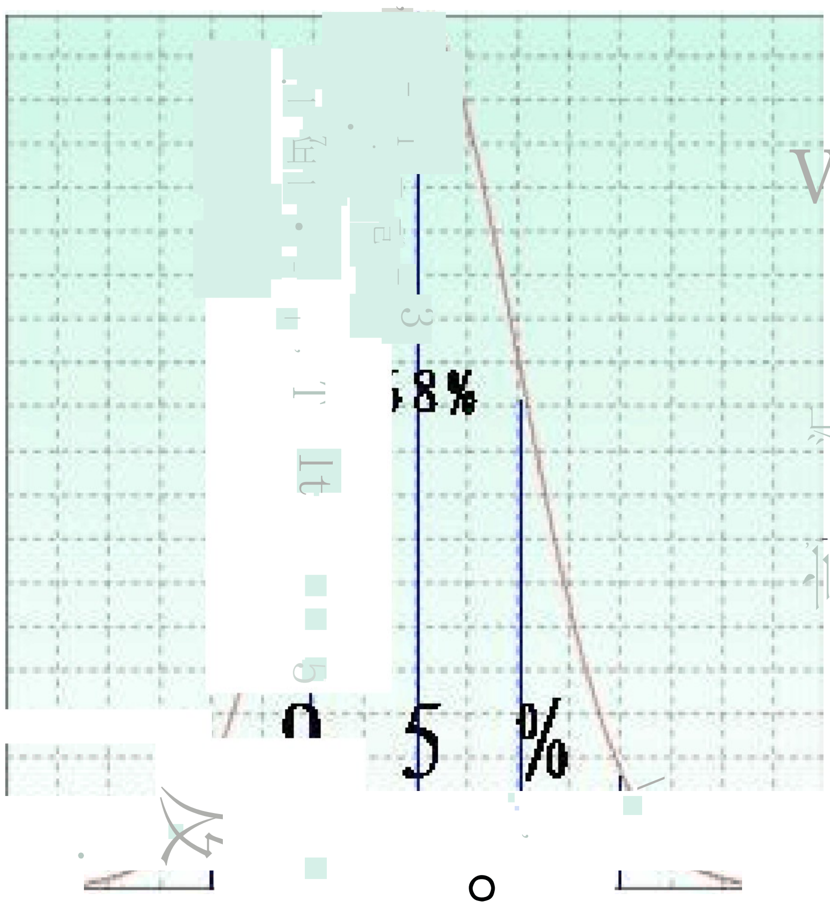
2. 倍数问题注意：是哪年的几倍和比哪年多几倍。英语汉语都是一样的。翻译过来就能通。

3. 对于给字母的题，千万要注意是 P percent 还是 P，比上一年增长了P 和增长了P%是不一样的。假设增长了百分之五十。如果说增长了P，那么 P 就是 0.5；增长了 P%，就是 P/100，那么 P 就等于 50。很多题在这上面玩文字游戏绕人进去。小心。



4.　　汇』［（示+志+----+心）一配］
”!

f(x) = 斷 ^{1} o"e 之二 正 -OO <x <004



余数题

余数题，顾名思义，就是j 除以 k 的余数。在GMAT 中，余数题的考法以错误！**未找到引用源。**除以

k 的余数为多少,其中n 很大，居多。好多TX 都苦于寻求这类题的一类解法。下面请允许我给大家介绍一下我的通解：
理论上我的通解基于一个定理—高中的二项式定理：

$$(p+q)^n=\sum_{i=0}^{n}C_n^ip^iq^{n-i},\text{其中}C_n^i=\frac{n!}{(n-i)!\,i!}$$

根据此定理，我们可以把**错误！未找到引用源。**拆成**错误！未找到引用源。**的形式，其中 p 为 k 的倍数（设p=mk），q 为小于等于k 的非负整数（拆成）；如果j 小于k，则拆成**错误！未找到引用源。**的形式；有人会想到n 为奇数，没关系，提出一个j 后就是偶数次幂，拆成**错误！未找到引用源。**就行了；还有人有疑问，**错误！未找到引用源。**也小于k 该怎么办呢？没关系，继续上面的方法拆啊。为简化讨论，以下以 n 为偶数，j>k 的情况为例。然后由此定理的，该展开式的前（n-1）项的形式为：**错误！未找到引用源。**。含有 k 必能被 k 整除。于是乎，问题就转化为**错误！未找到引用源。**除以 k 的问题了，这个问题和**错误！未找到引用源。**除以 k 的余数问题等价。如果运气好，q=1,直接可以得到余数为 1（GMAT）.如果运气不好，继续用上述方法拆，最后一定会得到结果的。以下举例题演示：
1、**错误！未找到引用源。**除以 15 的余数：
　错误！未找到引用源。=**错误！未找到引用源。**=**错误！未找到引用源。**
　=>问题转化为**错误！未找到引用源。**能否被 15 整除
　错误！未找到引用源。=**错误！未找到引用源。**=**错误！未找到引用源。**=**错误！未找到引用源。**=>问题转化为**错误！未找到引用源。**能否被 15 整除—显然，余 4

