

第十章 分式

10.1分式

知 识 大 全

1

分式的概念

一般地，如果 A 、 B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式，其中 A 叫做分子， B 叫做分母。

1. 分式的三个条件：①形如 $\frac{A}{B}$ 的这种形式；② A 、 B 都是整式；③分母中含有字母，且分母不为 0；
2. 判断一个代数式是否是分式不能先化简，如 $\frac{x^2y}{x}$ 是分式，但是化简后就成了 xy ，是一个整式，所以分式只看形式，不看化简后的结果；
3. 分式的形式和分数类似，但它们是有区别的.分数是整式，不是分式，分式是两个整式相除的商式.分式的分母中含有字母；分数的分子、分母中都不含字母；

1

分式的概念

4. 分式与分数是相互联系的：由于分式中的字母可以表示不同的数，所以分式比分数更具有一般性，分数是分式中字母取特定值后的特殊情况；
5. 分式可看成是两个整式的商，如 $\frac{x}{y}$ 可以表示为 $x \div y$ ，但 $x \div y$ 不满足分式的形式，它不是分式；
6. π 表示圆周率，是一个常数，不是字母，如 $\frac{x}{\pi}$ 是一个整式，不是分式。

知识大全

下列式子中是分式的是 ()

A. $\frac{x}{3}$

B. $\frac{2}{\pi}$

C. $\frac{4}{a}$

D. $\frac{5}{2}$

典例

【分析】根据分式的定义求解即可.

【解答】解： A 、它的分母中不含有字母，是整式，故本选项不符合题意；

B 、它的分母中不含有字母，是整式，故本选项不符合题意；

C 、它是分式，故本选项符合题意；

D 、它是分数，故本选项不符合题意；

故选： C .

【点评】本题考查了分式的定义，分母中含有字母的式子是分式.

2

分式有意义、无意义或等于零的条件

1. 分式有意义的条件：分母不等于零，即 $\frac{A}{B}$ 有意义的条件是 $B \neq 0$ ；
2. 分式无意义的条件：分母等于零，即 $\frac{A}{B}$ 无意义的条件是 $B = 0$ ；
3. 分式的值为零的条件：分子等于零且分母不等于零，即 $\frac{A}{B} = 0 \Rightarrow A = 0, B \neq 0$.
 - (1) 分式是否有意义，与分式的分母是否为 0 有关，与分式的分子无关；
 - (2) 分式有意义的条件是分式中分母的整式值不为 0，而不是分母中的字母不为 0，如 $\frac{1}{x-1}$ 有意义的条件是 $x-1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ ，而不是 $x \neq 0$ ；
 - (3) 分式的值是在分式有意义的前提下考虑的；
 - (4) 本章中如果没有特殊说明，所遇到的分式都是有意义的，也就是说分式中分母的值不等于零.

知识大全

下列分式中， x 取任意实数总有意义的是（ ）

A. $\frac{1}{x^2}$

B. $\frac{x-1}{x+1}$

C. $\frac{2}{x^2+1}$

D. $\frac{x}{2-x}$

典例

【分析】根据分式有意义的条件是分母不等于零即可判断.

【解答】解： A . $x=0$ 时，分母 $x^2=0$ ， A 选项不符合题意；

B . $x=-1$ 时，分母 $x+1=0$ ， B 选项不符合题意；

C . x 取任意实数总有意义， C 选项符合题意；

D . $x=2$ 时，分母 $2-x=0$ ， D 选项不符合题意.

故选： C .

【点评】本题考查了分式有意义的条件，解决本题的关键是理解分式有意义的条件是分母不等于零.

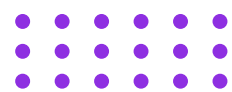


知

识

大

全



3

求分式的值

用具体的数值代替分式中的字母，按照分式中的运算关系计算，所得的结果就是分式的值。

若分式 $\frac{4}{m-1}$ 的值为整数，则整数 m 可能值的个数为（ ）

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

典例

【分析】根据题意得到 $m-1$ 为4的约数，确定出 m 的值，即可求出答案。

【解答】解：分式 $\frac{4}{m-1}$ 的值为整数，

$$\therefore m-1 = \pm 1, \pm 2, \pm 4,$$

解得： $m=2, 0, 3, -1, 5, -3,$

则整数 m 可取的值的个数是6个。

故选：C。

【点评】此题考查了分式的值，认真审题，抓住关键的字眼，是正确解题的出路。

10.2 分式的基本性质



知

识

大

全



1

分式的基本性质

1. 分式的基本性质：分式的分子与分母同乘(或除以)一个不等于 0 的整式，分式的值不变；
2. 字母表示： $\frac{A}{B} = \frac{A \times C}{B \times C}, \frac{A}{B} = \frac{A \div C}{B \div C}$ (A、B、C 都是整式，且 $B \neq 0, C \neq 0$)；
3. 在应用分式的基本性质进行分式变形时，虽然分式的值不变，但分式中字母的取值范围有可能发生变化，如 $\frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{x-1}{x}$ ，变形后，字母 x 的取值范围变大了；
4. 分式的符号法则：分式的分子、分母与分式本身，这三个的正负号同时改变两个，分式值也不会改变，如 $\frac{A}{B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B} = \frac{-A}{-B}$ ；
5. 若分式的分母与分子是多项式，在运用分式基本性质时，应先将分式的分子与分母用括号括起来，再把分子与分母都乘（或除以）同一个不为 0 的整式。



