宁波市2022学年第二学期高考模拟考试

高三数学试卷

说明：本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分.考试时间120分钟，本次考试不得使用计算器，请考生将所有题目都做在答题卡上.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A=\left\{x\middle||x-1|<3\right\}$，$B=\left\{x\middle|2^x<8\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(-2,4)$　　B. $(-2,3)$　　C. $(0,4)$　　D. $(0,3)$

【答案】B

【解析】由 $|x-1|<3$ 可得 $-3<x-1<3$，解得 $-2<x<4$，所以 $A=\left\{x\middle||x-1|<3\right\}=\left\{x\middle|-2<x<4\right\}$，

由 $2^x<8$，可得 $2^x<2^3$，所以 $x<3$，即 $B=\left\{x\middle|2^x<8\right\}=\left\{x\middle|x<3\right\}$，

所以 $A\cap B=(-2,3)$，故选：B

2. 设i为虚数单位，若复数 z 满足 $\frac{z}{\mathrm{i}}=\frac{3-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 z 的虚部为（　　）

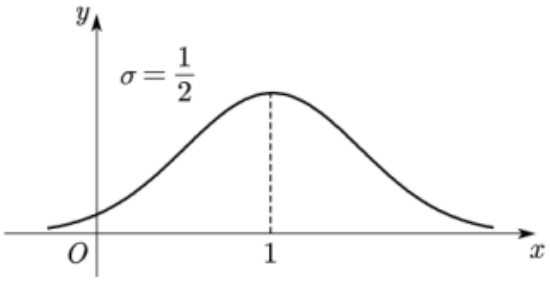
A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

【答案】D

【解析】由 $\frac{z}{\mathrm{i}}=\frac{3-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{(3-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\frac{4+2\mathrm{i}}{2}=2+\mathrm{i}$，则 $z=2\mathrm{i}-1$，所以 z 的虚部为2.

故选：D.

3. 设随机变量 ξ 服从正态分布，ξ 的分布密度曲线如图所示，若 $P(\xi<0)=p$，则 $P(0<\xi<1)$ 与 $D(\xi)$ 分别为（　　）



A. $\frac{1}{2}-p,\frac{1}{2}$　　B. $p,\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}-p,\frac{1}{4}$　　D. $p,\frac{1}{4}$

【答案】C

【解析】根据题意，且 $P(\xi<0)=p$，则 $P(0<\xi<1)=\dfrac{1-2p}{2}=\dfrac{1}{2}-p$，

由正态曲线得 $\xi\sim N\left(1,\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$，所以 $D(\xi)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$.

故选：C.

4. 已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，则（　　）

A. $|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{b}|$　　B. $|\vec{a}-\vec{b}|<|\vec{a}|$

C. $|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}-\vec{b}|$　　D. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})\geq 0$

【答案】D

【解析】由 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$ 得 $|\vec{a}+\vec{b}|^2=\left(|\vec{a}|-|\vec{b}|\right)^2\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}||\vec{b}|$，因此可知 $\vec{a},\vec{b}$ 方向相反，且 $|\vec{a}|\geq|\vec{b}|$，

对于 A, $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，由于 $|\vec{a}|-|\vec{b}|$ 与 $|\vec{b}|$ 的关系不确定，故 A 错误，

对于 B，由于 $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|>|\vec{a}|$，故 B 错误，

对于 C，$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|,|\vec{a}-b|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$，所以 $|\vec{a}+\vec{b}|<|\vec{a}-\vec{b}|$，故 C 错误，

对于 D，$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2\geq 0$，故 D 正确，

故选：D

5. 我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题，在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水，天池盆盆口直径为 36 寸，盆底直径为 12 寸，盆深 18 寸．若某次下雨盆中积水的深度恰好是盆深的一半，则平均降雨量是（注：平均降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积）（　　）

