

## 重难点 49 排列组合十七大题型汇总

01

内容速览

题型 1 相邻与不相邻 .....	1
题型 2 特殊位置特殊元素优先排 .....	2
题型 3 分组分配 .....	4
题型 4 课表问题 .....	5
题型 5 相对顺序不变 .....	6
题型 6 染色问题 .....	7
题型 7 立体几何染色 .....	10
题型 8 球放盒子 (不同元素) .....	11
题型 9 下电梯 .....	12
题型 10 公交车 .....	13
题型 11 数字问题 .....	14
题型 12 相同元素隔板法 .....	15
题型 13 空车位 .....	16
题型 14 最短路线问题 .....	17
题型 15 走楼梯 .....	19
题型 16 高低站位 .....	20
题型 17 配对问题 .....	21

02

重难点题型归纳

### 题型 1 相邻与不相邻



相邻和不相邻排列：

1. 相邻问题采取“捆绑法”；
2. 不相邻问题采取“插空法”；

【例题 1】(2023 上·辽宁丹东·高三校联考阶段练习) 三个家庭的 3 位妈妈带着 2 名女宝和 2 名男宝共 7 人踏春, 在沿行一条小溪时, 为了安全起见, 他们排队前进, 三位母亲互不相邻照顾孩子; 2 名女宝相邻且不排最前面也不排最后面; 为了防止 2 名男宝打闹, 2 人不相邻, 且不排最前面也不排最后面. 则不同的排法种数共有 ( )

A . 192 种 B . 288 种 C . 144 种 D . 96 种

【变式 1-1】1. ( 2023 上·安徽合肥·高三合肥一中校考阶段练习 )2023 年杭州亚运会期间, 甲、乙、丙 3 名运动员与 5 名志愿者站成一排拍照留念, 若甲与乙相邻、丙不排在两端, 则不同的排法种数有 ( )

A . 1120 B . 7200 C . 8640 D . 14400

【变式 1-1】2. ( 2023·全国·高三专题练习 ) 从三个班级, 每班随机选派两名学生为代表, 这六名同学被随机安排在一个圆桌会议室进行“深度学习与复习”座谈, 会议室的圆桌正好有六个座位, 则同一班级的两名同学恰好被安排在一起相邻而坐的概率为 ( )

A .  $\frac{1}{30}$  B .  $\frac{1}{15}$  C .  $\frac{2}{15}$  D .  $\frac{1}{20}$

【变式 1-1】3. ( 多选 ) ( 2024·全国·高三专题练习 ) ( 多选题 ) 下列人员的坐法种数为 24 的是 ( )

- A . 4 把椅子排成一排, 4 人随机就座
- B . 6 把椅子摆成一排, 3 人随机就座, 任何两人不相邻
- C . 4 人均不坐在写着自己名字的座位上
- D . 4 把椅子排成一排, 甲、乙、丙、丁四人中甲、乙必须相邻

【变式 1-1】4. ( 2023·全国·高三专题练习 ) 现有一圆桌, 周边有标号为 1, 2, 3, 4 的四个座位, 甲、乙、丙、丁四位同学坐在一起探讨一个数学课题, 每人只能坐一个座位, 甲先选座位, 且甲、乙不能相邻, 则所有选座方法有 种 . ( 用数字作答 )

## 题型 2 特殊位置特殊元素优先排



元素有特殊要求，位置有特殊限制的类型，一般情况下，可以直接思维，也可以间接思维

“正难则反”直接思维，可以从元素出发，特殊元素优先排，也可以从位置出发，特殊位置优先坐.

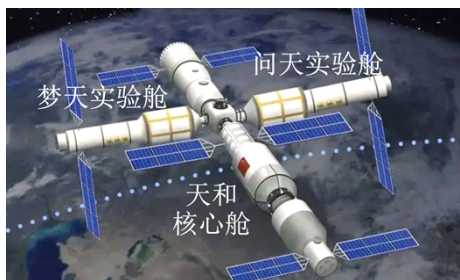
【例题 2】(2023·全国·高三对口高考) 运输公司从 5 名男司机，4 名女司机中选派 3 名男司机，2 名女司机，到  $A, B, C, D, E$  这五个不同地区执行任务，要求  $A$  地只能派男司机， $E$  地只能派女司机，则不同的方案种数是 ( )

