

材料力学

第五章 截面图形的几何性质



截面图形的几何性质

§5-1 静矩和形心

§5-2 惯性矩、极惯性矩、惯性积

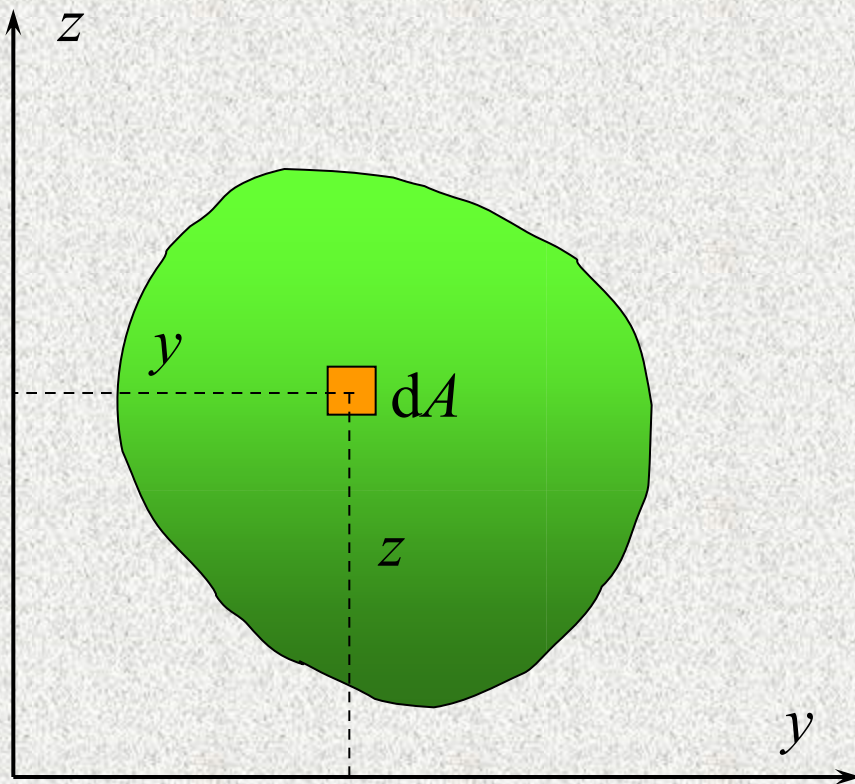
§5-3 惯性矩和惯性积的平行移轴定理

§5-4 惯性矩和惯性积的转轴定理*

截面的主惯性轴和主惯性矩

§5-1 静矩和形心

一、静矩：（与力矩类似）是面积与它到轴的距离之积。



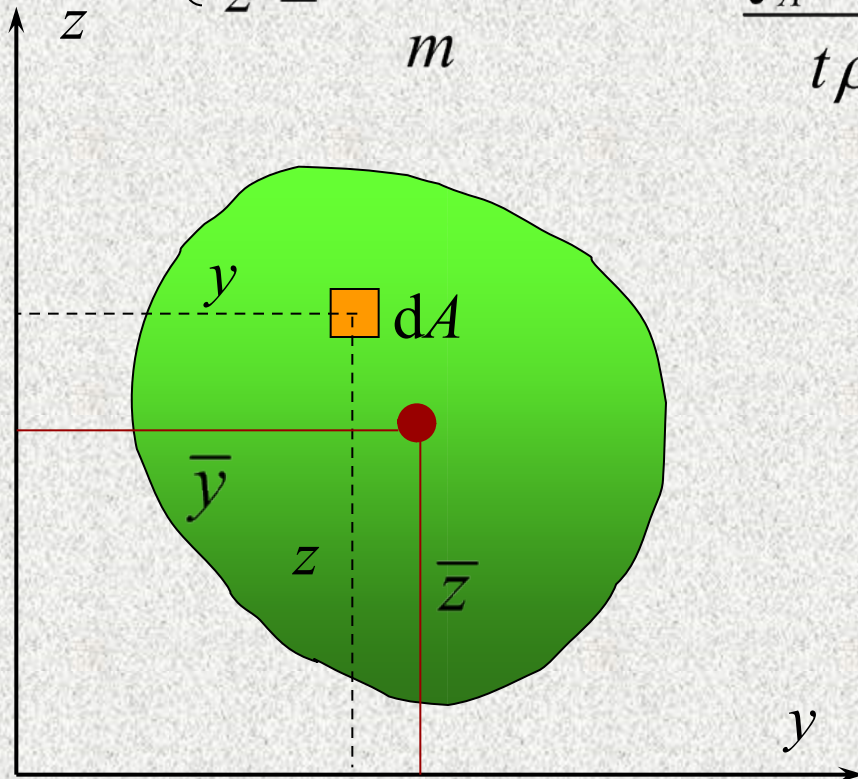
$$S_z = \int_A y dA$$

$$S_y = \int_A z dA$$

二、形心：(等厚均质板的质心与形心重合。)

质心：

$$\begin{cases} \bar{y} = \frac{\int_m y dm}{m} \\ \bar{z} = \frac{\int_m z