A. $\dfrac{5}{3}$ 寸　　B. 2 寸　　C. $\dfrac{7}{3}$ 寸　　D. 3 寸

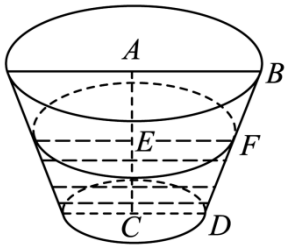
【答案】C

【解析】如图，由题意可知，天池盆上底面半径为 18 寸，下底面半径为 6 寸，高为 18 寸．

Q 积水深 9 寸，∴水面半径为 $\dfrac{1}{2}(18+6)=12$ 寸，

则盆中水的体积为 $\dfrac{1}{3}\pi\times 9\times(6^2+12^2+6\times 12)=756\pi$（立方寸）.

∴平地降雨量等于 $\dfrac{756\pi}{\pi\times 18^2}=\dfrac{7}{3}$（寸）．故选：C.



6. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{8}$ 对称，且 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right)$ 上没有最小值，则 ω 的值为（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 10

【答案】A

【解析】由 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{8}$ 对称可得 $\omega\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{\pi}{4}=\pm\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$, 解得

$\omega=2+8k$ 或 $\omega=-6+8k,k\in Z,$

由 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right),\therefore\omega x+\dfrac{\pi}{4}\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\omega\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}\right)$，由于 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right)$ 上没有最小值，所以

$\dfrac{\omega\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}\le\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow\omega\le\dfrac{15}{2}$，又 $\omega=2+8k$ 或 $\omega=-6+8k,k\in Z,$

所以 $\omega=2$，故选：A

7. 设椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(\mathrm{c},0)$，点 $A(3c,0)$ 在椭圆外，P，Q 在椭圆上，且 P 是线段 AQ 的中点．若直线 PQ，PF 的斜率之积为 $-\dfrac{1}{2}$，则椭圆的离心率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

【答案】B

【解析】如图，取 P,Q 的中点为 M，连接 OM,PF，

则由题意可得，$|PA|=2|PM|,|AF|=2|FO|$，

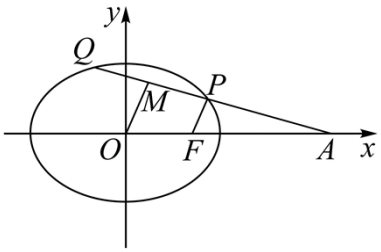
所以 $\triangle APF,\triangle AMO$ 相似，所以 $PF\ //\ MO$,

因为直线 PQ，PF 的斜率之积为 $-\dfrac{1}{2}$，所以 $k_{PQ}\cdot k_{OM}=-\dfrac{1}{2}$,

设 $P(x_1y_1),Q(x_2,y_2)$，则 $\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{a^2}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1\\ \dfrac{x_2^2}{a^2}+\dfrac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，两式相减可得 $\dfrac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2}+\dfrac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2}=0$，

即 $\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}=-\frac{b^2}{a^2}$，即 $k_{PQ}\cdot k_{OM}=-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{2}$，

即 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，所以椭圆的离心率为 $e=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故选:B.



8. 已知函数 $f_1(x)=x^3-3x, f_n(x)=\left|f_{n-1}(x)\right|-1(n\geq 2)$，则 $f_{2023}(x)$ 的零点个数为（　　）

A. 2023　　B. 2025　　C. 2027　　D. 2029

【答案】C

【解析】因为 $f_n(x)=\left|f_{n-1}(x)\right|-1(n\geq 2)$,所以当 $n\geq 2$ 时, $f_n(x)\geq -1$,

$f_{2023}(x)=0\Leftrightarrow f_{2022}(x)=\pm 1$,得 $\left|f_{2021}(x)\right|=0$ 或 $\left|f_{2021}(x)\right|=2$,得 $f_{2021}(x)=0$ 或 $f_{2021}(x)=2$,