A . 360 B . 720 C . 1080 D . 2160

【变式 2-1】1. (2023 上·江苏镇江·高三江苏省扬中高级中学校考阶段练习) 国家鼓励中小学校开展课后服务，某中学为了搞好课后服务工作，教务科组建了一批社团，学生们都能积极选择自己喜欢的社团. 目前话剧社团、书法社团、舞蹈社团、朗诵社团分别还可以接收 1 名学生，恰好甲、乙、丙、丁 4 名同学前来教务科申请加入，按学校规定每人只能加入一个社团，则甲进朗诵社团，乙进书法社团或舞蹈社团的概率为 .

【变式 2-1】2. (2023·全国·高三专题练习) 有 4 位同学在同一天的上、下午参加“身高与体重”、“立定跳远”、“肺活量”、“握力”、“台阶”五个项目的测试，每位同学上、下午各测试一个项目，且不重复. 若上午不测“握力”项目，下午不测“台阶”项目，其余项目上、下午都各测试一人. 则不同的安排方式共有 种 (用数字作答).

【变式 2-1】3. (2023·全国·高三专题练习) 中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱. 假设中国空间站要安排甲，乙，丙，丁，戊 5 名航天员开展实验，其中天和核心舱安排 3 人，问天实验舱与梦天实验舱各安排 1 人. 若甲、乙两人不能同时在一个舱内做实验，则不同的安排方案共有 种



【变式 2-1】4. (2023·全国·模拟预测) 中秋节假期间, 某医院要安排某科室的 2 名男职工和 2 名女职工进行 3 天值班 (分白班和夜班, 每班 1 名职工), 其中女职工不值夜班, 且每个人至少要值班一次, 则不同的安排方法共有 \_\_\_\_\_ 种 (用数字作答).

### 题型 3 分组分配



平均分配思维:

1. 同除相同元素的组数全排列.
2. 如果限制条件少, 可以以“盒”为单位一个一个“要人”, 不在排列了

【例题 3】(2023 上·重庆·高三重庆市育才中学校联考阶段练习) 加强学生心理健康工作已经上升为国家战略, 为响应国家号召, W 区心理协会派遣具有社会心理工作资格的 3 位专家去定点帮助 5 名心理特异学生. 若要求每名学生只需一位专家负责, 每位专家至多帮助两名学生, 则不同的安排方法共有 ( ) 种

A . 90 B . 125 C . 180 D . 243

【变式 3-1】1. (2023 上·内蒙古包头·高三统考开学考试) 将 3 名优秀教师分配到 2 个不同的学校进行教学交流, 每名优秀教师只分配到 1 所学校, 每个学校至少分配 1 名优秀教师, 则不同的分配方案共有 ( )

A . 3 种 B . 4 种 C . 5 种 D . 6 种

【变式 3-1】2. (2023·福建福州·

福建省福州第一中学校考三模)厦门市博物馆由厦门博物馆主馆、郑成功纪念馆、厦门经济特区纪念馆、厦门市文化遗产保护中心、破狱斗争陈列馆、陈化成纪念馆、陈胜元故居七个馆区组成.甲、乙两名同学各自选取一个馆区参观且所选馆区互不相同,若郑成功纪念馆和破狱斗争陈列馆至少有一个被选,则不同的参观方案有( )

A. 22种 B. 20种 C. 12种 D. 10种

【变式 3-1】3. (2023 上·云南昆明·高三云南省昆明市第十中学校考开学考试)现将 6 本不同的书籍分发给甲乙丙 3 人,每人至少分得 1 本,已知书籍 A 分发给了甲,则不同的分发方式种数是 . (用数字作答)

【变式 3-1】4. (2023 上·全国·高三专题练习)第 13 届冬残奥会于 2022 年 3 月 13 日在北京举行,现从 5 名男生、3 名女生中选 3 人分别担任残奥冰球、单板滑雪、轮椅冰壶志愿者,且只有 1 名女生被选中,则不同的安排方案有 种.

#### 题型 4 课表问题



排课表,是属于多重限制条件下的“特殊元素优先排”模型,综合运用:

- 1.元素相邻的排列问题——“捆绑法”;
- 2.元素相间的排列问题——“插空法”;
- 3.元素有顺序限制的排列问题——“除序法”;
- 4.带有“含”与“不含”“至多”“至少”的排列组合问题——间接法.

