2019年真题分类汇编

一、 集合

1，（全国1理1）已知集合$M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则$M\cap N=$

A．$\{x|-4<x<3\}$　　B．$\{x|-4<x<-2\}$　　C．$\{x|-2<x<2\}$　　D．$\{x|2<x<3\}$

2，（全国1文2）已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,6,7\}$，则$B\cap \complement_U A=$

A．$\{1,6\}$　　B．$\{1,7\}$　　C．$\{6,7\}$　　D．$\{1,6,7\}$

3，（全国2理1）设集合$A=\{x|x^2-5x+6>0\}$，$B=\{x|x-1<0\}$，则$A\cap B=$

A．$(-\infty，1)$　　B．$(-2，1)$　　C．$(-3，-1)$　　D．$(3，+\infty)$

4，（全国2文1）已知集合$A=\{x\,|\,x>-1\}$，$B=\{x\,|\,x<2\}$，则$A\cap B=$

A．(-1，+∞)　　B．(-∞，2)　　C．(-1，2)　　D．$\varnothing$

5，（全国3文、理1）已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\,|\,x^2\le 1\}$，则$A\cap B=$

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

6，（北京文，1）已知集合$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|x>1\}$，则$A\cup B=$

（A）（–1，1）　　（B）（1，2）　　（C）（–1，+∞）　　（D）（1，+∞）

7，（天津文、理，1）设集合$A=\{-1,1,2,3,5\},B=\{2,3,4\},C=\{x\in \mathbf{R}\,|\,1\le x<3\}$，则$(A\cap C)\cup B=$

A．$\{2\}$　　B．$\{2,3\}$　　C．$\{-1,2,3\}$　　D．$\{1,2,3,4\}$

8（浙江1）．已知全集$U=\{-1,0,1,2,3\}$，集合$A=\{0,1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$

A．$\{-1\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-1,2,3\}$　　D．$\{-1,0,1,3\}$

9，（江苏1）．已知集合$A=\{-1,0,1,6\}$，$B=\{x\,|\,x>0,x\in \mathbf{R}\}$，则$A\cap B=$_______.

10，（上海1）已知集合$A=\{1，2，3，4，5\}$，$B=\{3，5，6\}$，则$A\cap B=$____.

二、复数

1，（全国1理，2）设复数z满足$|z-\mathrm{i}|=1$，z在复平面内对应的点为$(x，y)$，则

A．$(x+1)^2+y^2=1$　　B．$(x-1)^2+y^2=1$　　C．$x^2+(y-1)^2=1$　　D．$x^2+(y+1)^2=1$

2，（全国1文，1）设$z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$，则$|z|=$

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

3，（全国2理2）设$z=-3+2\mathrm{i}$，则在复平面内$\bar{z}$对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4，（全国2文，2）设$z=\mathrm{i}(2+\mathrm{i})$，则$\bar{z}=$

A．1+2i　　B．-1+2i　　C．1-2i　　D．-1-2i

5，（全国 3 理、文，2）若 $z(1+\mathrm{i})=2\mathrm{i}$，则 z=

A．$-1-\mathrm{i}$　　　B．$-1+\mathrm{i}$　　　C．$1-\mathrm{i}$　　　D．$1+\mathrm{i}$

6，（北京，理、文 2）已知复数 z=2+i，则 $z\cdot\overline{z}=$

（A）$\sqrt{3}$　　　（B）$\sqrt{5}$　　　（C）3　　　（D）5

7，（天津理、文 9）i 是虚数单位，则 $\left|\dfrac{5-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right|$ 的值为____________.

8，（浙江 11）复数 $z=\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$（i 为虚数单位），则 $|z|$=___________.

9，（江苏 2）已知复数 $(a+2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})$ 的实部为 0，其中 i 为虚数单位，则实数 a 的值是_______.

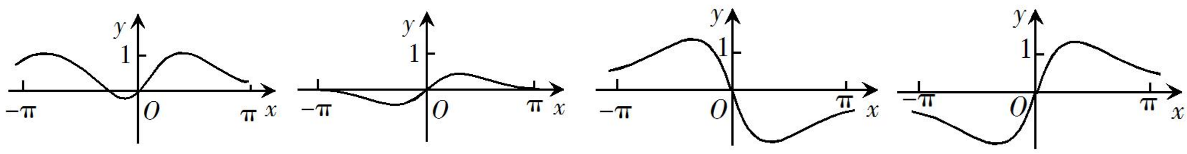
10，（上海 5）设 i 为虚数单位，$3\overline{z}-i=6+5i$，则 $|z|$ 的值为____

三、函数

1，（全国 1 理、文，3）已知 $a=\log_2 0.2$，$b=2^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

A．$a<b<c$　　　B．$a<c<b$　　　C．$c<a<b$　　　D．$b<c<a$

2（全国 1 理、文，5）．函数 $f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致为



A.　　　B.　　　C.　　　D.

3，（全国 1 理、文 13）曲线 $y=3(x^2+x)\mathrm{e}^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为___________.

