

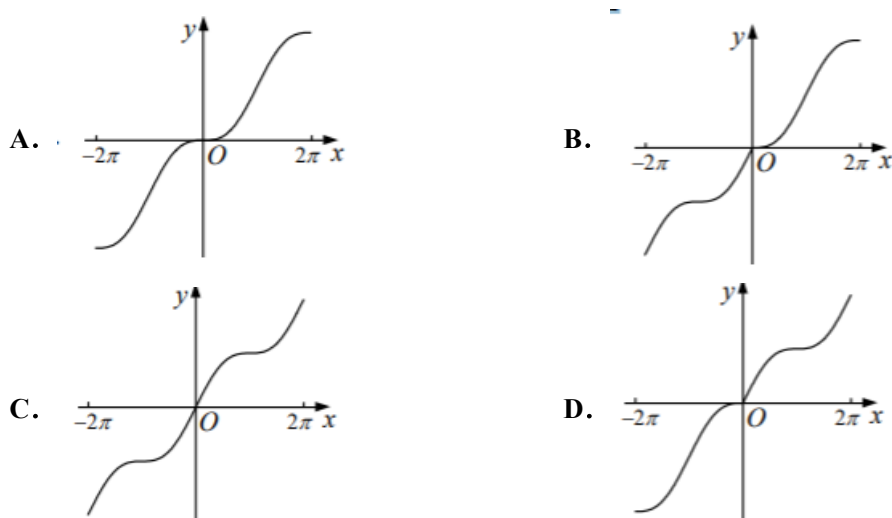
江苏省泰兴市第四高级中学 2023-2024 学年高考仿真卷数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y = \sin|x| + x$ 在 $x \in [-2\pi, 2\pi]$ 上的大致图象是 ()



2. 下列结论中正确的个数是 ()

- ① 已知函数 $f(x)$ 是一次函数，若数列 $\{a_n\}$ 通项公式为 $a_n = f(n)$ ，则该数列是等差数列；
- ② 若直线 l 上有两个不同的点到平面 α 的距离相等，则 $l \parallel \alpha$ ；
- ③ 在 $\triangle ABC$ 中，“ $\cos A > \cos B$ ”是“ $B > A$ ”的必要不充分条件；
- ④ 若 $a > 0, b > 0, 2a + b = 4$ ，则 ab 的最大值为 2.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

3. 已知命题 p : 直线 $a \parallel b$ ，且 $b \subset$ 平面 α ，则 $a \parallel \alpha$ ；命题 q : 直线 $l \perp$ 平面 α ，任意直线 $m \subset \alpha$ ，则 $l \perp m$. 下列命题为真命题的是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $p \vee (\text{非 } q)$ C. $(\text{非 } p) \wedge q$ D. $p \wedge (\text{非 } q)$

4. 下列函数中，值域为 R 的偶函数是 ()

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = e^x - e^{-x}$ C. $y = \lg|x|$ D. $y = \sqrt{x^2}$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $3a_5 = 2a_7$ ，则此数列中一定为 0 的是 ()

- A. a_1 B. a_3 C. a_8 D. a_{10}

6. 下列说法正确的是 ()

- A. “若 $a > 1$, 则 $a > 1$ ”的否命题是“若 $a > 1$, 则 $a^2 < 1$ ”
 B. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”成立的必要不充分条件
 C. “若 $\tan \alpha \neq 1$, 则 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$ ”是真命题
 D. 存在 $x_0 \in (-\infty, 0)$, 使得 $2^{x_0} < 3^{x_0}$ 成立

7. 若 $z = 1 - i + \frac{2}{i}$, 则 z 的虚部是

- A. 3 B. -3 C. 3i D. -3i

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, 过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线与双曲线的左

支交于点 P , 若 $|PF_2| = 2|PF_1|$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

9. 已知实数 $a > 0, a \neq 1$, 函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x < 1 \\ x^2 + \frac{4}{x} + a \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 R 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $1 < a \leq 2$ B. $a < 5$ C. $3 < a < 5$ D. $2 \leq a \leq 5$