【例题 4】(2023 上·四川成都·高三石室中学校考阶段练习)2025 年四川省新高考将实行 3 + 1 + 2 模式,即语文数学英语必选,物理历史二选一,政治地理化学生物四选二,共有 12

种选课模式.假若今年高一的小明与小芳都对所选课程没有偏好,则他们所选六科中恰有四科相同的概率是( )

- A.  $\frac{1}{36}$     B.  $\frac{5}{12}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{1}{12}$

【变式 4-1】1. (2020 下·福建·高三统考阶段练习)2020 年初,我国突发新冠肺炎疫情.面对“突发灾难”,举国上下心,继解放军医疗队于除夕夜飞抵武汉,各省医疗队也陆续增援,纷纷投身疫情防控与病人救治之中.为分担“逆行者”的后顾之忧,某大学学生志愿者团队开展“爱心辅学”活动,为抗疫前线工作者子女在线辅导功课.现随机安排甲、乙、丙 3 名志愿者为某学生辅导数学、物理、化学、生物 4 门学科,每名志愿者至少辅导 1 门学科,每门学科由 1 名志愿者辅导,则数学学科恰好由甲辅导的概率为 .

【变式 4-1】2. (2020·四川成都·树德中学校考二模)中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”.“礼”,主要指德育;“乐”,主要指美育;“射”和“御”,就是体育和劳动;“书”,指各种历史文化知识;“数”,指数学.某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动,每艺安排一节,连排六节,一天课程讲座排课有如下要求:“数”必须排在第三节,且“射”和“御”两门课程相邻排课,则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有( )

A. 12 种    B. 24 种    C. 36 种    D. 48 种

【变式 4-1】3. (2018·浙江温州·统考一模)学校高三大理班周三上午四节、下午三节有六门科目可供安排,其中语文和数学各自都必须上两节而且两节连上,而英语、物理、化学、生物最多上一节,则不同的功课安排有 . 种情况.

【变式 4-1】4. (2022 上·广西贵港·高三统考阶段练习)在新的高考改革方案中规定:每位考生的高考成绩是按照 3 (语文、数学、英语)+2 (物理、历史)选 1+4 (化学、生物、地理、政治)选 2 的模式设置的,则在选考的科目中甲、乙两位同学恰有两科相同的概率为 .

## 题型 5 相对顺序不变



用定序问题的方法进行解决

【例题 5】(2022·河南郑州·统考模拟预测)某学校文艺汇演准备从舞蹈、小品、相声、音乐、魔术、朗诵 6 个节目中选取 5 个进行演出. 要求舞蹈和小品必须同时参加, 且他们的演出顺序必须满足舞蹈在前、小品在后. 那么不同的演出顺序种数有 ( )

A . 240 种 B . 480 种 C . 540 种 D . 720 种

【变式 5-1】1. (2023·海南·海口市琼山华侨中学校联考模拟预测)某展示柜共有 32 个不同的手办摆件, 起初上层放 14 个手办摆件, 下层放 18 个手办摆件, 现要从下层的 18 个手办摆件中抽 2 个调整到上层, 若其他手办摆件的相对顺序不变, 则不同的调整方法有 ( )

A . 18360 种 B . 24480 种 C . 36720 种 D . 73440 种

【变式 5-1】2. (2024 上·湖南常德·高三常德市一中校考阶段练习)毕业十周年校友们重返母校, 银杏树下, 有五名校友站成一排拍照留念, 其中甲不排在乙的右边, 且不与乙相邻, 则不同的站法共有 ( )

A . 66 种 B . 60 种 C . 36 种 D . 24 种

【变式 5-1】3. (2022·全国·高三专题练习)在一张节目表上原有 6 个节目, 如果保持这些节目的相对顺序不变, 再添加进去三个节目, 求共有多少种安排方法 .

