

浙江省杭州市余杭区重点名校 2024 年中考数学四模试卷

注意事项：

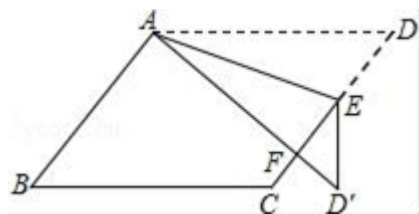
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 计算 $3 \times (-5)$ 的结果等于（ ）

- A. -15 B. -8 C. 8 D. 15

2. 如图，在平行四边形 ABCD 中，E 是边 CD 上一点，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠至 $\triangle AD'E$ 处，AD' 与 CE 交于点 F，若 $\angle B = 52^\circ$ ， $\angle DAE = 20^\circ$ ，则 $\angle FED'$ 的度数为（ ）



- A. 40° B. 36° C. 50° D. 45°

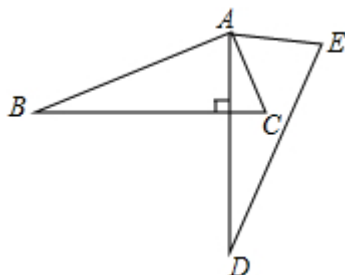
3. 某班选举班干部，全班有 1 名同学都有选举权和被选举权，他们的编号分别为 1, 2, ..., 1. 老师规定：同意某同学当选的记“1”，不同意（含弃权）的记“0”。

如果令 $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 号同学同意第 } j \text{ 号同学当选} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 号同学不同意第 } j \text{ 号同学当选} \end{cases}$

其中 $i = 1, 2, \dots, 1$; $j = 1, 2, \dots, 1$. 则 $a_{1,1}a_{1,2} + a_{2,1}a_{2,2} + a_{3,1}a_{3,2} + \dots + a_{1,1}a_{1,2}$ 表示的实际意义是（ ）

- A. 同意第 1 号或者第 2 号同学当选的人数
B. 同时同意第 1 号和第 2 号同学当选的人数
C. 不同意第 1 号或者第 2 号同学当选的人数
D. 不同意第 1 号和第 2 号同学当选的人数

4. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转一定角度，得到 $\triangle ADE$ ，若 $\angle CAE = 65^\circ$ ， $\angle E = 70^\circ$ ，且 $AD \perp BC$ ， $\angle BAC$ 的度数为（ ）。

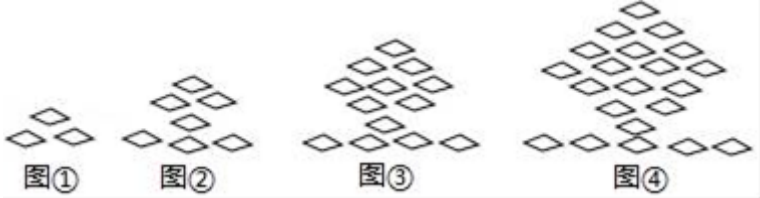


- A. 60° B. 75° C. 85° D. 90°

5. 计算 $\frac{x-2}{x+1} + \frac{3}{x+1}$ 的结果为 ()

- A. 2 B. 1 C. 0 D. - 1

6. 下列图形都是由同样大小的菱形按照一定规律所组成的，其中第①个图形中一共有 3 个菱形，第②个图形中一共有 7 个菱形，第③个图形中一共有 13 个菱形，…，按此规律排列下去，第⑨个图形中菱形的个数为 ()



- A. 73 B. 81 C. 91 D. 109

7. 某体育用品商店一天中卖出某种品牌的运动鞋 15 双，其中各种尺码的鞋的销售量如表所示：

鞋的尺码/cm	23	23.5	24	24.5	25
销售量/双	1	3	3	6	2

则这 15 双鞋的尺码组成的一组数据中，众数和中位数分别为 ()