10. 曲线 $y = (ax + 2)e^x$ 在点 $(0, 2)$ 处的切线方程为 $y = -2x + b$, 则 $ab =$ ()

- A. -4 B. -8 C. 4 D. 8

11. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $a \cos C + \sqrt{3}c \sin A = b + c$, 则 $A =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

12. 若 $z = \frac{i^{2020} + 3i}{1 + i}$, 则 z 的虚部是 ()

- A. i B. 2i C. -1 D. 1

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - \frac{3}{2}, & x \geq 0 \\ 2^x - \frac{3}{2}, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(3m-1) > f(2-m)$, 则实数 m 的取值范围为_____.

14. 已知 $(x+1)^n$ 的展开式中第5项与第7项的二项式系数相等, 则 $n =$ _____.

15. 某次足球比赛中, A, B, C, D 四支球队进入了半决赛. 半决赛中, A 对阵 C, B 对阵 D , 获胜的两队进入决赛争夺冠军, 失利的两队争夺季军. 已知他们之间相互获胜的概率如下表所示.

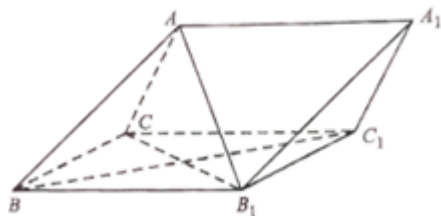
	A	B	C	D
A 获胜概率	—	0.4	0.3	0.8
B 获胜概率	0.6	—	0.7	0.5
C 获胜概率	0.7	0.3	—	0.3
D 获胜概率	0.2	0.5	0.7	—

则 A 队获得冠军的概率为_____.

16. 已知关于 x 的不等式 $(ax - a^2 - 4)(x - 4) > 0$ 的解集为 A , 且 A 中共含有 n 个整数, 则当 n 最小时实数 a 的值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

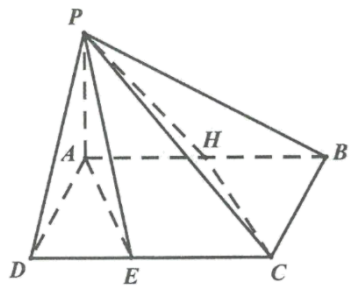
17. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 为菱形, $AC \perp AB_1, AB = BC$.



(1) 求证: $BC_1 \perp$ 平面 AB_1C ;

(2) 若 $AB \perp B_1C, \angle CBB_1 = 60^\circ$, 求二面角 $B_1 - AA_1 - C_1$ 的余弦值.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$, H 为棱 AB 的中点, E 为棱 DC 上任意一点, 且不与 D 点、 C 点重合. $AB = 2, AD = PA = 1, PH = \sqrt{2}$.



(1) 求证: 平面 $APE \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 是否存在点 E 使得平面 APE 与平面 PHC 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$? 若存在, 求出点 E 的位置; 若不存在, 请说明理由.

19. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=1-m \\ y=k(m-1) \end{cases}$ 为参数), 直线 l_2 的参数方程 $\begin{cases} x=n \\ y=2+\frac{n}{k} \end{cases}$ (为参

数), 若直线 l_1, l_2 的交点为 P , 当 k 变化时, 点 P 的轨迹是曲线 C

(1) 求曲线 C 的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系, 设射线 l_3 的极坐标方程为

$\theta = \alpha (\rho \geq 0)$, $\tan \alpha = \frac{4}{3} \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$, 点 Q 为射线 l_3 与曲线 C 的交点, 求点 Q 的极径.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - (a+2)x + a \ln x$ (a 为实常数).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的单调性;

(2) 若存在 $x \in [1, e]$, 使得 $f(x) \leq 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) 已知动圆 E 与圆 $M: (x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 外切, 并与直线 $x = -\frac{1}{2}$ 相切, 记动圆圆心 E 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 过点 $Q(-2, 0)$ 的直线 l 交曲线 C 于 A, B 两点, 若曲线 C 上存在点 P 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 求直线 l 的斜率 k 的取值范围.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln(2x+a)$ ($x > 0, a > 0$), 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线在 y 轴上的截距为 $\ln 3 - \frac{2}{3}$.