【变式 5-1】4. (2021 上·宁夏银川·高三银川一中校考阶段练习)有 12 名同学合影, 站成了前排 4 人后排 8 人, 现摄影师要从后排 8 人中抽 2 人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的种数是 ( )

A . 168 B . 260 C . 840 D . 560

## 题型 6 染色问题



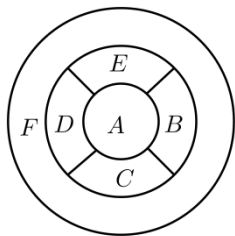


染色问题，要从“颜色用了几种”，“地图有没有公用区域”方向考虑：

- 1.用了几种颜色.如果颜色没有全部用完，就要有选色的步骤
- 2.尽量先从公共相邻区域开始.所以要观察“地图”是否可以“拓扑”转化比如，以下这两图，就是“拓扑”一致的结构

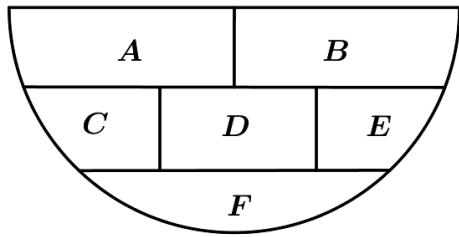


【例题 6】(2022·浙江·镇海中学校联考模拟预测) 给图中 A, B, C, D, E, F 六个区域进行染色，每个区域只染一种颜色，且相邻的区域不同色.若有 4 种颜色可供选择，则共有 ( ) 种不同的染色方案.

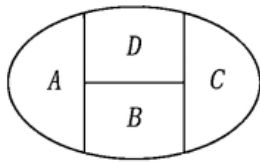


A . 96 B . 144 C . 240 D . 360

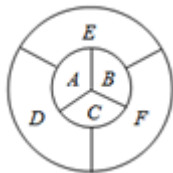
【变式 6-1】1. (2021·浙江·模拟预测) 在生物学研究过程中，常用高倍显微镜观察生物体细胞.已知某研究小组利用高倍显微镜观察某叶片的组织细胞，获得显微镜下局部的叶片细胞图片，如图所示，为了方便研究，现在利用甲、乙、丙、丁四种不同的试剂对 A、B、C、D、E、F 这六个细胞进行染色，其中相邻的细胞不能用同种试剂染色，且甲试剂不能对 C 细胞染色，则共有 \_\_\_\_\_ 种不同的染色方法 (用数字作答).



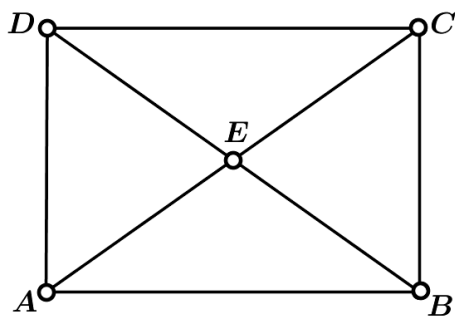
【变式 6-1】2. (2020·上海·高三专题练习) 如图, 用 6 种不同颜色对图中 A, B, C, D 四个区域染色, 要求同一区域染同一色, 相邻区域不能染同一色, 允许同一颜色可以染不同区域, 则不同的染色方案有  种.



【变式 6-1】3. (2020 上·黑龙江牡丹江·高三牡丹江一中校考期末) 给图中 A, B, C, D, E, F 六个区域进行染色, 每个区域只染一种颜色, 且相邻的区域不同色. 若有 4 种颜色可供选择, 则共有  种不同的染色方案.



【变式 6-1】4. (2021·陕西西安·校考模拟预测) 用 5 种不同颜色给图中 5 个车站的候车牌(E, A, B, C, D)染色, 要求相邻的两个车站间的候车牌不同色, 有 (  ) 种染色方法



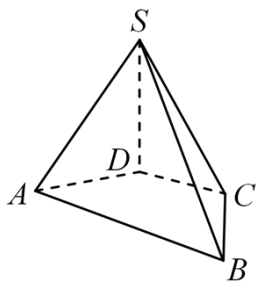
A. 120 B. 180 C. 360 D. 420

### 题型 7 立体几何染色



立体型结构，可以“拍扁了”，“拓扑”为平面型染色，这是几何体染色的小技巧所以注意这类图形之间的互相转化

【例题 7】(2023·全国·高三专题练习) 如图所示，将一个四棱锥的每一个顶点染上一种颜色，并使同一条棱上的两个端点异色，如果只有 5 种颜色可供使用，则不同染色方法的种数为 ( )