- A. 24.5, 24.5 B. 24.5, 24 C. 24, 24 D. 23.5, 24

8. 已知 $3x+y=6$ ，则 xy 的最大值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

9. 下列现象，能说明“线动成面”的是 ()

- A. 天空划过一道流星
B. 汽车雨刷在挡风玻璃上刷出的痕迹
C. 抛出一块小石子，石子在空中飞行的路线
D. 旋转一扇门，门在空中运动的痕迹

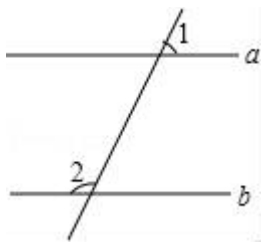
10. 2017 年人口普查显示，河南某市户籍人口约为 2536000 人，则该市户籍人口数据用科学记数法可表示为 ()

- A. 2.536×10^4 人 B. 2.536×10^5 人 C. 2.536×10^6 人 D. 2.536×10^7 人

11. 对于数据：6,3,4,7,6,0,1. 下列判断中正确的是 ()

- A. 这组数据的平均数是 6，中位数是 6 B. 这组数据的平均数是 6，中位数是 7
C. 这组数据的平均数是 5，中位数是 6 D. 这组数据的平均数是 5，中位数是 7

12. 如图，若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

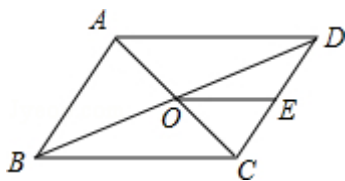


- A. 40° B. 60° C. 120° D. 150°

二、填空题：（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分.）

13. 一个样本为 1, 3, 2, 2, a , b , c , 已知这个样本的众数为 3, 平均数为 2, 则这组数据的中位数为_____.

14. 如图, $\square ABCD$ 的周长为 36, 对角线 AC , BD 相交于点 O . 点 E 是 CD 的中点, $BD=12$, 则 $\triangle DOE$ 的周长为_____.

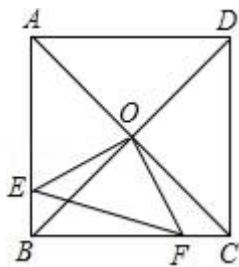


15. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名跳远运动员选拔赛成绩的平均数 $\bar{x}$ 与方差 s^2 :

	甲	乙	丙	丁
平均数 $\bar{x}$ (cm)	561	560	561	560
方差 s^2 (cm ²)	3.5	3.5	15.5	16.5

根据表中数据, 要从中选择一名成绩好又发挥稳定的运动员参加比赛, 应该选择_____.

16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, O 是对角线 AC 、 BD 的交点, 过 O 点作 $OE \perp OF$, OE 、 OF 分别交 AB 、 BC 于点 E 、点 F , $AE=3$, $FC=2$, 则 EF 的长为_____.



17. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), y 与 x 的部分对应值如下表所示:

x	...	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	6	1	-2	-3	-2	m	...

下面有四个论断:

- ① 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 $(2, -3)$;

② $b^2 - 4ac = 0$;

③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = -2$ 的解为 $x_1 = 1$, $x_2 = 3$;

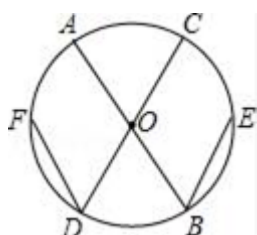
④ $m = -3$.

其中, 正确的有_____.

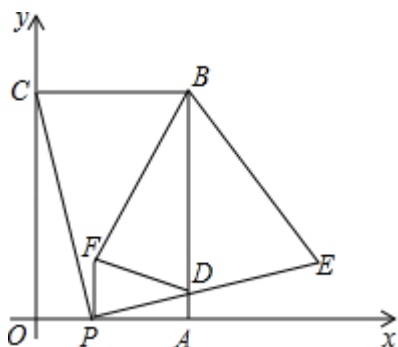
18. 因式分解: $x^2 - 4 =$ _____.