dm}{m} \end{cases} \xrightarrow[\text{均质}]{\text{等厚}} \begin{cases} \frac{\int_A yt \rho dA}{t \rho A} = \frac{\int_A y dA}{A} = \frac{S_z}{A} \\ \frac{\int_A zt \rho dA}{t \rho A} = \frac{\int_A z dA}{A} = \frac{S_y}{A} \end{cases}$$
 等于形心坐标



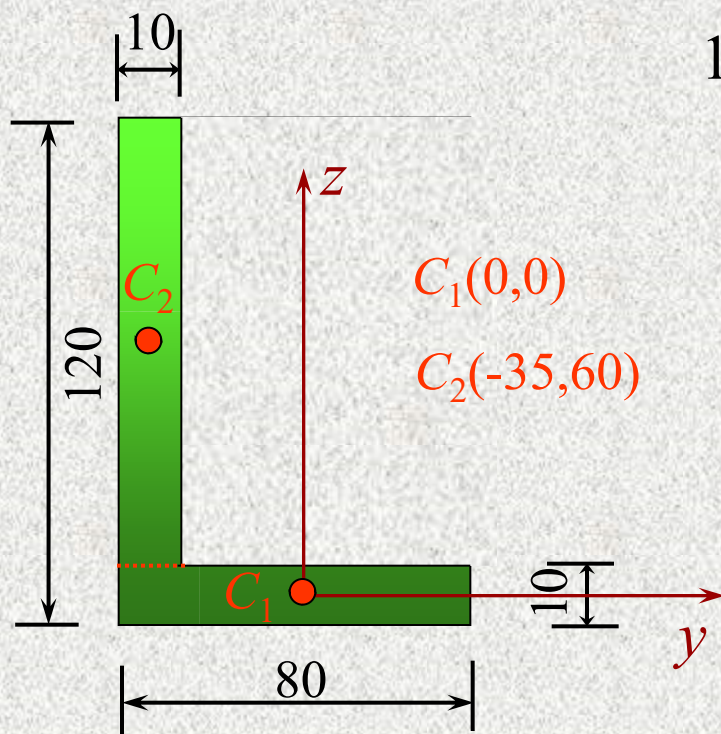
$$S_z = A\bar{y} = \sum A_i \bar{y}_i$$

$$S_y = A\bar{z} = \sum A_i \bar{z}_i$$

例1 试确定下图的形心。

解：组合图形，用正负面积法解之。

1. 用正面积法求解，图形分割及坐标如图(a)