A . 192 B . 420 C . 210 D . 72

【变式 7-1】1. (2021 上·福建泉州·高三校考阶段练习) 埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，如图，将一个四棱锥的每一个顶点染上一种颜色，并使同一条棱上的两端异色，如果只有 5 种颜色可供使用，则不同的染色方法总数为 ( )



A . 180 B . 240 C . 420 D . 480

【变式 7-1】2. (2022 下·上海杨浦·高三复旦附中校考开学考试) 某校数学兴趣小组给一个底面边长互不相等的直四棱柱容器的侧面和下底面染色，提出如下的“四色问题”：要求相邻两个面不得使用同一种颜色，现有 4 种颜色可以选择，则不同的染色方案有 种 .

【变式 7-1】3. (2021 上·广东·高三校联考开学考试) 四色定理 (Four color theorem) 又称四色猜想, 是世界近代三大数学难题之一. 它是于 1852 年由毕业于伦敦大学的格斯里 (Francis Guthrie) 提出来的, 其内容是“任何一张地图只用四种颜色就能使具有共同边界的国家着上不同的颜色.” 四色问题的证明进程缓慢, 直到 1976 年, 美国数学家运用电子计算机证明了四色定理. 现某校数学兴趣小组给一个底面边长互不相等的直四棱柱容器的侧面和下底面染色, 提出如下的“四色问题”: 要求相邻两个面不得使用同一种颜色, 现有 4 种颜色可供选择, 则不同的染色方案有 ( )

A. 18 种    B. 36 种    C. 48 种    D. 72 种

【变式 7-1】4. (2023·全国·高三专题练习) 将一个四棱锥的每个顶点染上一种颜色, 并使同一条棱的两个端点异色. 如果只有 5 种颜色可供使用, 那么不同的染色方法总数是多少?

### 题型 8 球放盒子 (不同元素)

划重点

“球放盒子”类型, 要讨论“用了几个盒子”, 放了几个球. 同一盒子放多个球时“只选不排”

注意分类套路不遗漏

【例题 8】(2022·全国·高三专题练习) 将编号为 1、2、3、4、5、6 的小球放入编号为 1、2、3、4、5、6 的六个盒子中, 每盒放一球, 若有且只有两个盒子的编号与放入的小球的编号相同, 则不同的放法种数为 ( )

A. 90    B. 135    C. 270    D. 360

【变式 8-1】1. (2023 上·贵州·高三凯里一中校联考开学考试) 将 4 个不同的小球平均放入 2 个不同的盒子中, 有多少种不同的放法? ( )

A. 6    B. 12    C. 3    D. 16

【变式 8-1】2. (2023·全国·高三专题练习)将标号为1、2、3、4、5的五个小球放入三个不同的盒子中,每个盒子至少放一个小球,则不同的放法总数为( )

A. 150 B. 300 C. 60 D. 90

【变式 8-1】3. (2023·全国·高三专题练习)6本不同的书(6个不同的小球)分成4组(放入4个相同盒子,每盒不空),有多少种不同的分法?

【变式 8-1】4. (2020·浙江杭州·学军中学校考模拟预测)将5个不同的小球全部放入编号为1,2,3,4的四个盒子中,若每个盒子中所放的球的个数不大于其编号数,则共有种不同的放法.

### 题型9 下电梯



下电梯模型,实质就是“球放盒子”扩展应用.要分组讨论“谁和谁一起”,有没有“空盒子”.

【例式 9】(2023·浙江·统考二模)甲乙两人在一座7层大楼的第一层进入电梯,假设每人从第二层开始在每一层离开电梯是等可能的,则甲乙两人离开电梯的楼层数的和是8的概率是( )

A.  $\frac{1}{6}$  B.  $\frac{1}{9}$  C.  $\frac{5}{36}$  D.  $\frac{7}{36}$

【变式 9-1】1. (2020·上·黑龙江大庆·高三大庆实验中学学校考开学考试)电梯有6位乘客,在5层楼房的每一层停留,如果有两位乘客从同一层出去,另两位在同一层出去,最后两人各从不同的楼层出去,则不同的下楼方法的种类数是( )

A. 1600 B. 2700 C. 5400 D. 10800

【变式 9-1】2. (2020·四川达州·统考三模)有3

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/695140322343011133>