三、解答题: (本大题共 9 个小题, 共 78 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (6 分) 如图, AB 、 CD 是 $\odot O$ 的直径, DF 、 BE 是弦, 且 $DF = BE$, 求证: $\angle D = \angle B$.



20. (6 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 B 坐标为 $(4, 6)$, 点 P 为线段 OA 上一动点 (与点 O 、 A 不重合), 连接 CP , 过点 P 作 $PE \perp CP$ 交 AB 于点 D , 且 $PE = PC$, 过点 P 作 $PF \perp OP$ 且 $PF = PO$ (点 F 在第一象限), 连结 FD 、 BE 、 BF , 设 $OP = t$.



(1) 直接写出点 E 的坐标 (用含 t 的代数式表示): _____;

(2) 四边形 $BFDE$ 的面积记为 S , 当 t 为何值时, S 有最小值, 并求出最小值;

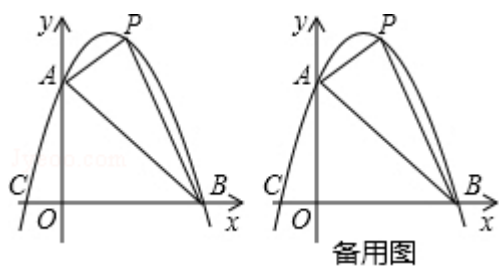
(3) $\triangle BDF$ 能否是等腰直角三角形, 若能, 求出 t ; 若不能, 说明理由.

21. (6 分) 已知: 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与坐标轴分别交于点 $A(0, 6)$, $B(6, 0)$, $C(-2, 0)$, 点 P 是线段 AB 上方抛物线上的一个动点.

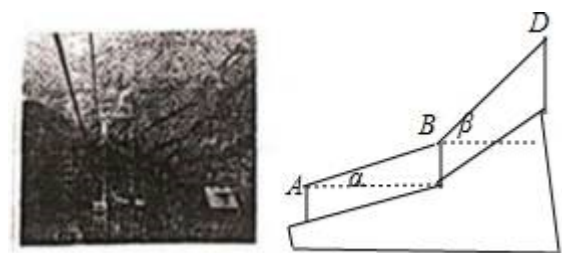
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当点 P 运动到什么位置时, $\triangle PAB$ 的面积有最大值?

(3) 过点 P 作 x 轴的垂线, 交线段 AB 于点 D , 再过点 P 做 $PE \parallel x$ 轴交抛物线于点 E , 连结 DE , 请问是否存在点 P 使 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



22. (8 分) 如图, 小明今年国庆节到青城山游玩, 乘坐缆车, 当登山缆车的吊箱经过点 A 到达点 B 时, 它经过了 $200m$, 缆车行驶的路线与水平夹角 $\angle\alpha=16^\circ$, 当缆车继续由点 B 到达点 D 时, 它又走过了 $200m$, 缆车由点 B 到点 D 的行驶路线与水平面夹角 $\angle\beta=42^\circ$, 求缆车从点 A 到点 D 垂直上升的距离. (结果保留整数)(参考数据: $\sin 16^\circ \approx 0.27$, $\cos 16^\circ \approx 0.77$, $\sin 42^\circ \approx 0.66$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$)



23. (8 分) 某居民小区一处圆柱形的输水管道破裂, 维修人员为更换管道, 需确定管道圆形截面的半径, 下面是水平放置的破裂管道有水部分的截面. 若这个输水管道有水部分的水面宽 $AB=16cm$, 水面最深地方的高度为 $4cm$, 求这个圆形截面的半径.