由 $f_{2021}(x)=0$ 得 $f_{2019}(x)=0$ 或 $f_{2019}(x)=2$,

由 $f_{2021}(x)=2$ 得 $\left|f_{2020}(x)\right|=3$，进而可得 $f_{2019}(x)=4$,

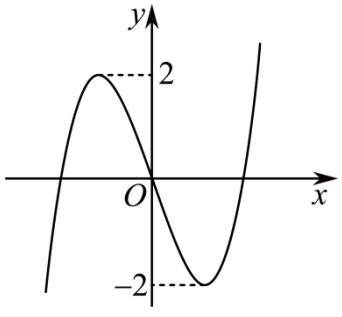
故由 $f_{2023}(x)=0$ 可得， $f_{2019}(x)=0$ 或 $f_{2019}(x)=2$ 或 $f_{2019}(x)=4$.

。。。。。。

依此类推，可得 $f_1(x)=2k$，其中 $k=0,1,2,\text{L}\ 2023$. k=0,1.2....,2023.

易知 $f_1(x)$, $f_1'(x)=3x^2-3$, $f_1'(x)=3x^2-3>0$ 可得 $f_1(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$f_1'(x)=3x^2-3<0$ 可得 $f_1(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递减，画出函数的图像，如图所示.

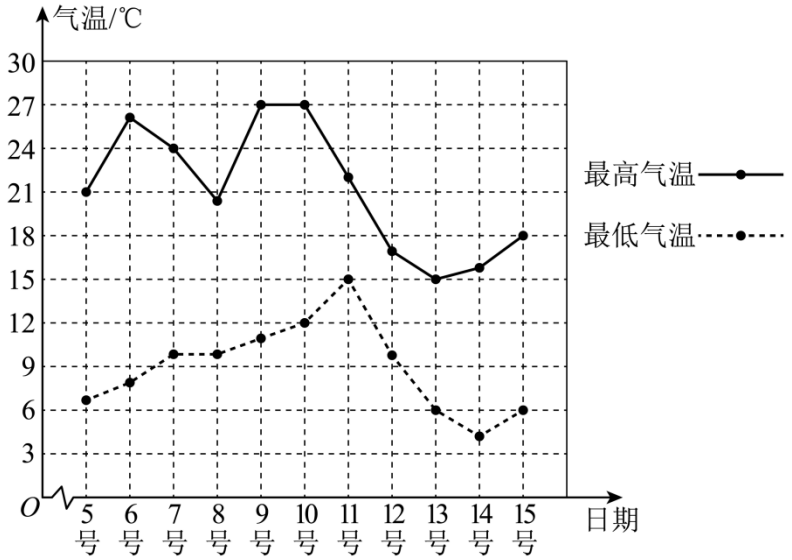


结合图像易知，函数 $f(x)$ 的图像与这一系列直线 $y=2k,\left(k=0,1,2,\mathrm{L}\ ,2023\right)$,共有 2027 个交点.

故选 :C

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 根据某地 3 月 5 日到 3 月 15 日的每天最高气温与最低气温数据（单位：℃）绘制如下折线图，那么下列叙述正确的是（　　）



A. 5 号到 11 号的最低气温与日期之间呈线性相关关系且为正相关

B. 9 号的最高气温与最低气温的差值最大

C. 最高气温的众数为 $27℃$

D. 5 号到 15 号的最低气温的极差比最高气温的极差大

【答案】AC

【解析】由 5 号到 11 号的最低气温的散点分布是从左下到右上可知：最低气温与日期之间呈线性相关关系且为正相关，故 A 正确，

由图可知 6 号的最高气温与最低气温的差值最大，故 B 错误，

最高气温 $27℃$ 出现了两次，其他数据出现为 1 次，故 $27℃$ 是最高气温的众数，故 C 正确，

5 号到 15 号的最低气温的极差小于 $15-3=12$，5 号到 15 号的最高气温的极差约等于 $27-15=12$，故 D 错误，故选：AC

10. 已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 与 $g'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，$f(x)$ 是偶函数，$g(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，则（　　）

