【复试】2024年西安理工大学070100数学《复试:769数学综合(概率论与数理统计50%，常微分方程50%)之概率论与数理统计》考研复试仿真模拟5套卷

主编：掌心博阅电子书

青岛掌心博阅电子书 出品

特别说明

本书严格按照该科目考研复试最新题型、试题数量和复试考试难度出题，结合学长历年考研复试经验，整理编写了五套复试仿真模拟试题及答案解析并由学长严格审核校对。其内容涵盖了这一复试科目常出试题及重点试题，针对性强，是复试备考复习的重要资料。

因编撰此考研电子书属于首次，加之作者水平和时间所限，书中错漏之处在所难免，恳切希望广大考生读者批评指正。

目录

【复试】2024年西安理工大学070100数学《复试:769数学综合(概率论与数理统计50%，常微分方程50%)之概率论与数理统计》考研复试仿真模拟5套卷（一）

一、选择题

1．设(X,Y)服从平面区域G上的均匀分布,若D也是平面上某个区域,并以S_G与S_D分别表示区域G和D的面积,则下列叙述中错误的是__________.

A. $P\{(X,Y)\in D\}=\dfrac{S_D}{S_G}$

B. $P\{(X,Y)\notin G\}=0$

C. $P\{(X,Y)\notin D\}=1-\dfrac{S_{G\cap D}}{S_G}$

D. $P\{(X,Y)\in G\}=1$

【答案】A

2．设A，B为两个任意事件，则下列等式成立的是__________.

A. $\overline{A+B}=\overline{A}+\overline{B}$

B. $\overline{AB}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

C. $A+B=B+A\overline{B}$

D. $A+B=B+\overline{A}B$

【答案】C

3．设A,B为随机事件，A与B不同时发生用事件的运算表示为__________.

A. $\overline{A}+\overline{B}$

B. $A+B$

C. $\overline{A}B+A\overline{B}$

D. $\overline{A}\ \overline{B}$

【答案】A

4．设随机变量X服从(1,6)上的均匀分布,则方程$x^2+Xx+1=0$有实根的概率是__________.

A.0.7

B.0.8

C.0.6

D.0.5

【答案】B

5．**设总体** $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, \cdots, X_n$ **是简单样本,**

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, $S_1^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$, $S_2^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$, $S_3^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$,

$S_4^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$ **.那么服从** $t(n-1)$ **分布的是_________.**

A. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n}}$

B. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n}}$

C. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$

D. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

【答案】B

6．**若** $X \sim N(1,1)$ **,记其密度函数为** $f(x)$ **，分布函数为** $F(x)$ **,则_________.**

A. $P\{X \le 0\} = P\{X \ge 0\}$

B. $F(x) = 1 - F(-x)$

C. $P\{X \le 1\} = P\{X \ge 1\}$

D. $f(x) = f(-x)$

【答案】C

7．**设 X 服从参数** λ **的指数分布,则下列叙述中错误的是_________.**

A. $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$

B.对任意的 $x > 0$, 有 $P\{X > x\} = e^{-\lambda x}$

C.对任意的 $s > 0, t > 0$, 有 $P\{X > s + t \mid X > s\} = P\{X > t\}$

D. λ 为任意实数

【答案】D

8．**若事件** A, B **的概率为** $P(A) = 0.6$ **，** $P(B) = 0.5$ **，则** A **与** B **一定_________.**

A.相互对立

B.相互独立

C.互不相容

D.相容

【答案】D

二、解答题

9. **设是** $X_1,X_2,\cdots,X_n$ **相互独立的随机变量，且有** $E(X_i)=\mu,D(X_i)=\sigma^2,i=1,2,\cdots,n$ **记**

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,S^2=\frac{1}{n-1}\sum(X_i-\overline{X})^2$

(1)验证 $E(\overline{X})=\mu,D(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}$

(2)验证 $S^2=\frac{1}{n-1}\{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\overline{X}^2\}$

(3)验证 $E(S^2)=\sigma^2$

【答案】(1)

$$E(\overline{X})=E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\right)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(X_i)$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu=\mu$$

$$D(\overline{X})=D(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i)=\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}D(X_i)$$

$$=\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2=\frac{\sigma^2}{n}$$

(2)

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i^2-2X_i\overline{X}+\overline{X}^2)$$

$$=\frac{1}{n-1}\{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-2\overline{X}\sum_{i=1}^{n}X_i+n\overline{X}^2\}$$

$$=\frac{1}{n-1}\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\overline{X}^2\right\}$$