2、**错误！未找到引用源。**除以 8 的余数：
　错误！未找到引用源。=>问题转化为**错误！未找到引用源。**除 8 的余数—显然，余 1 3
、**错误！未找到引用源。** 除以 8 的余数：
　错误！未找到引用源。=>问题转化为**错误！未找到引用源。**除 8 的余数—显然，余 1

很多同学对余数题都不知如何下手，其实前辈们已经为我们总结了很多方法，为方便大家，我在这里 给大家汇总 2 种最常用，同时也比较便捷的解题思路，希望能帮大家顺利通过考试。注：版权归原作者所有，俺只是负责宣传，：）

如果看不懂推理过程，也不必计较，直接记住方法就可以了。同时希望大家顺手up 下，以便帮助后面的同学。
第一种、设通项式求解。

通项 S，形式设为S=Am+B，一个乘法因式加一个常量

系数 A 必为两小通项因式系数的最小公倍数

常量 B 应该是两个小通项相等时的最小数，也就是最小值的S

例题：4－JJ78(三月 84).ds 某数除 7 余 3，除 4 余 2，求值。

解：设通项S=Am+B。由题目可知，必同时满足S=7a+3=4b+2

A 同时可被 7 和 4 整除，为 28（若是S＝6a+3=4b+2，则 A＝12）

B 为 7a+3=4b+2 的最小值，为 10（a=1.b=2 时，S 有最小值 10）

所以 S＝28m＋10

满足这两个条件得出的通项公式，必定同时满足两个小通项。如果不能理解的话，就记住这个方法吧， 此类的求通项的问题就能全部，一招搞定啦

扫除 GMAT 数学死角之余数方法集合(来自美国论坛)

Introduction(赶时间的童鞋可以略过。。。只是一些概念帮助童鞋们回忆余数~~~)
Definition
If x and y are positive integers, there exist unique integers q and r, called the quotient and rema
respectively, such that y= divisor * quotient + remainder = xq + r; and 0<=r < x.
For example, when 15 is divided by 6, the quotient is 2 and the remainder is 3 since 15 = 6*2+3.
Notice that 0<= r < x means that remainder is a non-negative integer and always less than divisor.
This formula can also be written as y/x = q + r/x.

Properties
When y is divided by x the remainder is0 if y is a multiple of x.
For example, 12 divided by 3 yields the remainder of 0 since 12 is a multiple of 3 and 12 = 3*4+0.
When a smaller integer is divided by a larger integer, the quotient is 0 and the remainder is the
integer.
For example, 7 divided by 11 has the quotient 0 and the remainder 7 since 7=11*0+7
The possible remainders when positive integer y is divided by positive integer x can range from 0 t
x-1.
For example, possible remainders when positive integer y is divided by 5 can range from 0 (when y i
multiple of 5) to 4 (when y is one less than a multiple of 5).
If a number is divided by 10, its remainder is the last digit of that number. If it is divided by 1
the remainder is the last two digits and so on.
For example, 123 divided by 10 has the remainder 3 and 123 divided by 100 has the remainder of 23.

1. Collection of Methods

Method 1：小数法

A way that the GMAT will test remainders is what you would typically just divide back into the problem to determine the decimals:

25/4 = 6 remainder 1

Divide that 1 back by 4 to get 0.25, so the answer is 6.25.

Any number with a remainder could be expressed as a decimal.

The remainder provides the data after the decimal point, and the quotient gives you the number to t left of the decimal point.

Consider this problem (which appears courtesy of GMAC):

Example： When positive integer x is divided by positive integer y, the remainder is 9. If x/y = 96.12,what is the value of y?

(A) 96 (B) 75 (C) 48 (D) 25 (E) 12

Sol：

Going back to the concept of the remainder, the remainder of 9 is what will give us that 0.12 after decimal place. The answer to the division problem x/y is either:

96 remainder 9

Or

96.12

Therefore, when the remainder of 9 is divided back over y, we get 0.12. Mathematically, this means that:

9/y = 0.12

0.12y = 9

12y = 900

y = 900/12

y = 300/4

y = 75

The correct answer is B.