4，（全国 2 理，4）2019 年 1 月 3 日嫦娥四号探测器成功实现人类历史上首次月球背面软着陆，我国航天事业取得又一重大成就，实现月球背面软着陆需要解决的一个关键技术问题是地面与探测器的通讯联系．为解决这个问题，发射了嫦娥四号中继星“鹊桥”，鹊桥沿着围绕地月拉格朗日 L_2 点的轨道运行．L_2 点是平衡点，位于地月连线的延长线上．设地球质量为 M_1，月球质量为 M_2，地月距离为 R，L_2 点到月球的距离为 r，根据牛顿运动定律和万有引力定律，r 满足方程：$\dfrac{M_1}{(R+r)^2}+\dfrac{M_2}{r^2}=(R+r)\dfrac{M_1}{R^3}$.

设 $\alpha=\dfrac{r}{R}$，由于 α 的值很小，因此在近似计算中 $\dfrac{3\alpha^3+3\alpha^4+\alpha^5}{(1+\alpha)^2}\approx 3\alpha^3$，则 r 的近似值为

A．$\sqrt{\dfrac{M_2}{M_1}}R$　　　B．$\sqrt{\dfrac{M_2}{2M_1}}R$

C．$\sqrt[3]{\dfrac{3M_2}{M_1}}R$　　　D．$\sqrt[3]{\dfrac{M_2}{3M_1}}R$

5，（全国 2 理，12）．设函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，满足 $f(x+1)=2f(x)$，且当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)=x(x-1)$．若对任意 $x\in(-\infty,m]$，都有 $f(x)\geq-\dfrac{8}{9}$，则 m 的取值范围是

A．$\left(-\infty,\dfrac{9}{4}\right]$　　　B．$\left(-\infty,\dfrac{7}{3}\right]$　　　C．$\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right]$　　　D．$\left(-\infty,\dfrac{8}{3}\right]$

6，（全国 2 理 14）已知 $f(x)$ 是奇函数，且当 $x<0$ 时，$f(x)=-\mathrm{e}^{ax}$.若 $f(\ln 2)=8$，则 $a=$__________.

7，（全国 2 文，6）设 $f(x)$为奇函数，且当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=\mathrm{e}^{x}-1$，则当 $x<0$ 时，$f(x)=$

A．$\mathrm{e}^{-x}-1$　　B．$\mathrm{e}^{-x}+1$　　C．$-\mathrm{e}^{-x}-1$　　D．$-\mathrm{e}^{-x}+1$

8，（全国 2 文，10）曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点(π，-1)处的切线方程为

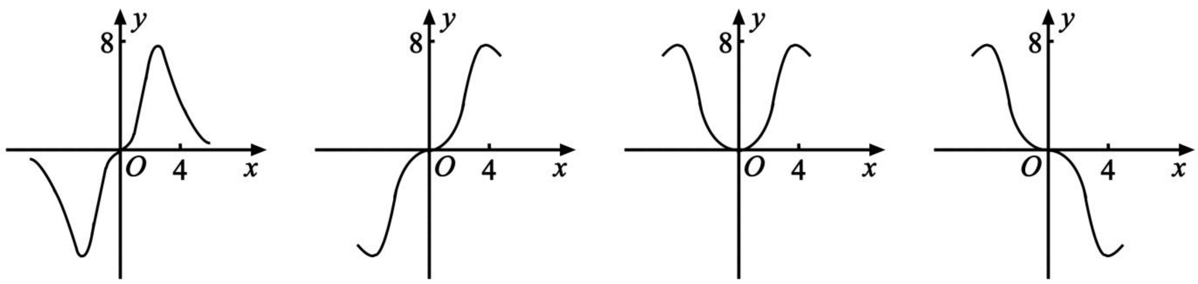
A．$x-y-\pi-1=0$　　B．$2x-y-2\pi-1=0$

C．$2x+y-2\pi+1=0$　　D．$x+y-\pi+1=0$

9，（全国 3 理 6、文 7）．已知曲线 $y=a\mathrm{e}^{x}+x\ln x$ 在点（1，ae）处的切线方程为 $y=2x+b$，则

A．$a=\mathrm{e}$，$b=-1$　　B．a=e，b=1　　C．$a=\mathrm{e}^{-1}$，$b=1$　　D．$a=\mathrm{e}^{-1}$，$b=-1$