(1) 求 a ;

(2) 讨论函数 $g(x) = f(x) - 2x$ ($x > 0$) 和 $h(x) = f(x) - \frac{2x}{2x+1}$ ($x > 0$) 的单调性;

(3) 设 $a_1 = \frac{2}{5}$, $a_{n+1} = f(a_n)$, 求证: $\frac{5-2^{n+1}}{2^n} < \frac{1}{a_n} - 2 < 0$ ($n \geq 2$).

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

讨论 x 的取值范围，然后对函数进行求导，利用导数的几何意义即可判断.

【详解】

当 $x \geq 0$ 时， $y = \sin x + x$ ，则 $y' = \cos x + 1 \geq 0$ ，

所以函数在 $[0, 2\pi]$ 上单调递增，

令 $g(x) = \cos x + 1$ ，则 $g'(x) = -\sin x$ ，

根据三角函数的性质，

当 $x \in [0, \pi]$ 时， $g'(x) = -\sin x < 0$ ，故切线的斜率变小，

当 $x \in [\pi, 2\pi]$ 时， $g'(x) = -\sin x > 0$ ，故切线的斜率变大，可排除 A、B；

当 $x < 0$ 时， $y = -\sin x + x$ ，则 $y' = -\cos x + 1 \geq 0$ ，

所以函数在 $[-2\pi, 0]$ 上单调递增，

令 $h(x) = -\cos x + 1$ ， $h'(x) = \sin x$ ，

当 $x \in [-2\pi, -\pi]$ 时， $h'(x) = \sin x > 0$ ，故切线的斜率变大，

当 $x \in [-\pi, 0]$ 时， $h'(x) = \sin x < 0$ ，故切线的斜率变小，可排除 C，

故选：D

【点睛】

本题考查了识别函数的图像，考查了导数与函数单调性的关系以及导数的几何意义，属于中档题.

2、B

【解析】

根据等差数列的定义，线面关系，余弦函数以及基本不等式一一判断即可；

【详解】

解：①已知函数 $f(x)$ 是一次函数，若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = f(n)$ ，

可得 $a_{n+1} - a_n = k$ (k 为一次项系数)，则该数列是等差数列，故①正确；

②若直线 l 上有两个不同的点到平面 α 的距离相等, 则 l 与 α 可以相交或平行, 故②错误;

③在 $\triangle ABC$ 中, $B, A \in (0, \pi)$, 而余弦函数在区间 $(0, \pi)$ 上单调递减, 故 “ $\cos A > \cos B$ ” 可得 “ $B > A$ ”, 由 “ $B > A$ ” 可得 “ $\cos A > \cos B$ ”, 故 “ $\cos A > \cos B$ ” 是 “ $B > A$ ” 的充要条件, 故③错误;

④若 $a > 0, b > 0, 2a + b = 4$, 则 $4 = 2a + b \geq 2\sqrt{2a \cdot b}$, 所以 $ab \leq 2$, 当且仅当 $2a = b = 2$ 时取等号, 故④正确;

综上可得正确的有①④共 2 个;

故选: B

【点睛】

本题考查命题的真假判断, 主要是正弦定理的运用和等比数列的求和公式、等差数列的定义和不等式的性质, 考查运算能力和推理能力, 属于中档题.

3、C

【解析】

首先判断出 p 为假命题、 q 为真命题, 然后结合含有简单逻辑联结词命题的真假性, 判断出正确选项.

【详解】

根据线面平行的判定, 我们易得命题 p : 若直线 $a \parallel b$, 直线 $b \subset$ 平面 α , 则直线 $a \parallel$ 平面 α 或直线 a 在平面 α 内, 命题 p 为假命题;

根据线面垂直的定义, 我们易得命题 q : 若直线 $l \perp$ 平面 α , 则若直线 l 与平面 α 内的任意直线都垂直, 命题 q 为真命题.

故: A 命题 “ $p \wedge q$ ” 为假命题; B 命题 “ $p \vee (\neg q)$ ” 为假命题; C 命题 “ $(\neg p) \wedge q$ ” 为真命题; D 命题 “ $p \wedge (\neg q)$ ” 为假命题.