A. $g\left[f(-1)\right]=g\left[f(1)\right]$　　B. $f\left[g(3)\right]=f\left[g(-1)\right]$

C. $f\left[g'(3)\right]=f\left[g'(-1)\right]$　　D. $g\left[f'(-1)\right]=g\left[f'(1)\right]$

【答案】ABC

【解析】定理 1：若函数$f\left(x\right)$连续且可导，则$f\left(x\right)$图象关于直线$x=a$对称⇔导函数$f'\left(x\right)$图象关于点$\left(a,0\right)$对称．定理 2：若函数$f\left(x\right)$连续且可导，则$f\left(x\right)$图象关于点$\left(a,f\left(a\right)\right)$对称⇔导函数$f'\left(x\right)$图象关于直线$x=a$对称．

以下证明定理 1，定理 2：

证明：若函数$f\left(x\right)$图象关于直线$x=a$对称，则$f\left(x\right)=f\left(2a-x\right)$，

则$f'\left(x\right)=-f'\left(2a-x\right)$，所以导函数$f'\left(x\right)$图象关于点$\left(a,0\right)$对称．

若导函数$f'\left(x\right)$图象关于点$\left(a,0\right)$对称，则$f'\left(x\right)=-f'\left(2a-x\right)$，

令$F\left(x\right)=f\left(x\right)-f\left(2a-x\right)$，则$F'\left(x\right)=f'\left(x\right)+f'\left(2a-x\right)=0$，则$F\left(x\right)=c$（$c$为常数），

又$F\left(a\right)=f\left(a\right)-f\left(2a-a\right)=0$，所以$F\left(x\right)=0$，

则$f\left(x\right)=f\left(2a-x\right)$，所以$f\left(x\right)$图象关于直线$x=a$对称．

若函数$f\left(x\right)$图象关于点$\left(a,f\left(a\right)\right)$对称，则$f\left(x\right)=2f\left(a\right)-f\left(2a-x\right)$，

则$f'\left(x\right)=f'\left(2a-x\right)$，所以$f'\left(x\right)$图象关于直线$x=a$对称．

若导函数$f'\left(x\right)$图象关于直线$x=a$对称，则$f'\left(x\right)=f'\left(2a-x\right)$，

令$F\left(x\right)=f\left(x\right)+f\left(2a-x\right)$，则$F'\left(x\right)=f'\left(x\right)-f'\left(2a-x\right)=0$，则$F\left(x\right)=c$（$c$为常数），

又$F\left(a\right)=2f\left(a\right)$，所以$F\left(x\right)=2f\left(a\right)$，

则$f\left(x\right)+f\left(2a-x\right)=2f\left(a\right)$，所以$f\left(x\right)$图象关于点$\left(a,f\left(a\right)\right)$对称．

故下面可以直接引用以上定理．

由$f(x)$是偶函数，$g(x)$的图象关于点$(1,0)$对称，则有$f(-x)=f(x)$，$g(x)=-g(2-x)$，

由定理 1，则$f'\left(x\right)$图象关于点$\left(0,0\right)$对称，所以$f'(-x)=-f'(x)$，

和定理 2，则$g'(x)$的图象关于$x=1$，所以$g'(x)=g'(2-x)$，

对于 A，令$x=1$，则$f(-1)=f(1)$，所以$g\left[f(-1)\right]=g\left[f(1)\right]$，故 A 正确；

对于 B，令$x=3$，则$g(3)=-g(-1)$，所以$f\left[g(3)\right]=f\left[-g(-1)\right]=f\left[g(-1)\right]$，故 B 正确；

对于 C，令 $x=3$，则 $g'(3)=g'(-1)$，所以 $f\left[g'(3)\right]=f\left[g'(-1)\right]$，故 C 正确；

对于 D，令 $x=1$，则 $f'(-1)=-f'(1)$，所以 $g\left[f'(-1)\right]=g\left[-f'(1)\right]$，故 D 错误．

故选：ABC．

11. 已知 $SO\perp$ 平面 α 于点 O，A，B 是平面 α 上的两个动点，且 $\angle OSA=\dfrac{\pi}{6},\angle OSB=\dfrac{\pi}{4}$，则（　　）