10，（全国 3 理 7）函数 $y=\dfrac{2x^{3}}{2^{x}+2^{-x}}$ 在 $[-6,6]$ 的图像大致为



A.　　B.　　C.　　D.

11，（全国 3 理 11、文 12）设 $f(x)$ 是定义域为 **R** 的偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 单调递减，则

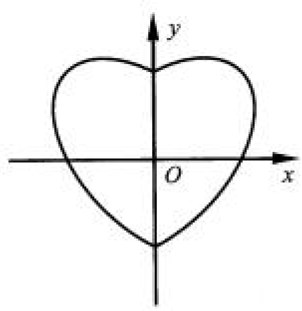
A．f（$\log_3\dfrac{1}{4}$）$>f$（$2^{-\frac{3}{2}}$）$>f$（$2^{-\frac{2}{3}}$）

B．f（$\log_3\dfrac{1}{4}$）$>f$（$2^{-\frac{2}{3}}$）$>f$（$2^{-\frac{3}{2}}$）

C．f（$2^{-\frac{3}{2}}$）$>f$（$2^{-\frac{2}{3}}$）$>f$（$\log_3\dfrac{1}{4}$）

D．f（$2^{-\frac{2}{3}}$）$>f$（$2^{-\frac{3}{2}}$）$>f$（$\log_3\dfrac{1}{4}$）

12，（北京理 8）数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，曲线 C：$x^{2}+y^{2}=1+|x|y$ 就是其中之一（如图）．给出下列三个结论：



①曲线 C 恰好经过 6 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）；

②曲线 C 上任意一点到原点的距离都不超过 $\sqrt{2}$；

③曲线 C 所围成的“心形”区域的面积小于 3．

其中，所有正确结论的序号是

（A）①　　（B）②　　（C）①②　　（D）①②③

13，（北京理 13）设函数 $f(x)=e^x+ae^{-x}$（a 为常数）．若 $f(x)$ 为奇函数，则 a=________；
若 $f(x)$ 是 **R** 上的增函数，则 a 的取值范围是___________.

14，（北京理、文 14）李明自主创业，在网上经营一家水果店，销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃，价格依次为 60 元/盒、65 元/盒、80 元/盒、90 元/盒．为增加销量，李明对这四种水果进行促销：一次购买水果的总价达到 120 元，顾客就少付 x 元．每笔订单顾客网上支付成功后，李明会得到支付款的 80%．
①当 x=10 时，顾客一次购买草莓和西瓜各 1 盒，需要支付__________元；
②在促销活动中，为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折，则 x 的最大值为__________.

15，（北京文 3）下列函数中，在区间（0，+∞）上单调递增的是
（A）$y=x^{\frac{1}{2}}$　（B）$y=2^{-x}$　（C）$y=\log_{\frac{1}{2}}x$　（D）$y=\frac{1}{x}$

16，（北京文 7）在天文学中，天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述．两颗星的星等与亮度满足 $m_2-m_1=\frac{5}{2}\lg\frac{E_1}{E_2}$，其中星等为 m_k 的星的亮度为 E_k（k=1,2）．已知太阳的星等是–26.7，天狼星的星等是–1.45，则太阳与天狼星的亮度的比值为
（A）$10^{10.1}$　（B）10.1　（C）lg10.1　（D）$10^{-10.1}$

17，（天津理 6）．已知 $a=\log_5 2$，$b=\log_{0.5}0.2$，$c=0.5^{0.2}$，则 a,b,c 的大小关系为
A．$a<c<b$　B．$a<b<c$　C．$b<c<a$　D．$c<a<b$

18，（天津文 5）已知 $a=\log_2 7, b=\log_3 8, c=0.3^{0.2}$，则 a，b，c 的大小关系为
（A）$c<b<a$　（B）$a<b<c$　（c）$b<c<a$　（D）$c<a<b$