故选: C.

【点睛】

本小题主要考查线面平行与垂直有关命题真假性的判断, 考查含有简单逻辑联结词的命题的真假性判断, 属于基础题.

4、C

【解析】

试题分析: A 中, 函数为偶函数, 但 $y \geq 1$, 不满足条件; B 中, 函数为奇函数, 不满足条件; C 中, 函数为偶函数且 $y \in R$, 满足条件; D 中, 函数为偶函数, 但 $y \geq 0$, 不满足条件, 故选 C.

考点: 1、函数的奇偶性; 2、函数的值域.

5、A

【解析】

将已知条件转化为 a_1, d 的形式，由此确定数列为0的项.

【详解】

由于等差数列 $\{a_n\}$ 中 $3a_5 = 2a_7$ ，所以 $3(a_1 + 4d) = 2(a_1 + 6d)$ ，化简得 $a_1 = 0$ ，所以 a_1 为0.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查等差数列的基本量计算，属于基础题.

6、C

【解析】

A：否命题既否条件又否结论，故A错.

B：由正弦定理和边角关系可判断B错.

C：可判断其逆否命题的真假，C正确.

D：根据幂函数的性质判断D错.

【详解】

解：A：“若 $a > 1$ ，则 $a > 1$ ”的否命题是“若 $a \leq 1$ ，则 $a^2 \leq 1$ ”，故A错.

B：在 $\triangle ABC$ 中， $A > B \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow 2R \sin A > 2R \sin B$ ，故“ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”成立的必要充分条件，故B错.

C：“若 $\tan \alpha \neq 1$ ，则 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$ ” $\Leftrightarrow$ “若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ，则 $\tan \alpha = 1$ ”，故C正确.

D：由幂函数 $y = x^n (n < 0)$ 在 $(0, +\infty)$ 递减，故D错.

故选：C

【点睛】

考查判断命题的真假，是基础题.

7、B

【解析】

因为 $z = 1 - i - 2i = 1 - 3i$ ，所以 z 的虚部是 -3 . 故选B.

8、C

【解析】

设过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线的切点为 T ，根据切线的性质可得 $OT \perp PF_1$ ，且 $|OT| = a$ ，再由 $|PF_2| = 2|PF_1|$ 和双曲线的定义可得 $|PF_1| = 2a, |PF_2| = 4a$ ，得出 T 为 F_1P 中点，则有 $OT \parallel PF_2$ ，得到 $PF_2 \perp PF_1$ ，即可求解.

【详解】

设过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线的切点为 T ,

$$\therefore OT \perp PF_1, |F_1T| = \sqrt{|OF_1|^2 - b^2} = a$$

$$|PF_2| = 2|PF_1|, |PF_2| - |PF_1| = 2a, |PF_2| = 4a, |PF_1| = 2a,$$

所以 T 是 F_1P 中点, $\therefore OT \parallel PF_2, \therefore PF_1 \perp PF_2$,

$$\therefore |PF_1|^2 + |PF_2|^2 = 20a^2 = |F_1F_2|^2 = 4c^2,$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 5, \therefore e = \sqrt{5}.$$

故选:C.

【点睛】

本题考查双曲线的性质、双曲线定义、圆的切线性质,意在考查直观想象、逻辑推理和数学计算能力,属于中档题.

9、D

【解析】

根据题意,对于函数分2段分析:当 $x < 1, f(x) = a^x$,由指数函数的性质分析可得 $a > 1$ ①,当

$x \geq 1, f(x) = x^2 + \frac{4}{x} + a \ln x$,由导数与函数单调性的关系可得 $f'(x) = 2x - \frac{4}{x^2} + \frac{a}{x} \geq 0$,在 $[1, +\infty)$ 上恒成立,变形可得 $a \geq 2$ ②,再结合函数的单调性,分析可得 $a \leq 1 + 4$ ③,联立三个式子,分析可得答案.