验证(3)

$$E(S^2)=E\left(\frac{1}{n-1}[\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\overline{X}^2]\right)$$

$$=\frac{1}{n-1}[\sum_{i=1}^{n}E(X_i^2)-nE(\overline{X}^2)]$$

$$=\frac{1}{n-1}[\sum(\sigma^2+\mu^2)-n(\frac{\sigma^2}{n}+\mu^2)]$$

$$=\frac{1}{n-1}[n\sigma^2+n\mu^2-\sigma^2-n\mu^2]$$

$$=\sigma^2$$

10. **设一类零件的重量都是随机变量，它们相互独立且服从相同的分布，其数学期望为 0.5kg，标准差为 0.1kg，试利用中心极限定理近似计算 5000 个此类零件的总重量超过 2510kg 的概率是多少？(** $\Phi_0(2)=0.9772,\Phi_0(1.4142)=0.9207,\Phi_0(1)=0.8413$)

【答案】利用独立同分布中心极限定理，设 X_i 表示第 i 只零件的重量 $i=1,2,...,5000$，

且 $E(X_i)=0.5,D(X_i)=0.1^2$

设总重量为 $Y=\sum_{i=1}^{5000}X_i$，则有

$E(Y)=5000\times0.5=2500, D(Y)=5000\times0.1^2=50$

由独立同分布中心极限定理可知 Y 近似的服从正态分布 $N(2500,50)$，而 $\frac{Y-2500}{\sqrt{50}}$ 近似服从标准正态分布 $N(0,1)$

所求概率为：

$$P\{Y>2510\}=P\left\{\frac{Y-2500}{\sqrt{50}}>\frac{2510-2500}{\sqrt{50}}\right\}$$
$$=P\left\{\frac{Y-2500}{\sqrt{50}}>1.4142\right\}$$
$$=1-P\left\{\frac{Y-2500}{\sqrt{50}}\le1.4142\right\}$$
$$\approx1-\Phi_0(1.4142)=1-0.9207=0.0793$$

11．**设各零件的重量都是随机变量，它们相互独立，且服从相同的分布，其数学期望为 $0.5kg$，均方差为 $0.1kg$，问 5000 只零件的总重量超过 $2510kg$ 的概率是多少?**

【答案】设 1500 只零件的重量分别为 $X_i\ (i=1,\cdots,5000)$，记 $X=\sum_{i=1}^{5000}X_i$，由定理一知，随机变量

$$Z=\frac{\sum_{i=1}^{5000}X_i-0.5\times5000}{0.1\cdot\sqrt{5000}}=\frac{X-2500}{\sqrt{50}}$$ 近似服从正态分布 $N(0,1)$，

$$P\{X>2510\}=P\left\{\frac{X-2500}{\sqrt{50}}>\frac{10}{\sqrt{50}}\right\}=1-P\left\{\frac{X-2500}{\sqrt{50}}\le1.414\right\}=1-\Phi(1.414)$$

=0.0793。则总重量超过 $2510kg$ 的概率是 0.0793。

12．**将试验进行到出现一次成功为止，以 X 表示所需的试验次数，求 X 的分布律。(此时称 X 服从以 p 为参数的几何分布)**

(1)将试验进行到出现次成功为止，以 Y 表示所需的试验次数，求 Y 的分布律。(此时称 X 服从以 r,p 为参数的巴斯卡分布)

(2)一蓝球运动员的投蓝命中率为 45%，以 X 表示他首次投中时累计已投蓝的次数，写出 X 的分布律，并计算 X 取偶数的概率。

【答案】下列试验都可看做贝努利试验

(1)第 X 次成功,前 X-1 次全失败

$p\{X=k\}=[C_{k-1}^{k-1}p^0(1-p)^{k-1}]p=(1-p)^{k-1}p$,k=1,2,…,

(2)第 Y 次成功,前 Y-1 次成功 r-1 次

$p\{Y=k\}=C_{k-1}^{r-1}p^r(1-p)^{k-r}$， k=r,r+1,…

(3)第 X 次投中,前 X-1 次全没有投中

$p\{X=k\}=0.45(1-0.45)^{k-1}$， k=1,2,…

$$\sum_{k=1}^{\infty} p\{X = 2k\} = \frac{11}{31}$$

【复试】2024年西安理工大学070100数学《复试:769数学综合(概率论与数理统计50%，常微分方程50%)之概率论与数理统计》考研复试仿真模拟5套卷（二）

说明：本书按照复试要求、大纲真题、指定参考书等公开信息潜心整理编写，由学长严格审核校对，仅供考研备考使用，与目标学校及研究生院官方无关，如有侵权请联系我们立即处理。

一、选择题

1. 设 $X \sim B(n,p)$，且 $E(X)=6, D(X)=3.6$，则 $n=$________.

A.30
B.20
C.15
D.10

【答案】C

2. 设X，Y相互独立，且都服从标准正态分布 $N(0,1)$，令 $Z=X^2+Y^2$,则Z服从的分布是________.

A.N(0，2)分布
B.单位圆上的均匀分布
C.参数为1的瑞利分布
D.N(0,1)分布

【答案】C

3. 设 $X \sim f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$,以Y表示对X的三次独立重复观察中“$X \le \frac{1}{2}$”出现的次数，则DY=________.

