Chapter 4

代数系统

Algebra System

§4.1 代数系统的引入

一个代数系统需要满足下面三个条件：

（1）有一个非空集合S；

（2）有一些建立在S上的运算；

（3）这些运算在集合S上是封闭的。

§4.2 运算

4.2.1 运算的概念

定义

假设A是一个集合，$A\times A$ 到A的映射称为A上的二元运算。

一般地，A^n 到 A 的映射称为A上的n元运算。

§4.2 运算

4.2.2 运算的性质

假设 *, + 都是集合 A 上的运算

（1）封闭性

如果 $S \subseteq A$，对任意的 $a,b \in S$，有 $a*b \in S$，则称 S 对运算 * 是封闭的。

§4.2 运算

4.2.2 运算的性质

（2）交换律

如果对任意的 $a,b\in A$，都有 $a*b=b*a$，则称运算 * 是可交换的。

（3）结合律

如果对任意的 $a,b,c\in A$，都有 $(a*b)*c=a*(b*c)$，则称运算 * 是可结合的。

§4.2 运算

（4）分配律

如果对任意的 a,b,c∈A，都有a*(b+c)=(a*b)+(a*c)

则称 * 对 + 运算满足左分配；

如果对任意的a,b,c ∈A，都有(b+c)*a=(b*a)+(c*a)

则称 * 对 + 运算满足右分配。

如果运算 * 对 + 既满足左分配又满足右分配，

则称运算 * 对 + 满足分配律。

§4.2 运算

（5）消去律

如果对任意的 $a,b,c\in A$，当 $a*b=a*c$，必有 $b=c$，则称运算 $*$ 满足左消去律；

如果对任意的 $a,b,c\in A$，当 $b*a=c*a$，必有 $b=c$，则称运算 $*$ 满足右消去律；

如果运算 $*$ 既满足左消去律又满足右消去律，则称运算 $*$ 满足消去律。

§4.2 运算

（6）吸收律

如果对任意的 $a,b\in A$，都有$a*(a+b)=a$，则称运算 * 关于运算 + 满足吸收律。

（7）等幂律

如果对任意的 $a\in A$，都有 $a*a=a$，则称运算 * 满足等幂律。

§4.2 运算

Δ	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

（1）封闭性 √

（2）交换律 √

（3）结合律 √

（4）分配律 √

（5）消去律 ×

（6）吸收律 ×

（7）等幂律 ×

§4.3 代数系统

4.3.1 代数系统的概念

定义

假设 A 是一个非空集合，$f_1,f_2,\ldots,f_n$ 是 A 上的运算（运算的元素可以是不相同的），则称 A 在运算 $f_1,f_2,\ldots,f_n$ 下构成一个代数系统，记为：$<A, f_1,f_2,\ldots,f_n>$

§4.3 代数系统

4.3.1 代数系统的概念

定义

假设 <A,*> 是一个代数系统，$S \subseteq A$，如果 S 对* 是封闭的，则称 <S,*> 为<A,*>的子代数系统。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/695203300133011110