

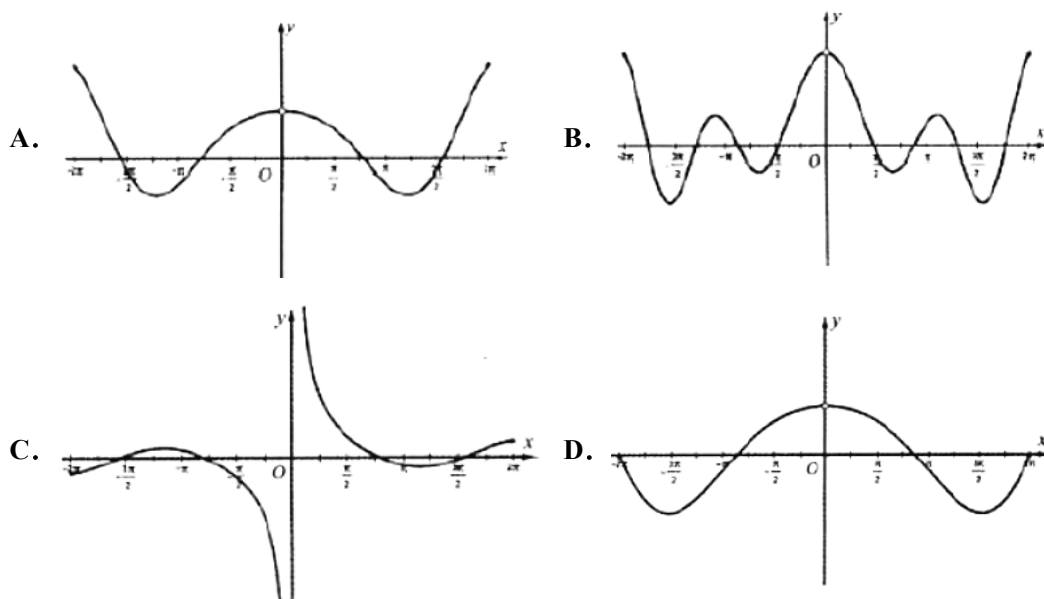
江西省新余四中 2025 届高三全国统考预测密卷数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{x^2 \cos x}{20}$ 在 $[-2\pi, 0) \cup (0, 2\pi]$ 上的图象大致为()



2. 已知直线 $l_1: x = my$ ($m \neq 0$) 与抛物线 $C: y^2 = 4x$ 交于 O (坐标原点), A 两点, 直线 $l_2: x = my + m$ 与抛物线 C 交于 B, D 两点. 若 $|BD| = 3|OA|$, 则实数 m 的值为()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{8}$

3. 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x - 2y + 1 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = -3x + y$ 的最大值为()

- A. 3 B. 2 C. $-\frac{3}{2}$ D. -2

4. 盒中装有形状、大小完全相同的 5 张“刮刮卡”，其中只有 2 张“刮刮卡”有奖，现甲从盒中随机取出 2 张，则至少有一张有奖的概率为()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{4}{5}$

5. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta}$, 则()

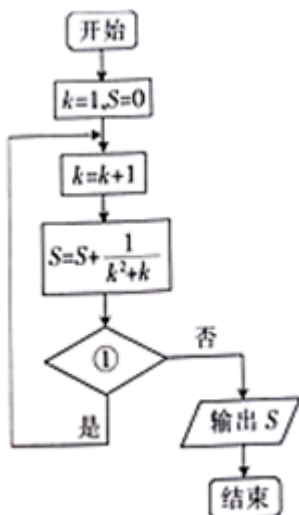
A. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

B. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$

C. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$

D. $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$

6. 执行如图所示的程序框图，若输出的 $S = \frac{3}{10}$ ，则①处应填写（ ）



A. $k < 3?$

B. $k \leq 3?$

C. $k \leq 5?$

D. $k < 5?$

7. 复数 z 满足 $z(1+i) = 2$ (i 为虚数单位)，则 z 的虚部为（ ）

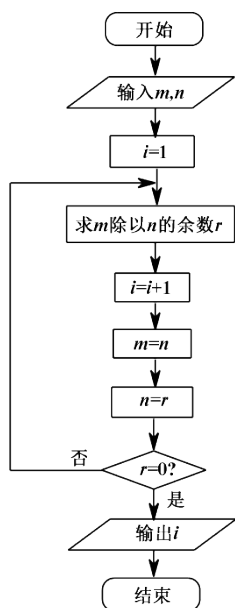
A. i

B. $-i$

C. -1

D. 1

8. 执行如图所示的程序框图，若输入 $m = 2020$ ， $n = 520$ ，则输出的 $i =$ （ ）



A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

9. 若 $(1-2i)z = 5i$ (i 是虚数单位)，则 $|z|$ 的值为（ ）

- A. 3 B. 5 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

10. 已知复数 $z_1=3+4i, z_2=a+i$, 且 $z_1 \bar{z}_2$ 是实数, 则实数 a 等于()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$

11. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-1 \leq 0 \\ x-y+3 \leq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$, 则 x^2+y^2 的最大值是 ()

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$

12. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(-x)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 不等式 $f(ax+2) \leq f(-1)$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立, 则 a 的取值范围是

- A. $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$ B. $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$ C. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ D. $[0, 1]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 递增的等比数列, 若 $a_2+a_3=12$, $a_1a_4=27$, 则 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

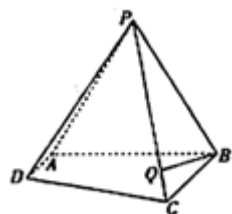
14. 已知两点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, 若直线 $x-y+a=0$ 上存在点 $P(x, y)$ 满足 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$, 则实数 a 满足的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 函数 $y = \sqrt{\log \frac{1}{2} x}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$, 则过原点且与曲线 $y = f(x)$ 相切的直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形且 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = BC = 2AD = 2$, 侧面 PAB 为等边三角形, 且平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.

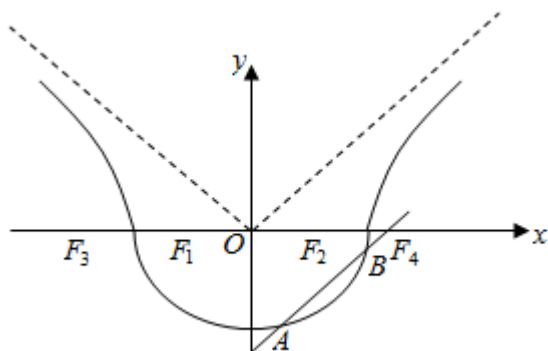


(1) 求平面 PAB 与平面 PDC 所成的锐二面角的大小;

(2) 若 $\overrightarrow{CQ} = \lambda \overrightarrow{CP}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 且直线 BQ 与平面 PDC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 λ 的值.

18. (12分) 已知 $a > b > 0$ ，如图，曲线 Γ 由曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (y \leq 0)$ 和曲线 $C_2: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (y > 0)$ 组成，其

中点 F_1, F_2 为曲线 C_1 所在圆锥曲线的焦点，点 F_3, F_4 为曲线 C_2 所在圆锥曲线的焦点。



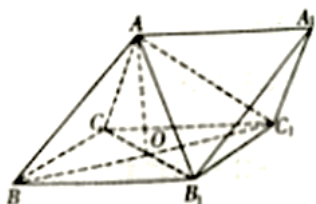
(I) 若 $F_2(2, 0), F_3(-6, 0)$ ，求曲线 Γ 的方程；

