

2025 中考数学二轮专题-一元二次方程-专项训练

一. 解一元二次方程-因式分解法 (共 1 小题)

1. 按要求解下列方程

(1) $(x+2)^2 - 6 = 0$ (直接开平方法)

(2) $2x^2 + 1 = 3x$ (用配方法解方程)

(3) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (用公式法解方程)

(4) $2(x - 3) = 3x(x - 3)$ (用因式分解法)

二. 根的判别式 (共 7 小题)

2. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$

(1) 当 m 取何值时, 方程有两个实数根;

(2) 为 m 选取一个适合的整数, 使方程有两个不相等的实数根, 并求出这两个实数根.

3. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k + 2 = 0$.

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一根小于 -3 , 求 k 的取值范围.

4. 已知关于 x 的方程 $2x^2 - 4kx + x = 1 - 2k^2$, 问当 k 取什么值时,

(1) 方程有两个实数根; (2) 方程没有实数根.

5. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (m+1)x + 2(m-1) = 0$

(1) 求证: 无论 m 取何值时, 方程总有实数根;

(2) 若等腰三角形一边长为 4, 另两边恰好是此方程的根, 求此三角形的另两边长.

6. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$.

(1) 求证: 无论 k 为何值, 方程总有实数根;

(2) 若等腰三角形一腰长为 5, 另外两边长度为该方程的两根, 求等腰三角形的周长.

7. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx + m - 2 = 0$, 求证: 无论 m 取何值时, 方程总有两个不相等的实数根.

8. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3k = 0$ 有实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 如果 k 是符合条件的最大整数, 且一元二次方程 $(m - 2)x^2 + x + m - 3 = 0$ 与方程 $x^2 - 4x + 3k = 0$ 有一个相同的根, 求此时 m 的值.

三. 根与系数的关系 (共 4 小题)

9. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + (m^2 + m) = 0$ 有两个实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 如果方程的两个实数根为 x_1, x_2 , 且 $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 4$, 求 m 的值.

10. 已知关于 x 的一元二次方程: $x^2 - (m - 3)x - m = 0$.

(1) 证明: 无论 m 为何值, 原方程有两个不相等的实数根;

(2) 当方程有一根为 1 时, 求 m 的值及方程的另一根.

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+k-2=0$ 有实数根.

(1) 求实数 k 的取值范围.

(2) 设方程的两个实数根分别为 x_1, x_2 , 若 $(x_1+1)(x_2+1)=-1$, 求 k 的值.

12. 关于 x 的方程 $kx^2+(k+2)x+\frac{k}{4}=0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围.

(2) 是否存在实数 k , 方程有两个实数根 x_1, x_2 , 使 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在,

说明理由.

四. 一元二次方程的应用 (共 11 小题)

13. 某商场销售一批名牌衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 为了扩大销售量, 增加利润, 尽快减少库存, 商场决定采取适当的降价措施, 经市场调查发现, 如果每件衬衫降价 1 元, 那么商场平均每天可多售出 2 件, 若商场想平均每天盈利达 1200 元, 那么每件衬衫应降价多少元?

14. 当今社会, “直播带货”已经成为商家的一种新型的促销手段. 小亮在直播间销售一种进价为每件 15 元的日用商品, 经调查发现, 该商品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 满足一次函数关系, 它们的关系如表:

销售单价 x (元)	20	25	40
销售量 y (件)	300	250	100

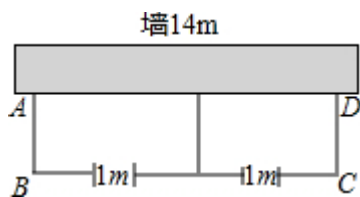
(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 该商家每天想获得 2340 元的利润, 又要尽可能地减少库存, 应将销售单价定为多少元?

15. 某电商在“抖音”上直播带货，已知该产品的进货价为 70 元/件，为吸引流量，该电商在直播中承诺自家商品价格永远不会超过 99 元/件，根据一个月的市场调研，商家发现当售价为 110 元/件时，日销售量为 20 件，售价每降低 1 元，日销售量增加 2 件.

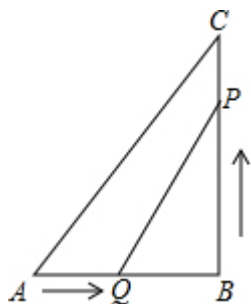
- (1) 求销售量 y (件) 与售价 x (元/件) 的函数关系式;
- (2) 该产品的售价每件应定为多少，电商每天可盈利 1200 元?

16. 如图，用长为 22 米的篱笆，一面利用墙（墙的最大可用长度为 14 米），围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃，为了方便出入，在建造篱笆花圃时，在 BC 上用其他材料做了宽为 1 米的两扇小门. 若花圃的面积刚好为 45 平方米，则此时花圃的 AB 段长为多少?



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=5\text{cm}$ ， $BC=7\text{cm}$ ，点 Q 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动，点 P 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动.

- (1) 如果 P 、 Q 两点同时出发，那么几秒后， $\triangle PBQ$ 的面积等于 4cm^2 ?
- (2) $\triangle PBQ$ 的面积能否等于 7cm^2 ? 试说明理由.



18. 某商场将进货价为 30 元的台灯以 40 元售出, 1 月份销售 400 个, 2 月份和 3 月份这种台灯销售量持续增加, 在售价不变的基础上, 3 月份的销售量达到 576 个, 设 2 月份和 3 月份两个月的销售量月平均增长率不变.