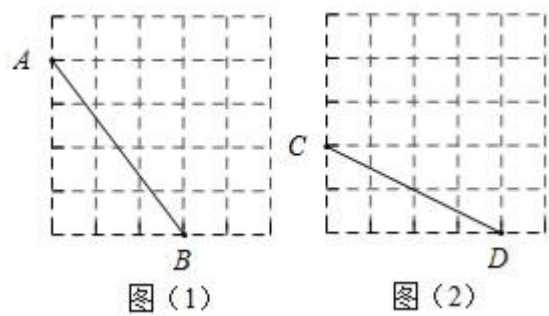
24. (10 分) 为保障我国海外维和部队官兵的生活, 现需通过 A 港口、 B 港口分别运送 100 吨和 50 吨生活物资. 已知该物资在甲仓库存有 80 吨, 乙仓库存有 70 吨, 若从甲、乙两仓库运送物资到港口的费用 (元/吨) 如表所示:

港口	运费 (元/台)	
	甲库	乙库
A 港	14	20
B 港	10	8

设从甲仓库运送到 A 港

口的物资为 x 吨, 求总运费 y (元) 与 x (吨) 之间的函数关系式, 并写出 x 的取值范围; 求出最低费用, 并说明费用最低时的调配方案.

25. (10 分) 如图, 是 5×5 正方形网格, 每个小正方形的边长为 1 , 请按要求画出下列图形, 所画图形的各个顶点均在所给小正方形的顶点上.



- (1) 在图 (1) 中画出一个等腰 $\triangle ABE$ ，使其面积为 3.5；
- (2) 在图 (2) 中画出一个直角 $\triangle CDF$ ，使其面积为 5，并直接写出 DF 的长.

26. (12 分) 某学校八、九两个年级各有学生 180 人，为了解这两个年级学生的体质健康情况，进行了抽样调查，具体过程如下：

收集数据

从八、九两个年级各随机抽取 20 名学生进行体质健康测试，测试成绩（百分制）如下：

八年级	78	86	74	81	75	76	87	70	75	90
	75	79	81	70	74	80	86	69	83	77
九年级	93	73	88	81	72	81	94	83	77	83
	80	81	70	81	73	78	82	80	70	40

整理、描述数据

将成绩按如下分段整理、描述这两组样本数据：

成绩 (x)	$40 \leq x < 49$	$50 \leq x < 59$	$60 \leq x < 69$	$70 \leq x < 79$	$80 \leq x < 89$	$90 \leq x \leq 100$
八年级人数	0	0	1	11	7	1
九年级人数	1	0	0	7	10	2

（说明：成绩 80 分及以上为体质健康优秀，70~79 分为体质健康良好，60~69 分为体质健康合格，60 分以下为体质健康不合格）

分析数据

两组样本数据的平均数、中位数、众数、方差如表所示：

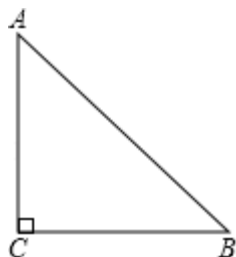
年级	平均数	中位数	众数	方差
八年级	78.3	77.5	75	33.6
九年级	78	80.5	a	52.1

(1) 表格中 a 的值为_____；请你估计该校九年级体质健康优秀的学生人数为多少？根据以上信息，你认为哪个年级学生的体质健康情况更好一些？请说明理由。（请从两个不同的角度说明推断的合理性）

27. (12 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E 。

(1) 依题意补全图形；

(2) 猜想 AE 与 CD 的数量关系，并证明。



参考答案

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1、A

【解析】

按照有理数的运算规则计算即可．

【详解】

原式 $=-3 \times 5=-15$ ，故选择 A．

【点睛】

本题考查了有理数的运算，注意符号不要搞错．

2、B

【解析】

由平行四边形的性质得出 $\angle D=\angle B=52^\circ$ ，由折叠的性质得： $\angle D'=\angle D=52^\circ$ ， $\angle EAD'=\angle DAE=20^\circ$ ，由三角形的外角性质求出 $\angle AEF=72^\circ$ ，与三角形内角和定理求出 $\angle AED'=108^\circ$ ，即可得出 $\angle FED'$ 的大小．