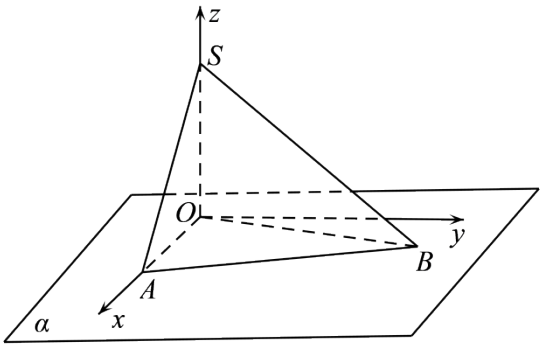
A. SA 与 SB 所成的角可能为 $\dfrac{\pi}{3}$　　B. SA 与 OB 所成的角可能为 $\dfrac{\pi}{6}$

C. SO 与平面 SAB 所成的角可能为 $\dfrac{\pi}{6}$　　D. 平面 SOB 与平面 SAB 的夹角可能为 $\dfrac{\pi}{2}$

【答案】AC

【解析】设 $OA=1$，则 $SO=\sqrt{3},SA=2,OB=\sqrt{3},SB=\sqrt{6}$，

以 O 为原点，分别以 OA,OS 所在直线为 x,z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



则 $S(0,0,\sqrt{3}),A(1,0,0)$，设 $B(m,n,0)$，且 $m^2+n^2=3$，

$\overrightarrow{SA}=(1,0,-\sqrt{3}),\overrightarrow{SB}=(m,n,-\sqrt{3}),\overrightarrow{OB}=(m,n,0),\overrightarrow{SO}=(0,0,-\sqrt{3})$，

若 SA 与 SB 所成的角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则 $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SB}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}\right|}{\left|\overrightarrow{SA}\right|\left|\overrightarrow{SB}\right|}=\dfrac{|m+3|}{2\sqrt{6}}=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$，解得 $m=-3\pm\sqrt{6}$．当 $m=-3-\sqrt{6}$ 时，$m^2>3$，不符合题意；当 $m=-3+\sqrt{6}$ 时，$n^2=6\sqrt{6}-12>0$，方程有解，故 A 正确；

若 SA 与 OB 所成的角为 $\dfrac{\pi}{6}$，则 $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{SA},\overrightarrow{OB}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{OB}\right|}{\left|\overrightarrow{SA}\right|\left|\overrightarrow{OB}\right|}=\dfrac{|m|}{2\sqrt{3}}=\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得 $m^2=9>3$，不符合题意，故 B 错误；

设平面 SAB 的法向量为 $\vec{p}=(x_1,y_1,z_1)$，则 $\begin{cases}\vec{p}\cdot\overrightarrow{SA}=x_1-\sqrt{3}z_1=0\\ \vec{p}\cdot\overrightarrow{SB}=mx_1+ny_1-\sqrt{3}z_1=0\end{cases}$，取 $\vec{p}=(\sqrt{3},\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{3}m}{n},1)$，

若 SO 与平面 SAB 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$，则 $\left|\cos\left\langle \overrightarrow{SO},\vec{p}\right\rangle\right|=\frac{\left|\overrightarrow{SO}\cdot\vec{p}\right|}{\left|\overrightarrow{SO}\right|\left|\vec{p}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{4+\frac{3(1-m^2)}{n^2}}}=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$，解

得 $m=1,n=\pm\sqrt{2}$，故 C 正确；

设平面 SOB 的法向量为 $\vec{q}=(x_2,y_2,z_2)$，则 $\begin{cases}\vec{q}\cdot\overrightarrow{SO}=-\sqrt{3}z_2=0\\ \vec{q}\cdot\overrightarrow{OB}=mx_2+ny_2=0\end{cases}$，取 $\vec{q}=(1,-\frac{m}{n},0)$，