(1) 求 2 月份和 3 月份两个月的销售量月平均增长率;

(2) 从 4 月份起, 在 3 月份销售量的基础上, 商场决定降价促销. 经调查发现, 售价在 35 元至 40 元范围内, 这种台灯的售价每降价 0.5 元, 其销售量增加 6 个. 若商场要想使 4 月份销售这种台灯获利 4800 元, 则这种台灯应降价多少元?

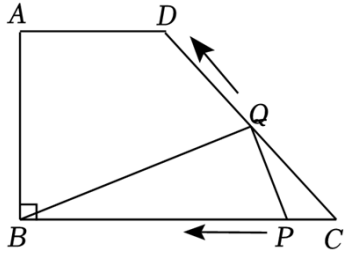
19. “双减”政策倡导学生合理使用电子产品, 控制使用时长, 防止网络沉迷. 某品牌学习机商店, 为了提高学习机的销量, 减少库存, 决定对该品牌学习机进行降价销售, 经市场调查, 当学习机的售价为每台 1800 元时, 每天可售出 4 台, 在此基础上, 售价每降低 50 元, 每天将多售出 1 台, 已知每台学习机的进价为 1000 元. 如果该品牌学习机商店拟获利 4200 元, 该商店需要将每台学习机售价定为多少元?

20. 网购已经成为一种时尚, 某网络购物平台“双十一”全天交易额逐年增长, 2020 年交易额为 500 亿元, 2022 年交易额为 720 亿元.

(1) 2020 年至 2022 年“双十一”交易额的年平均增长率是多少?

(2) 若保持原来的增长率, 试计算 2023 年该平台“双十一”的交易额将达到多少亿元?

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AD = 6\text{cm}$ ， $AB = 8\text{cm}$ ， $BC = 14\text{cm}$ ．动点 P 、 Q 都从点 C 同时出发，点 P 沿 $C \rightarrow B$ 方向做匀速运动，点 Q 沿 $C \rightarrow D \rightarrow A$ 方向做匀速运动，当 P 、 Q 其中一点到达终点时，另一点也随之停止运动．若点 P 以 1cm/s 速度运动，点 Q 以 $2\sqrt{2}\text{cm/s}$ 的速度运动，连接 BQ 、 PQ ，那当时间 t 为几秒时， $\triangle BQP$ 的面积为 24cm^2 ．



2. 淄博烧烤风靡全国．某烧烤店今年 5 月份的盈利额为 20 万元，7 月份的盈利额达到 33.8 万元，如果每月增长的百分率相同，求该烧烤店这两个月的月均增长率．

23. 一块长为 20m 、宽为 15m 的矩形草地，四周外围环绕着宽度相等的小路，已知小路的面积是 246m^2 ，求小路的宽度．

五. 配方法的应用（共 1 小题）

24. 上数学课时，王老师在讲完乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 的多种运用后，要求同学们运用所学知识解答：求代数式 $x^2 + 4x + 5$ 的最小值？同学们经过交流、讨论，最后总结出如下解答方法：

$$\text{解： } x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 = (x+2)^2 + 1$$

$$\because (x+2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = -2 \text{ 时， } (x+2)^2 \text{ 的值最小，最小值是 } 0,$$

$$\therefore (x+2)^2 + 1 \geq 1$$

$$\therefore \text{当 } (x+2)^2 = 0 \text{ 时， } (x+2)^2 \text{ 的值最小，最小值是 } 1,$$

$$\therefore x^2 + 4x + 5 \text{ 的最小值是 } 1.$$

请你根据上述方法，解答下列各题

(1) 知识再现：当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，代数式 $x^2 - 6x + 12$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 知识运用：若 $y = -x^2 + 2x - 3$ ，当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， y 有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ 值（填“大”或“小”），这个值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) 知识拓展：若 $-x^2 + 3x + y + 5 = 0$ ，求 $y + x$ 的最小值.

参考答案与试题解析

一. 解一元二次方程-因式分解法 (共 1 小题)

1. 按要求解下列方程

(1) $(x+2)^2 - 6 = 0$ (直接开平方法)

(2) $2x^2 + 1 = 3x$ (用配方法解方程)

(3) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (用公式法解方程)

(4) $2(x-3) = 3x(x-3)$ (用因式分解法)

【解答】解: (1) $(x+2)^2 = 6$,

$$x+2 = \pm\sqrt{6},$$

$$\text{所以 } x_1 = -2 + \sqrt{6}, x_2 = -2 - \sqrt{6};$$

(2) $x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2}$,

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = -\frac{1}{2} + \frac{9}{16},$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16},$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm\frac{1}{4},$$

$$\text{所以 } x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2};$$

(3) $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 = 12 > 0$,

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2 \times 1} = 2 \pm \sqrt{3},$$

$$\text{所以 } x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3};$$

(4) $2(x-3) - 3x(x-3) = 0$,

$$(x-3)(2-3x) = 0,$$

$$x-3=0 \text{ 或 } 2-3x=0,$$

$$\text{所以 } x_1 = 3, x_2 = \frac{2}{3}.$$

二. 根的判别式 (共 7 小题)

2. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$

(1) 当 m 取何值时, 方程有两个实数根;

(2) 为 m 选取一个适合的整数, 使方程有两个不相等的实数根, 并求出这两个实数根.

【解答】解: (1) $\because$ 方程有两个实数根,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/697133010130006156>