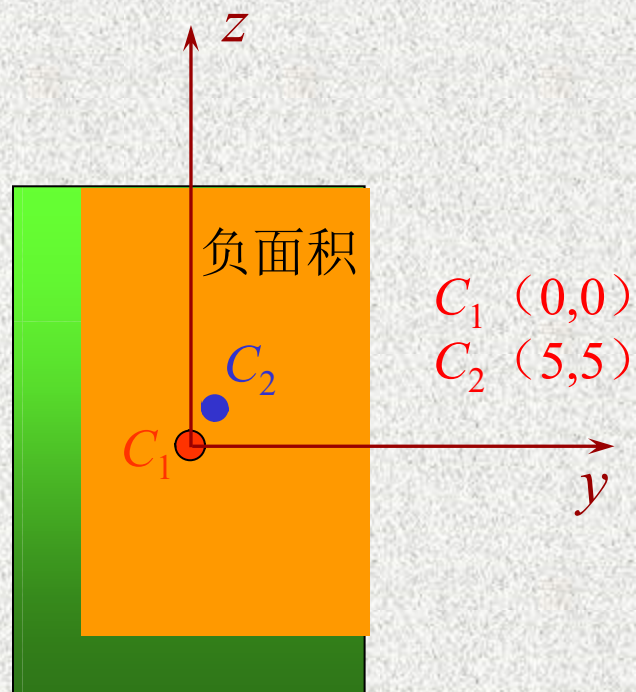
图(a)

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{A} = \frac{\bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2}{A_1 + A_2}$$

$$= \frac{-35 \times 10 \times 110}{10 \times 110 + 80 \times 10} = -20.3$$

$$\bar{z} = \frac{60 \times 10 \times 110}{10 \times 110 + 80 \times 10} = 34.7$$

2. 用负面积法求解，图形分割及坐标如图(b)



$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{A} = \frac{\bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2}{A_1 + A_2} \\ &= \frac{5 \times (-70 \times 110)}{120 \times 80 - 70 \times 110} = -20.3\end{aligned}$$

图(b)