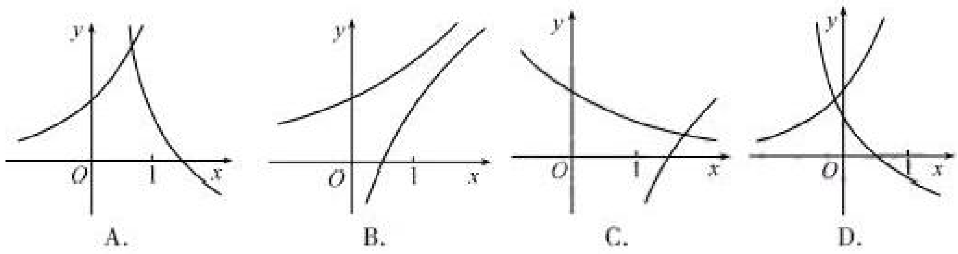
19，（天津理 8）．已知 $a\in\mathbf{R}$，设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2ax+2a, & x\le 1,\\ x-a\ln x, & x>1.\end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x)\ge 0$ 在 **R** 上恒成立，则 a 的取值范围为
A．$[0,1]$　B．$[0,2]$　C．$[0,e]$　D．$[1,e]$

20，（天津文 8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\le x\le 1,\\ \frac{1}{x}, & x>1.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=-\frac{1}{4}x+a(a\in\mathbf{R})$ 恰有两个互异的实数解，则 a 的取值范围为
（A）$\left[\frac{5}{4},\frac{9}{4}\right]$　（B）$\left(\frac{5}{4},\frac{9}{4}\right]$　（C）$\left(\frac{5}{4},\frac{9}{4}\right]\cup\{1\}$　（D）$\left[\frac{5}{4},\frac{9}{4}\right]\cup\{1\}$

21，（天津文 11）曲线 $y=\cos x-\frac{x}{2}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为__________.

22.（浙江 11）已知 $a,b\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x, x<0\\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax, x\ge 0\end{cases}$.
若函数 $y=f(x)-ax-b$ 恰有 3 个零点，则
A．$a<-1$，$b<0$　B．$a<-1$，$b>0$
C．$a>-1$，$b<0$　D．$a>-1$，$b>0$

23，（浙江 6）．在同一直角坐标系中，函数 $y=\frac{1}{a^x}$，$y=\log_a(x+\frac{1}{2})(a>0$，且 $a\neq1)$的图象可能是



24，（浙江 16）已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=ax^3-x$，若存在 $t\in\mathbf{R}$，使得 $|f(t+2)-f(t)|\leq\frac{2}{3}$，

则实数 a 的最大值是____.

25．（江苏 4）函数 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的定义域是_______.

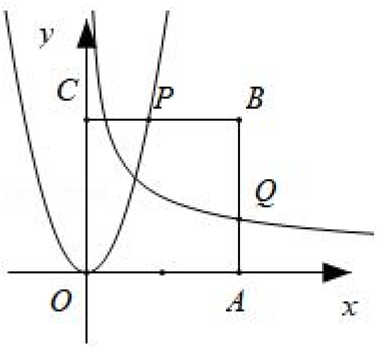
26，（江苏 10）．在平面直角坐标系 xOy 中，P 是曲线 $y=x+\frac{4}{x}(x>0)$ 上的一个动点，

则点 P 到直线 $x+y=0$ 的距离的最小值是______.

27，（江苏 14）．设 $f(x),g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的两个周期函数，$f(x)$ 的周期为 4，$g(x)$ 的周期为 2，且 $f(x)$ 是奇函数.当 $x\in(0,2]$ 时，$f(x)=\sqrt{1-(x-1)^2}$，$g(x)=\begin{cases}k(x+2),0<x\leq1\\-\frac{1}{2},1<x\leq2\end{cases}$，其中 $k>0$.若在区间(0，9]上，关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$ 有 8 个不同的实数根，则 k 的取值范围是__▲___.

28，（上海 4）（4 分）函数 $f(x)=x^2(x>0)$ 的反函数为____.

29，（上海 10）．（5 分）如图，已知正方形 $OABC$，其中 $OA=a(a>1)$，函数 $y=3x^2$ 交 BC 于点 P，函数 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 交 AB 于点 Q，当 $|AQ|+|CP|$ 最小时，则 a 的值为____.