(II) 如图，作直线 l 平行于曲线 C_2 的渐近线，交曲线 C_1 于点 A, B ，求证：弦 AB 的中点 M 必在曲线 C_2 的另一条渐近线上；

(III) 对于 (I) 中的曲线 Γ ，若直线 l_1 过点 F_4 交曲线 C_1 于点 C, D ，求 $\triangle CDF_1$ 面积的最大值。

19. (12分) 如图，三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，侧面 BB_1C_1C 是菱形，其对角线的交点为 O ，且

$$AB = AC_1 = \sqrt{6}, AB \perp B_1C.$$



(1) 求证： $AO \perp$ 平面 BB_1C_1C ；

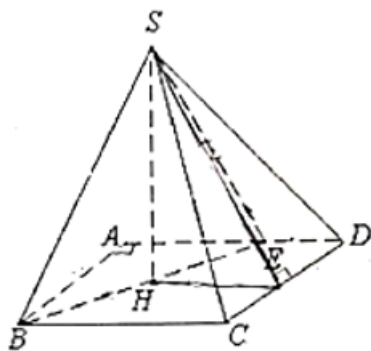
(2) 设 $\angle B_1BC = 60^\circ$ ，若直线 A_1B_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 45° ，求二面角 $A_1 - B_1C_1 - B$ 的正弦值。

20. (12分) 过点 $P(-1, 0)$ 作倾斜角为 α 的直线与曲线 $C: \begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \theta \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 相交于 M, N 两点。

(1) 写出曲线 C 的一般方程；

(2) 求 $|PM| \cdot |PN|$ 的最小值。

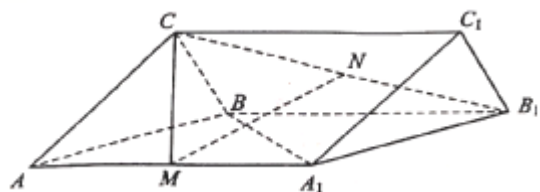
21. (12分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，点 E 是边 AD 上一点，且 $AE = 2ED$ ，点 H 是 BE 的中点，将 $\triangle ABE$ 沿着 BE 折起，使点 A 运动到点 S 处，且满足 $SC = SD$ 。



- (1) 证明: $SH \perp$ 平面 $BCDE$;
 (2) 求二面角 $C-SB-E$ 的余弦值.

22. (10 分) 如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,底面 ABC 是等边三角形,侧面 BCC_1B_1 是矩形, $AB = A_1B$, N 是 B_1C 的中点, M 是棱 AA_1 上的点,且 $AA_1 \perp CM$.

- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 ABC ;
 (2) 若 $AB \perp A_1B$,求二面角 $A-CM-N$ 的余弦值.



参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

首先判断函数的奇偶性, 再根据特殊值即可利用排除法解得;

【详解】

解: 依题意, $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{-x} + \frac{(-x)^2 \cos(-x)}{20} = \frac{\sin x}{x} + \frac{x^2 \cos x}{20} = f(x)$, 故函数 $f(x)$ 为偶函数, 图象关于 y 轴

对称, 排除 C;

而 $f(\pi) = -\frac{\pi^2}{20} < 0$ ，排除 B； $f(2\pi) = \frac{\pi^2}{5} > 0$ ，排除 D.

故选：A.

【点睛】

本题考查函数图象的识别，函数的奇偶性的应用，属于基础题.

2、D

【解析】

设 $B(x_1, y_1)$ ， $D(x_2, y_2)$ ，联立直线与抛物线方程，消去 x 、列出韦达定理，再由直线 $x = my$ 与抛物线的交点求出 A 点坐标，最后根据 $|BD| = 3|OA|$ ，得到方程，即可求出参数的值；

【详解】

解：设 $B(x_1, y_1)$ ， $D(x_2, y_2)$ ，由 $\begin{cases} x = my + m \\ y^2 = 4x \end{cases}$ ，得 $y^2 - 4my - 4m = 0$ ，

$\because \Delta = 16m^2 + 16m > 0$ ，解得 $m < -1$ 或 $m > 0$ ， $\therefore y_1 + y_2 = 4m$ ， $y_1 y_2 = -4m$ 。