§5-2 惯性矩、惯性积、极惯性矩

一、惯性矩：（与转动惯量类似）

是面积与它到轴的距离的平方之积。

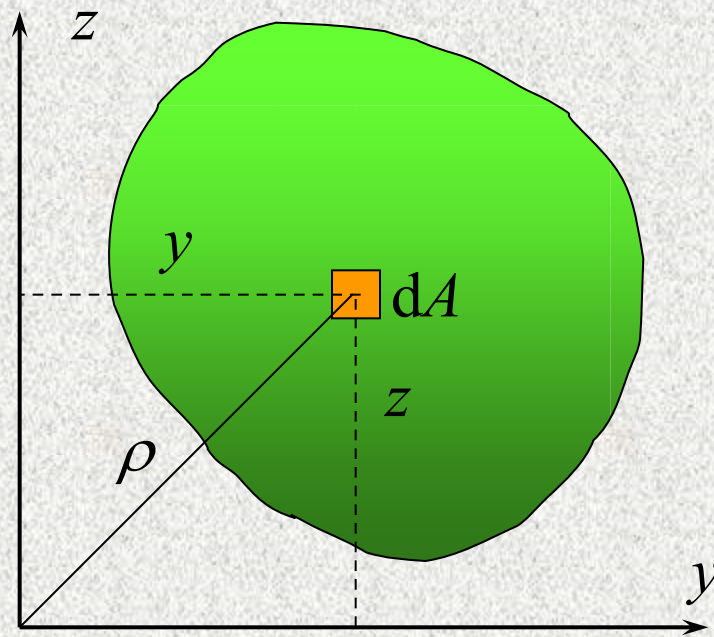
$$I_y = \int_A z^2 dA$$

$$I_z = \int_A y^2 dA$$

二、极惯性矩：

是面积对极点的二次矩。

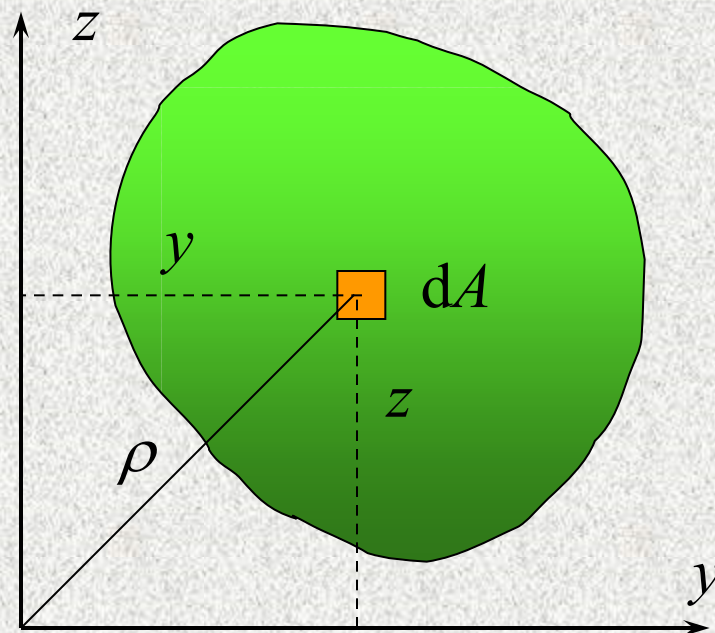
$$I_p = \int_A \rho^2 dA = I_y + I_z$$



三、惯性积：面积与其到两轴距离之积。

$$I_{yz} = \int_A yz dA$$

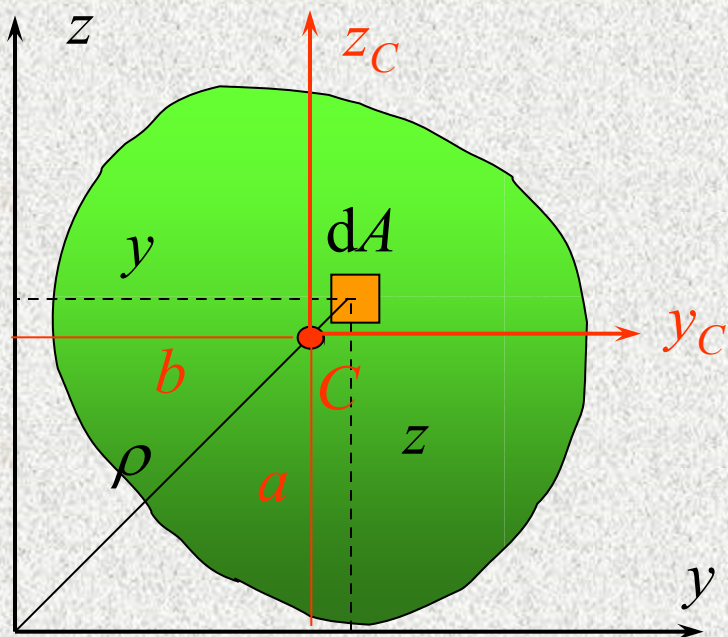
如果 y 或 z 是对称轴，则 $I_{yz} = 0$



§5-3 惯性矩和惯性积的平行移轴定理

一、平行移轴定理：（与转动惯量的平行移轴定理类似）

以形心为原点，建立与原坐标轴平行的坐标轴如图。



$$\begin{cases} y = b + y_C \\ z = a + z_C \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_y &= \int_A z^2 dA \\ &= \int_A (z_C + a)^2 dA \\ &= \int_A (z_C^2 + 2az_C + a^2) dA \\ &= I_{y_C} + 2aS_{y_C} + a^2 A \end{aligned}$$

$$I_y = I_{y_C} + a^2 A \quad S_{y_C} = A\bar{y}_C = 0$$



$$I_y = I_{y_C} + a^2 A$$

$$I_z = I_{z_C} + b^2 A$$

注意: C点必须为形心

$$I_{yz} = I_{y_C z_C} + abA$$

$$I_p = I_{p_C} + (a + b)^2 A$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/697021134012006142>