方法二：重建法

Given that an integer "n" when divided by an integer "a" gives "r" as reminder then the integer"n" be written as

n = ak + r

where k is a constant integer.

Example 1: What is the remainder when B is divided by 6 if B is a positive integer?

(1) When B is divided by 18, the remainder is 3

(2) When B is divided by 12, the remainder is 9

Sol：

STAT1 : When B is divided by 18, the remainder is 3

So, we can write B as

B = 18k + 3

Now, to check the reminder when B is divided by 6, we essentially need to check the reminder when 18k + 3 is divided by 6
18k goes with 6 so the reminder will 3
So, it is sufficient
STA T2 : When B is divided by 12, the remainder is 9
So, we can write B as
B = 12k + 9
Now, to check the reminder when B is divided by 6, we essentially need to check the reminder when 12k + 9 is divided by 6
12k goes with 6 so the remainder will be the same as the reminder for 9 divided by 6 which is 3
So, reminder is 3
So, it is sufficient.
Answer will be D

Practice:
What is the remainder when positive integer t is divided by 5?
(1) When t is divided by 4, the remainder is 1
(2) When t is divided by 3, the remainder is 1

这题请大家自己试一试哦。毕竟嘛。。。看的效果还是不如自己做一题的效果好哇~~~ 下面大片的黄色区域都是讲解哦。。。所以大家不用担心~~~试着做一做吧~~~加油↖(^ω^)↗

Sol :
STA T1: When t is divided by 4, the remainder is 1
t = 4k +1
possible values of t are 1,5,9,13
Clearly we cannot find a unique reminder when t isdivided by 5 as in some cases(t=1) we are getting the reminder as 1 and insome(t=5) we are getting the reminder as 0.
So, INSUFFICIENT
STA T2: When t is divided by 3, the remainder is 1
t = 3s + 1
possible values of t are 1,4,7,10,13,16,19
Clearly we cannot find a unique reminder when t is divided by 5 as in some cases(t=1) we are gettin the reminder as 1 and in some(t=10) we are getting the reminder as 0.
So, INSUFFICIENT
STA T1+STA T2 : there are two approaches
1. Write the values of t from stat1 and then from stat2 and then take the common values
From STAT1 t = 1,5,9,13,17,21,25,29,33
From STAT2 t = 1,4,7,10,13,16,19,22,25,28,31,34
Common values are t = 1,13,25,
2. Equate t = 4k+1 to t=3s+1
We have 4k + 1 = 3s+1
k = 3s/4
since,k is an integer so only those values of s which are multiple of 4 will satisfy T1 and both STA

STA T2
so, common values are given by t = 3s + 1 where s is multiple of 4
so t = 1,13,25 (for s=0,4,8 respectively)
Clearly we cannot find a unique reminder when t is divided by 5 as in some cases (t=1) we are getti
the reminder as 1 and in some(t=10) we are getting the reminder as 0.
So, INSUFFICIENT
So, answer will be E

Example 2 : If p and n are positive integers and p > n, what is the remainder when p^2 - n^2 is divid
by 15 ?
(1) The remainder when p + n is divided by 5 is 1.
(2) The remainder when p - n is divided by 3 is 1

Sol:
STA T1 : The remainder when p + n is divided by 5 is 1.
p+n = 5k + 1
but we cannot say anything about p^2 - n^2 just from this information.
So, INSUFFICIENT
STA T2 : The remainder when p - n is divided by 3 is 1
p-n = 3s + 1
but we cannot say anything about p^2 - n^2 just from this information.
So, INSUFFICIENT
STA T1+STA T2 :
p^2 - n^2 = (p+n) * (p-n) = (5k + 1) * (3s + 1)= 15ks + 5k + 3s + 1
The reminder of the above expression by 15 is same as the reminder of 5k + 3s + 1 with 15 as 15ks w
go with 15.
But we cannot say anything about the reminder as its value will change with the values of k and s.
So INSUFFICIENT
Hence answer will be E

Example 3 : If n is a positive integer and r is the remainder when 4 +7n is divided by 3, what is th
value of r?
(1) n+1 is divisible by 3
(2) n>20.

Sol:
r is the remainder when 4 + 7n is divided by 3
7n + 4 can we written as 6n + n + 3+ 1 = 3(2n+1) + n +1
reminder of 7n+4 by 3 will be same as reminder of 3(2n+1) +n +1 by 3
3*(2n+1) will go by 3 so the reminder will be the same as the reminder of (n+1) by 3.
STA T1: n+1 is divisible by 3
n+1 = 3k (where k is an integer)
n+1 will give 0 as the reminder when divided by 3