又由 $\begin{cases} x = my \\ y^2 = 4x \end{cases}$ ，得 $y^2 - 4my = 0$ ， $\therefore y = 0$ 或 $y = 4m$ ， $\therefore A(4m^2, 4m)$ ，

$\because |BD| = 3|OA|$ ，

$\therefore (1+m^2)(y_1 - y_2)^2 = 9(16m^4 + 16m^2)$ ，

又 $\because (y_1 - y_2)^2 = (y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2 = 16m^2 + 16m$ ，

$\therefore$ 代入解得 $m = \frac{1}{8}$ 。

故选：D

【点睛】

本题考查直线与抛物线的综合应用，弦长公式的应用，属于中档题.

3、A

【解析】

画出不等式组所表示的平面区域，结合图形确定目标函数的最优解，代入即可求解，得到答案.

【详解】

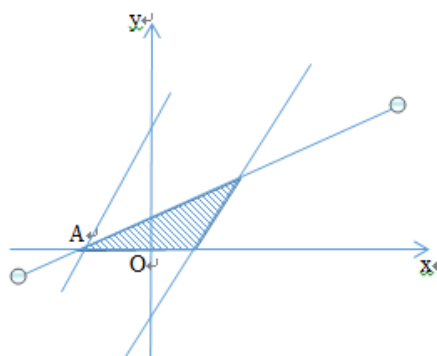
画出不等式组 $\begin{cases} x - 2y + 1 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 所表示平面区域，如图所示，

由目标函数 $z = -3x + y$ ，化为直线 $y = 3x + z$ ，当直线 $y = 3x + z$ 过点 A 时，

此时直线 $y = 3x + z$ 在 y 轴上的截距最大，目标函数取得最大值，

又由 $\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ，解得 $A(-1, 0)$ ，

所以目标函数的最大值为 $z = -3 \times (-1) + 0 = 3$ ，故选 A.



【点睛】

本题主要考查简单线性规划求解目标函数的最值问题. 其中解答中正确画出不等式组表示的可行域, 利用“一画、二移、三求”, 确定目标函数的最优解是解答的关键, 着重考查了数形结合思想, 及推理与计算能力, 属于基础题.

4、C

【解析】

先计算出总的基本事件的个数, 再计算出两张都没获奖的个数, 根据古典概型的概率, 求出两张都没有奖的概率, 由对立事件的概率关系, 即可求解.

【详解】

从 5 张“刮刮卡”中随机取出 2 张, 共有 $C_5^2 = 10$ 种情况,

2 张均没有奖的情况有 $C_3^2 = 3$ (种), 故所求概率为 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

故选:C.

【点睛】

本题考查古典概型的概率、对立事件的概率关系, 意在考查数学建模、数学计算能力, 属于基础题.

5、C

【解析】

利用二倍角公式, 和同角三角函数的商数关系式, 化简可得 $\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta} = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right)$, 即可求得结果.

【详解】

$$\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta} = \frac{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \sin \beta \cos \beta} = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta} = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right),$$

所以 $\alpha = \frac{\pi}{4} + \beta$, 即 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查三角恒等变换中二倍角公式的应用和弦化切化简三角函数, 难度较易.

6、 B

【解析】

模拟程序框图运行分析即得解.

【详解】

$$k=1, S=0; k=2, S=0+\frac{1}{2^2+2}=\frac{1}{6};$$

$$k=3, S=\frac{1}{6}+\frac{1}{3^2+3}=\frac{1}{4}; k=4, S=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2+4}=\frac{3}{10}.$$

所以①处应填写“ $k, 3$?”

故选: B

【点睛】

本题主要考查程序框图, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

7、 C

【解析】

$$z = \frac{2}{1+i}, \text{ 分子分母同乘以分母的共轭复数即可.}$$

【详解】

$$\text{由已知, } z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i, \text{ 故 } z \text{ 的虚部为 } -1.$$

故选: C.