【详解】

解:根据题意,函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x < 1 \\ x^2 + \frac{4}{x} + a \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 R 上单调递增,

当 $x < 1, f(x) = a^x$,若 $f(x)$ 为增函数,则 $a > 1$ ①,

当 $x \geq 1, f(x) = x^2 + \frac{4}{x} + a \ln x$,

若 $f(x)$ 为增函数,必有 $f'(x) = 2x - \frac{4}{x^2} + \frac{a}{x} \geq 0$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒成立,

变形可得: $a \geq \frac{4}{x} - 2x^2$,

又由 $x \geq 1$,可得 $g(x) = \frac{4}{x} - 2x^2$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减,则 $\frac{4}{x} - 2x^2 \leq \frac{4}{1} - 2 = 2$,

若 $a \geq \frac{4}{x} - 2x^2$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒成立,则有 $a \geq 2$ ②,

若函数 $f(x)$ 在 R 上单调递增,左边一段函数的最大值不能大于右边一段函数的最小值,

则需有 $a \leq 1+4=5$ ，③

联立①②③可得： $2 \leq a \leq 5$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查函数单调性的性质以及应用，注意分段函数单调性的性质。

10、B

【解析】

求函数导数，利用切线斜率求出 a ，根据切线过点 $(0,2)$ 求出 b 即可。

【详解】

因为 $y = (ax+2)e^x$ ，

所以 $y' = e^x(ax+2+a)$ ，

故 $k = y'|_{x=0} = 2+a = -2$ ，

解得 $a = -4$ ，

又切线过点 $(0,2)$ ，

所以 $2 = -2 \times 0 + b$ ，解得 $b = 2$ ，

所以 $ab = -8$ ，

故选：B

【点睛】

本题主要考查了导数的几何意义，切线方程，属于中档题。

11、C

【解析】

原式由正弦定理化简得 $\sqrt{3} \sin C \sin A = \cos A \sin C + \sin C$ ，由于 $\sin C \neq 0$ ， $0 < A < \pi$ 可求 A 的值。

【详解】

解：由 $a \cos C + \sqrt{3}c \sin A = b + c$ 及正弦定理得 $\sin A \cos C + \sqrt{3} \sin C \sin A = \sin B + \sin C$ 。

因为 $B = \pi - A - C$ ，所以 $\sin B = \sin A \cos C + \cos A \sin C$ 代入上式化简得 $\sqrt{3} \sin C \sin A = \cos A \sin C + \sin C$ 。

由于 $\sin C \neq 0$ ，所以 $\sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ 。

又 $0 < A < \pi$ ，故 $A = \frac{\pi}{3}$ 。

故选：C。

【点睛】

本题主要考查正弦定理解三角形，三角函数恒等变换等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力，属于中档题.

12、D

【解析】

通过复数的乘除运算法则化简求解复数为： $a+bi$ 的形式，即可得到复数的虚部.

【详解】

$$\text{由题可知 } z = \frac{i^{2020} + 3i}{1+i} = \frac{1+3i}{1+i} = \frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+2i-3i^2}{1-i^2} = 2+i,$$

所以 z 的虚部是1.

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的代数形式的混合运算，复数的基本概念，属于基础题.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

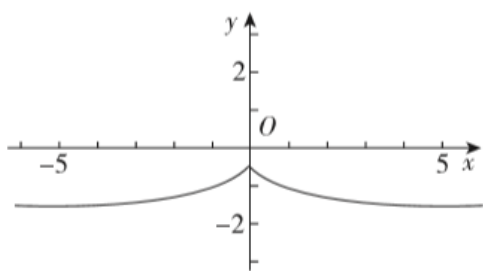
13、 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

【解析】

画图分析可得函数是偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，利用偶函数性质 $f(x) = f(|x|)$ 和单调性可解.

【详解】

作出函数 $f(x)$ 的图如下所示，



观察可知，函数 $f(x)$ 为偶函数，且在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，

在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，故 $f(3m-1) > f(2-m) \Leftrightarrow |3m-1| < |2-m| \Leftrightarrow$

$$8m^2 - 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{4},$$

故实数 m 的取值范围为 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/696223121010010123>