若平面 SOB 与平面 SAB 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$，则 $\vec{p}\cdot\vec{q}=0$，即 $\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}m}{n}\cdot\frac{m}{n}=0$，得 $m^2+n^2=m$，又

$m^2+n^2=3$，得 $m=3,m^2=9>3$，不符合题意，故 D 错误，

故选：AC

12. 三支不同的曲线 $y=a_i\cdot|x-1|\left(a_i>0,i=1,2,3\right)$ 交抛物线 $y^2=4x$ 于点 $A_i,B_i(i=1,2,3)$，F 为抛物线的焦点，记 $\triangle A_iFB_i$ 的面积为 S_i，下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{1}{|FA_i|}+\frac{1}{|FB_i|}(i=1,2,3)$ 为定值　　B. $A_1B_1//A_2B_2//A_3B_3$

C. 若 $S_1+S_2=2S_3$，则 $a_1+a_2=2a_3$　　D. 若 $S_1S_2=S_3^2$，则 $a_1a_2=a_3^2$

【答案】AD

【解析】如图，设直线 $y=a_i\left(x-1\right)$ 与抛物线 $y^2=4x$ 的交于点 C_i,B_i，则 A_i 与 C_i 关于 x 轴对称，

设 $A_i\left(x_1,-y_1\right),B_i\left(x_2,y_2\right)$，则 $C_i\left(x_1,y_1\right)$，联立 $\begin{cases}y=a_i\left(x-1\right)\\ y^2=4x\end{cases}$，消 x 得 $y^2-\frac{4}{a_i}y-4=0$，

则 $y_1+y_2=\frac{4}{a_i},y_1y_2=-4$，又 $y=a_i\left(x-1\right)$，

则 $y_1+y_2=a_i\left(x_1-1\right)+a_i\left(x_2-1\right)=\frac{4}{a_i},y_1y_2=a_i^2\left(x_1-1\right)\left(x_2-1\right)=-4$，则 $x_1+x_2=\frac{2a_i^2+4}{a_i^2},x_1x_2=1$，

对于 A，$F\left(1,0\right)$，

$\frac{1}{|FA_i|}+\frac{1}{|FB_i|}=\frac{1}{x_1+1}+\frac{1}{x_2+1}=\frac{x_1+x_2+2}{x_1+x_2+x_1x_2+1}=\frac{\frac{2a_i^2+4}{a_i^2}+2}{\frac{2a_i^2+4}{a_i^2}+1+1}=1$，故 A 正确；

对于 B，$k_{A_iB_i}=\dfrac{y_2+y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y_2+y_1}{\frac{y_2^2}{4}-\frac{y_1^2}{4}}=\dfrac{4}{y_2-y_1}=\dfrac{4}{\sqrt{\left(y_2+y_1\right)^2-4y_2y_1}}=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{a_i^2}+1}}$，

因为a_i不是定值，所以$k_{A_iB_i}$不是定值，故 B 错误；

对于 C，设直线$y=a_i\left(x-1\right)$的倾斜角为θ_i，则$\tan\theta_i=a_i$，

则$\sin 2\theta_i=\dfrac{2\sin\theta_i\cos\theta_i}{\cos^2\theta_i+\sin^2\theta_i}=\dfrac{2\tan\theta_i}{1+\tan^2\theta_i}=\dfrac{2a_i}{1+a_i^2}$，

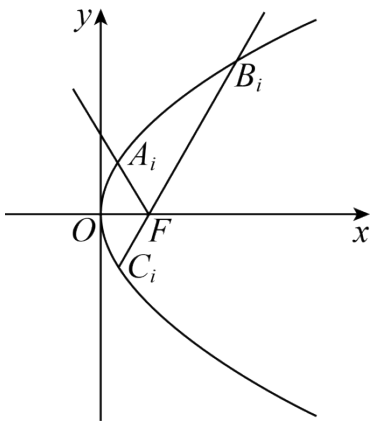
所以$S_i=\dfrac{1}{2}\left|A_iF\right|\left|B_iF\right|\sin 2\theta_i=\dfrac{1}{2}\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)\cdot\dfrac{2a_i}{1+a_i^2}$