【点睛】

本题考查复数的除法运算, 考查学生的基本运算能力, 是一道基础题.

8、 C

【解析】

根据程序框图程序运算即可得.

【详解】

依程序运算可得:

$r = 460, i = 2, m = 520, n = 460; r = 60, i = 3, m = 460, n = 60; r = 40, i = 4, m = 60, n = 40;$
 $r = 20, i = 5, m = 40, n = 20; r = 0, i = 6,$

故选：C

【点睛】

本题主要考查了程序框图的计算，解题的关键是理解程序框图运行的过程.

9、D

【解析】

直接利用复数的模的求法的运算法则求解即可.

【详解】

$$(1-2i)z = 5i \quad (i \text{ 是虚数单位})$$

$$\text{可得 } |(1-2i)| |z| = |5i|$$

$$\text{解得 } |z| = \sqrt{5}$$

本题正确选项：D

【点睛】

本题考查复数的模的运算法则的应用，复数的模的求法，考查计算能力.

10、A

【解析】

分析：计算 $\bar{z}_2 = a - i$ ，由 $z_1 \bar{z}_2 = 3a + 4 + (4a - 3)i$ ，是实数得 $4a - 3 = 0$ ，从而得解.

详解：复数 $z_1 = 3 + 4i, z_2 = a + i$,

$$\bar{z}_2 = a - i.$$

所以 $z_1 \bar{z}_2 = (3 + 4i)(a - i) = 3a + 4 + (4a - 3)i$ ，是实数，

$$\text{所以 } 4a - 3 = 0, \text{ 即 } a = \frac{3}{4}.$$

故选 A.

点睛：本题主要考查了复数共轭的概念，属于基础题.

11、C

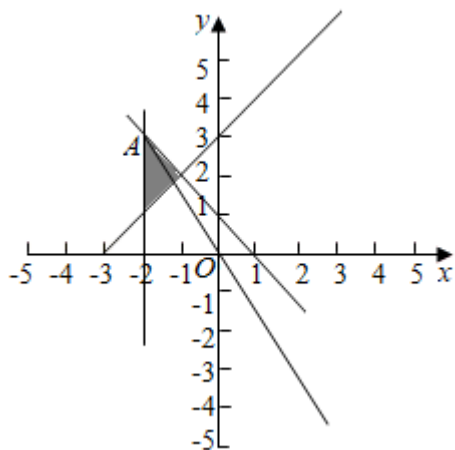
【解析】

由已知画出可行域，利用目标函数的几何意义求最大值.

【详解】

解： $x^2 + y^2$ 表示可行域内的点 (x, y) 到坐标原点的距离的平方，画出不等式组表示的可行域，如图，由 $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} y = 3 \\ x = -2 \end{cases}$ 即 $A(-2, 3)$



点 $A(-2, 3)$ 到坐标原点 $(0, 0)$ 的距离最大，即 $(x^2 + y^2)_{\max} = (-2)^2 + 3^2 = 13$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查线性规划问题，考查数形结合的数学思想以及运算求解能力，属于基础题。

12、A

【解析】

根据奇偶性定义和性质可判断出函数为偶函数且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数，由此可将不等式化为 $-1 \leq ax + 2 \leq 1$ ；利用分

离变量法可得 $-\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$ ，求得 $-\frac{3}{x}$ 的最大值和 $-\frac{1}{x}$ 的最小值即可得到结果。

【详解】

Q $f(x) = f(-x)$ $\therefore f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数，图象关于 y 轴对称

又 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

Q $f(ax + 2) \leq f(-1)$ $\therefore |ax + 2| \leq 1$ ，即 $-1 \leq ax + 2 \leq 1$

Q $-1 \leq ax + 2 \leq 1$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立 $\therefore -\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立

$\therefore -\frac{3}{2} \leq a \leq -1$ ，即 a 的取值范围为： $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$

本题正确选项：A

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/697110124124010035>