A. $\frac{9}{16}$
B. $\frac{16}{9}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{4}{3}$

【答案】A

4. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots X_{10}$ 相互独立,且 $EX_i=1, DX_i=2(i=1,2,\cdots,10)$，则下列不等式正确的是________.

A. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i -1\right|<\varepsilon\} \ge 1-\varepsilon^{-2}$

B. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i -1\right|<\varepsilon\} \ge 1-\varepsilon^{-2}$

C. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i -10\right|<\varepsilon\} \ge 1-20\varepsilon^{-2}$

D. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i - 10\right| < \varepsilon\} \le 1 - 20\varepsilon^{-2}$

【答案】C

5. **设** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ **是正态总体** $N(\mu, \sigma^2)$ **的一个样本，** σ^2 **是已知参数，** μ **是未知参数，记** $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ **，函数** $\Phi(x)$ **表示标准正态分布** $N(0,1)$ **的分布函数，** $\Phi(1.96) = 0.975$ **，** $\Phi(1.28) = 0.900$ **，则** μ **的置信水平为 0.95 的置信区间为__________.**

A.($\bar{x}$ - $0.975\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ， $\bar{x}$ $+0.975\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)

B.($\bar{x}$ - $1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ， $\bar{x}$ $+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)

C.($\bar{x}$ - $1.28\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ， $\bar{x}$ $+1.28\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)

D.($\bar{x}$ - $0.90\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ， $\bar{x}$ $+0.90\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)

【答案】B

6. **设随机变量** $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ **相互独立,且** $EX_i = 1, DX_i = 2(i = 1, 2, \cdots, 10)$ **，则__________**

A. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i - 1\right| < \varepsilon\} \ge 1 - \varepsilon^{-2}$

B. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i - 1\right| < \varepsilon\} \ge 1 - \varepsilon^{-2}$

C. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i - 10\right| < \varepsilon\} \ge 1 - 20\varepsilon^{-2}$

D. $P\{\left|\sum_{i=1}^{10} X_i - 10\right| < \varepsilon\} \le 1 - 20\varepsilon^{-2}$

【答案】C

7. **某种产品表面上的疵点数服从泊松分布,平均每件上有 1 个疵点,若规定疵点数不超过 1 的为一等品,价值 10 元;疵点数大于 1 不多于 3 的为二等品,价值 8 元;3 个以上者为废品,则产品的废品率为__________.**

A. $\frac{8}{3e}$

B. $1 - \frac{8}{3e}$

C. $1 - \frac{5}{2e}$

D. $\frac{5}{2e}$

【答案】B

8．**设 A,B 为随机事件,则下列各式中不能恒成立的是__________.**

A.P(A - B)=P(A) - P(AB)

B.P(AB)=P(B)P(A|B),其中 P(B)>0

C.P(A+B)=P(A)+P(B)

D.P(A)+P($\overline{A}$)=1

【答案】C

二、解答题

9．**求总体 N(20,3)的容量分别为 10，15 的两独立样本均值差的绝对值大于 0.3 的概率。**

【答案】设$\overline{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$，且由于总体 X~N(20,3)

$X_i \sim N(20,3)$

设$\overline{Y}=\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15}Y_i, Y_i \sim N(20,3)$

$\overline{X}\sim N(20,\frac{3}{10}), \overline{Y}\sim N(20,\frac{3}{15})$

$\therefore \overline{X}-\overline{Y}\sim N(0,\frac{1}{2})$

$$p\{|\overline{X}-\overline{Y}|>0.3\}=p\{\overline{X}-\overline{Y}>0.3\}+p\{\overline{X}-\overline{Y}<-0.3\}$$

$$=p\left\{\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{1}{2}}}>0.3\sqrt{2}\right\}+p\left\{\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{1}{2}}}<-0.3\sqrt{2}\right\}$$

$$=2\left[1-\Phi(0.3\sqrt{2})\right]=0.6744$$

10．**设**$x_1,x_2,\cdots,x_n$**是一样本值，令**$\overline{x_0}, \overline{x_k}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}x_i$。

证明：递推公式$\overline{x_k}=\overline{x_{k-1}}+\frac{1}{k}(x_k-\overline{x_{k-1}}), k=1,2,\cdots,n$。

【答案】右边=$\overline{x_{k-1}}+\frac{1}{k}(x_k-\overline{x_{k-1}})$

$=(1-\frac{1}{k})\overline{x_{k-1}}+\frac{1}{k}x_k$

$=\frac{k-1}{k}\sum_{i=1}^{k-1}\frac{1}{k-1}x_i+\frac{1}{k}x_i$

-$\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}x_i=\overline{x_k}$ 左边

11．**设总体 X 服从“0—1”分布，抽取样本**X_1，X_2，…X_n，**求样本平均值**$\overline{X}$**的概率分布，数学期望 E(**$\overline{X}$**)及方差 D(**$\overline{X}$**).**

【答案】可以证明$n\overline{X}\sim B(n,p)$，所以