

空间几何体的表面积与体积

考纲原文

了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式.



一、柱体、锥体、台体的表面积

1. 旋转体的表面积

	圆柱（底面半径为 r , 母线长为 l ）	圆锥（底面半径为 r , 母线长为 l ）	圆台（上、下底面半径分别为 r', r , 母线长为 l ）
侧面展开图			
底面面积	$S_{\text{底}} = \pi r^2$	$S_{\text{底}} = \pi r^2$	$S_{\text{上底}} = \pi r'^2, S_{\text{下底}} = \pi r^2$
侧面面积	$S_{\text{侧}} = 2\pi r l$	$S_{\text{侧}} = \pi r l$	$S_{\text{侧}} = \pi l (r' + r)$
表面积	$S_{\text{表}} = 2\pi r (r + l)$	$S_{\text{表}} = \pi r (r + l)$	$S_{\text{表}} = \pi (r'^2 + r^2 + r' l + r l)$

2. 多面体的表面积

多面体的表面积就是各个面的面积之和，也就是展开图的面积.

棱锥、棱台、棱柱的侧面积公式间的联系：

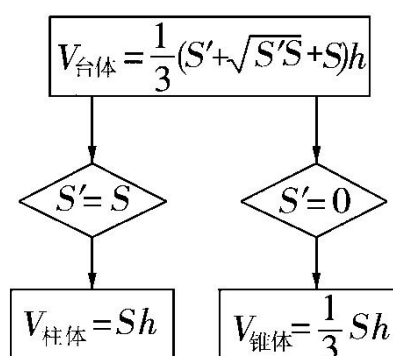
$$\begin{array}{c}
 \boxed{S_{\text{正棱台侧}} = \frac{1}{2}(c+c')h'} \begin{array}{l} \xrightarrow{c'=0} \\ \xrightarrow{c=c', h=h'} \end{array} \begin{array}{l} \boxed{S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2}ch'} \\ \boxed{S_{\text{正棱柱侧}} = ch} \end{array}
 \end{array}$$

二、柱体、锥体、台体的体积

1. 柱体、锥体、台体的体积公式

几何体	体积
柱体	$V_{\text{柱体}} = Sh$ (S 为底面面积, h 为高), $V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h$ (r 为底面半径, h 为高)
锥体	$V_{\text{锥体}} = \frac{1}{3}Sh$ (S 为底面面积, h 为高), $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (r 为底面半径, h 为高)
台体	$V_{\text{台体}} = \frac{1}{3}(S' + \sqrt{S'S} + S)h$ (S' 、 S 分别为上、下底面面积, h 为高), $V_{\text{圆台}} = \frac{1}{3}\pi h(r'^2 + r'r + r^2)$ (r' 、 r 分别为上、下底面半径, h 为高)

2. 柱体、锥体、台体体积公式间的关系



3. 必记结论

- (1) 一个组合体的体积等于它的各部分体积之和或差;
- (2) 等底面面积且等高的两个同类几何体的体积相等.

三、球的表面积和体积

1. 球的表面积和体积公式

设球的半径为 R , 它的体积与表面积都由半径 R 唯一确定, 是以 R 为自变量的函数, 其表面积公式为 $4\pi R^2$,

即球的表面积等于它的大圆面积的 4 倍; 其体积公式为 $\frac{4}{3}\pi R^3$.

2. 球的切、接问题 (常见结论)

(1) 若正方体的棱长为 a ，则正方体的内切球半径是 $\frac{1}{2}a$ ；正方体的外接球半径是 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ；与正方体所有棱相切的球的半径是 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 。

有棱相切的球的半径是 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 。

(2) 若长方体的长、宽、高分别为 a, b, h ，则长方体的外接球半径是 $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$ 。

(3) 若正四面体的棱长为 a ，则正四面体的内切球半径是 $\frac{\sqrt{6}}{12}a$ ；正四面体的外接球半径是 $\frac{\sqrt{6}}{4}a$ ；与

正四面体所有棱相切的球的半径是 $\frac{\sqrt{2}}{4}a$ 。

(4) 球与圆柱的底面和侧面均相切，则球的直径等于圆柱的高，也等于圆柱底面圆的直径。

(5) 球与圆台的底面与侧面均相切，则球的直径等于圆台的高。

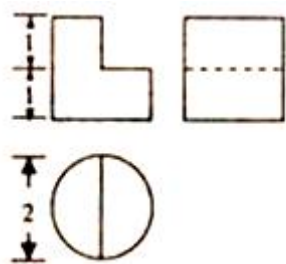


考向一 柱体、锥体、台体的表面积

1. 已知几何体的三视图求其表面积，一般是先根据三视图判断空间几何体的形状，再根据题目所给数据与几何体的表面积公式，求其表面积。
2. 多面体的表面积是各个面的面积之和，组合体的表面积应注意重合部分的处理，以确保不重复、不遗漏。
3. 求多面体的侧面积时，应对每一个侧面分别求解后再相加；求旋转体的侧面积时，一般要将旋转体展开为平面图形后再求面积。

典例引领

典例 1 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为



- | | |
|---------------|---------------|
| A. 5π | B. 6π |
| C. $6\pi + 2$ | D. $5\pi + 2$ |

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/696211125005011014>