知 识 大 全



下列从左到右的变形一定正确的是 ()

A. $\frac{ab}{5ab} = \frac{1}{5}$

B. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$

C. $\frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$

D. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$

典例

【分析】根据分式的基本性质逐个判断即可.

【解答】解: A. $\frac{ab}{5ab} = \frac{1}{5}$, 故本选项符合题意;

B. 当 $c=0$ 时, $\frac{a}{b} \neq \frac{ac}{bc}$, 故本选项不符合题意;

C. 当 $a=2, b=3$ 时, $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}, \frac{a^3}{b^3} = \frac{8}{27}$, 两边不相等, 故本选项不符合题意;

D. 当 $a=2, b=3$ 时, $\frac{a+1}{b+1} = \frac{3}{4}, \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 两边不相等, 故本选项不符合题意;

故选: A.

【点评】本题考查了分式的基本性质, 能熟记分式的基本性质是解此题的关键.

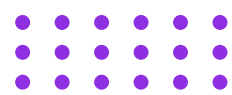


知

识

大

全



2

分式的约分

利用分式的基本性质，约去分子和分母的公因式，不改变分式的值，这样的分式变形叫做分式的约分。

1. 若分式的分子、分母都是单项式，则可以直接约去分子、分母的公因式（分子、分母系数的最大公因数与分子、分母的相同字母的最低次幂的乘积）；
2. 若分式的分子、分母中含有多项式时，要先将其分解因式，使之转化为分子与分母是不能再分解的因式积的形式，然后再进行约分。



知

识

大

全



分式 $\frac{x^2-y^2}{x-y}$ 可化简为 ()

A. $x-y$

B. $\frac{1}{x-y}$

C. $x+y$

D. $\frac{1}{x+y}$

典例

【分析】原式分子分解因式后，约分即可得到结果.

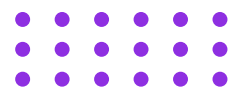
【解答】解：原式 $=\frac{(x+y)(x-y)}{x-y}=x+y$.

故选：C.

【点评】此题考查了约分，约分的关键是找分式分子分母的公因式，熟练掌握分式的基本性质是解本题的关键.



知 识 大 全



3

最简分式

如果一个分式的分子与分母没有相同的因式（1 除外），那么这个分式叫做最简分式，约分就是将分式转化成最简分式或整式.

下列式子中：① $\frac{a+2}{a^2+3}$ ，② $\frac{a-b}{a^2-b^2}$ ，③ $\frac{4a}{12(a-b)}$ ，④ $\frac{a-b}{b-a}$ ，最简分式有（ ）

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

典例

【分析】直接利用分式的基本性质分别化简得出答案.

【解答】解：① $\frac{a+2}{a^2+3}$ ，② $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a+b}$ ，③ $\frac{4a}{12(a-b)} = \frac{a}{3(a-b)}$ ，④ $\frac{a-b}{b-a} = -1$ ，

则最简分式有：① $\frac{a+2}{a^2+3}$ ，共 1 个.

故选：A.

【点评】此题主要考查了最简分式，正确化简分式是解题关键.



知 识 大 全



4

分式的通分

1. 分式的通分：利用分式的基本性质，使分式的分子和分母同乘适当的整式，不改变分式的值，把分母不同的分式化成相同分母的分式，这样的分式变形叫做分式的通分；
2. 最简公分母：如果各分母都是单项式，那么最简公分母就是各系数的最小公倍数与相同字母的最高次幂的乘积；如果各分母都是多项式，就要先把它们分解因式，然后再找最简公分母；
3. 在确定几个分式的最简公分母时，不要遗漏只在一个分式的分母中出现的字母及其指数。

式子： $\frac{1}{2x^2y}$ ， $\frac{2}{3x^2}$ ， $\frac{3}{4xy^2}$ 的最简公分母是（ ）

A. $6x^2y^2$

B. $12x^2y^2$

C. $24x^2y^2$

D. $24x^2y^2xy$

典例

解：∵ $\frac{1}{2x^2y}$ ， $\frac{2}{3x^2}$ ， $\frac{3}{4xy^2}$ 的分母分别为 $2x^2y$ ， $3x^2$ ， $4xy^2$ ，

∴ $\frac{1}{2x^2y}$ ， $\frac{2}{3x^2}$ ， $\frac{3}{4xy^2}$ 的最简公分母是 $12x^2y^2$ 。

故选：B。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/697112043125006134>