【详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle D=\angle B=52^\circ$ ，

由折叠的性质得： $\angle D' = \angle D = 52^\circ$ ， $\angle EAD' = \angle DAE = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle AEF = \angle D + \angle DAE = 52^\circ + 20^\circ = 72^\circ$ ， $\angle AED' = 180^\circ - \angle EAD' - \angle D' = 108^\circ$ ，

$\therefore \angle FED' = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ$ 。

故选 B。

【点睛】

本题考查了平行四边形的性质、折叠的性质、三角形的外角性质以及三角形内角和定理；熟练掌握平行四边形的性质和折叠的性质，求出 $\angle AEF$ 和 $\angle AED'$ 是解决问题的关键。

3、B

【解析】

先写出同意第 1 号同学当选的同学，再写出同意第 2 号同学当选的同学，那么同时同意 1，2 号同学当选的人数是他们对应相乘再相加。

【详解】

第 1，2，3，……，1 名同学是否同意第 1 号同学当选依次由 $a_{1,1}$ ， $a_{2,1}$ ， $a_{3,1}$ ，…， $a_{1,1}$ 来确定，

是否同意第 2 号同学当选依次由 $a_{1,2}$ ， $a_{2,2}$ ， $a_{3,2}$ ，…， $a_{1,2}$ 来确定，

$\therefore a_{1,1}a_{1,2} + a_{2,1}a_{2,2} + a_{3,1}a_{3,2} + \dots + a_{1,1}a_{1,2}$ 表示的实际意义是同时同意第 1 号和第 2 号同学当选的人数，

故选 B。

【点睛】

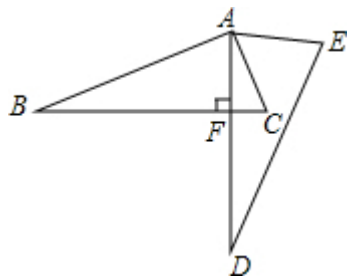
本题考查了推理应用题，题目比较新颖，是基础题。

4、C

【解析】

试题分析：根据旋转的性质知， $\angle EAC = \angle BAD = 65^\circ$ ， $\angle C = \angle E = 70^\circ$ 。

如图，设 $AD \perp BC$ 于点 F。则 $\angle AFB = 90^\circ$ ，



$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $\angle B = 90^\circ - \angle BAD = 25^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 25^\circ - 70^\circ = 85^\circ$ ，

即 $\angle BAC$ 的度数为 85° 。故选 C。

考点：旋转的性质。

5、B

【解析】

按照分式运算规则运算即可，注意结果的化简.

【详解】

解：原式 $=\frac{x-2+3}{x+1}=\frac{x+1}{x+1}=1$ ，故选择 B.

【点睛】

本题考查了分式的运算规则.

6、C

【解析】

试题解析：第①个图形中一共有 3 个菱形， $3=1^2+2$ ；

第②个图形中共有 7 个菱形， $7=2^2+3$ ；

第③个图形中共有 13 个菱形， $13=3^2+4$ ；

...

第 n 个图形中菱形的个数为： n^2+n+1 ；

第⑨个图形中菱形的个数 $9^2+9+1=1$.

故选 C.

考点：图形的变化规律.

7、A

【解析】

【分析】根据众数和中位数的定义进行求解即可得.

【详解】这组数据中，24.5 出现了 6 次，出现的次数最多，所以众数为 24.5，

这组数据一共有 15 个数，按从小到大排序后第 8 个数是 24.5，所以中位数为 24.5，

故选 A.

【点睛】本题考查了众数、中位数，熟练掌握中位数、众数的定义以及求解方法是解题的关键.

8、B

【解析】

根据已知方程得到 $y=-1x+6$ ，将其代入所求的代数式后得到： $xy=-1x^2+6x$ ，利用配方法求该式的最值.

【详解】

解： $\because 1x+y=6$ ，

$\therefore y=-1x+6$ ，

$\therefore xy=-1x^2+6x=-1(x-1)^2+1$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/695142244124011331>