$=\dfrac{1}{2}\left(x_1x_2+x_1+x_2+1\right)\cdot\dfrac{2a_i}{1+a_i^2}=\dfrac{a_i}{1+a_i^2}\left(\dfrac{2a_i^2+4}{a_i^2}+1+1\right)=\dfrac{4}{a_i}$，

又因$S_1+S_2=2S_3$，所以$\dfrac{4}{a_1}+\dfrac{4}{a_2}=\dfrac{8}{a_3}$，所以$2\left(a_1+a_2\right)=a_3$，故 C 错误；

对于 D，因为$S_1S_2=S_3^2$，所以$\dfrac{4}{a_1}\cdot\dfrac{4}{a_2}=\dfrac{16}{a_3^2}$，所以$a_1a_2=a_3^2$，故 D 正确.

故选：AD.



【点睛】方法点睛：解决直线和抛物线的位置关系类问题时，一般方法是设出直线方程并联立抛物线方程，得到根与系数的关系式，要结合题中条件进行化简，但要注意的是计算量一般都较大而复杂，要十分细心.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若函数$y=a^x(a>1)$在区间$[1,2]$上的最大值与最小值的差为 2，则$a=$_____.

【答案】2

【解析】因为函数$y=a^x(a>1)$在区间$[1,2]$上递增，所以$y_{\max}=a^2, y_{\min}=a$，

则$a^2-a=2$，解得$a=2$或$a=-1$（舍去）..

14. 写出一个半径为1，且与圆$x^2+y^2=1$和圆$(x-2)^2+(y-2)^2=1$均外切的圆的方程_____.

【答案】$(x-2)^2+y^2=1$或$x^2+(y-2)^2=1$（填一个即可）

【解析】设所求圆的圆心为(a,b)，则由外切关系可得$\begin{cases}a^2+b^2=(1+1)^2\\(a-2)^2+(b-2)^2=(1+1)^2\end{cases}$，

化简得$\begin{cases}a^2+b^2=4\\a+b=2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=0\\b=2\end{cases}$或$\begin{cases}a=2\\b=0\end{cases}$，故满足条件的圆的圆心为$(0,2)$或$(2,0)$，

15. 任取一个正整数，若是奇数，就将该数乘3再加上1；若是偶数，就将该数除以2．反复进行上述两种运算，经过有限次步骤后，必进入循环圈“1→4→2→1”．这就是数学史上著名的“冰雹猜想”（又称“角谷猜想”等）．如取正整数$m=6$，根据上述运算法则得出6→3→10→5→16→8→4→2→1，共需经过8个步骤变成1（简称为8步“雹程”）．猜想的递推关系如下：已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=m$（m为正整数），

$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2},\text{当}a_n\text{为偶数},\\3a_n+1,\text{当}a_n\text{为奇数}.\end{cases}$ 若$a_6=2$，则m所有可能取值的集合为_____.

【答案】$\{1,8,10,64\}$

【解析】若$a_6=2$，则$a_5=4$，则$a_4=8$，或$a_4=1$.

当$a_4=8$时，则$a_3=16$，则$a_2=32$，或$a_2=5$，则$a_1=64$或$a_1=10$；

当$a_4=1$时，$a_3=2$或$a_3=0$（舍），若$a_3=2$，则$a_2=4$，则$a_1=8$或$a_1=1$；

即m所有可能取值的集合为$\{1,8,10,64\}$.

16. 正四面体$ABCD$的棱长为3，P在棱AB上，且满足$\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BP}$，记四面体$ABCD$的内切球为球$O_1$，四面体$PBCD$的外接球为球$O_2$，则$|O_1O_2|=$_____.

【答案】$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

【解析】如图，设点H为$\triangle BCD$的中心，则AH⊥平面BCD，连接BH，并延长BH交CD于点E，则点E为CD的中点，$|BH|=\dfrac{2}{3}|BE|$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/697133021045006161