30（上海 13）（5 分）下列函数中，值域为[0，+∞) 的是(　　)

A．$y=2^x$　　B．$y=x^{\frac{1}{2}}$　　C．$y=\tan x$　　D．$y=\cos x$

31，（全国 1 理，20）（12 分）

已知函数 $f(x)=\sin x-\ln(1+x)$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数．证明：

（1）$f'(x)$ 在区间 $(-1,\frac{\pi}{2})$ 存在唯一极大值点；

（2）$f(x)$ 有且仅有 2 个零点．

32，（全国 1 文，20）（12 分）

已知函数 $f(x)=2\sin x-x\cos x-x$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数．

（1）证明：$f'(x)$ 在区间（0，π）存在唯一零点；

（2）若 $x\in[0，\pi]$时，$f(x)\geq ax$，求 a 的取值范围．

33，（全国 2 理，20）（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{x+1}{x-1}$.

（1）讨论 $f(x)$的单调性，并证明 $f(x)$有且仅有两个零点；

（2）设 x_0 是 $f(x)$的一个零点，证明曲线 $y=\ln x$ 在点 $A(x_0$，$\ln x_0)$处的切线也是曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 的切线.

34（全国 2 文 21）．（12 分）

已知函数 $f(x)=(x-1)\ln x-x-1$．证明：

（1） $f(x)$ 存在唯一的极值点；

（2） $f(x)=0$ 有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数.

35（全国 3 理，20）（12 分）

已知函数 $f(x)=2x^3-ax^2+b$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）是否存在 a,b，使得 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 的最小值为 -1 且最大值为 1？若存在，求出 a,b 的所有值；若不存在，说明理由.

36（全国 3 文，20）（12 分）

已知函数 $f(x)=2x^3-ax^2+2$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当$0<a<3$时，记 $f(x)$ 在区间[0，1]的最大值为M，最小值为m，求 $M-m$ 的取值范围.

37（北京理 19，文科 20）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^3-x^2+x$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 的斜率为 1 的切线方程；

（Ⅱ）当 $x\in[-2,4]$时，求证：$x-6\le f(x)\le x$；

（Ⅲ）设 $F(x)=|f(x)-(x+a)|\,(a\in\mathbf{R})$，记 $F(x)$ 在区间 $[-2,4]$ 上的最大值为 M（a）．当 M（a）最小时，求 a 的值.

38（天津理 20）．（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=\mathrm{e}^x\cos x,\quad g(x)$ 为 $f\left(x\right)$ 的导函数.

（Ⅰ）求 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（Ⅱ）当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$时，证明 $f(x)+g(x)\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\ge 0$；

（Ⅲ）设 x_n 为函数 $u(x)=f(x)-1$ 在区间 $\left(2n\pi+\dfrac{\pi}{4},2n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内的零点，其中 $n\in\mathbf{N}$，证明 $2n\pi+\dfrac{\pi}{2}-x_n<\dfrac{\mathrm{e}^{-2n\pi}}{\sin x_0-\cos x_0}$.

39（天津文 20）（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=\ln x-a(x-1)\mathrm{e}^x$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）若 $a\le 0$，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）若 $0<a<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，

（i）证明 $f(x)$ 恰有两个零点；

（ii）设 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，x_1 为 $f(x)$ 的零点，且 $x_1>x_0$，证明 $3x_0-x_1>2$.

40（浙江 22）.（本小题满分 15 分）

已知实数 $a\neq 0$，设函数 $f(x)=a\ln x+\sqrt{x+1},x>0.$

（1）当 $a=-\dfrac{3}{4}$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）对任意 $x\in[\dfrac{1}{\mathrm{e}^2},+\infty)$ 均有 $f(x)\leq\dfrac{\sqrt{x}}{2a}$，求 a 的取值范围.

注：e=2.71828…为自然对数的底数.

41（江苏 19）．（本小题满分 16 分）

设函数 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c),a,b,c\in\mathbf{R}$、$f'(x)$ 为 f（x）的导函数.

（1）若 $a=b=c$，f（4）=8，求 a 的值；

（2）若 $a\neq b$，$b=c$，且 f（x）和 $f'(x)$ 的零点均在集合 $\{-3,1,3\}$ 中，求 f（x）的极小值；

（3）若 $a=0,0<b,,1,c=1$，且 f（x）的极大值为 M，求证:$M\leq\dfrac{4}{27}$.

四、三角函数

1，(全国 1 理 11)．关于函数 $f(x)=\sin|x|+|\sin x|$ 有下述四个结论：

①$f(x)$是偶函数　　②$f(x)$在区间（$\dfrac{\pi}{2}$，π）单调递增

③$f(x)$在 $[-\pi,\pi]$ 有 4 个零点　　④$f(x)$的最大值为 2

其中所有正确结论的编号是

A．①②④　　B．②④　　C．①④　　D．①③

2，（全国 1 文 7）tan255°=

A．-2-$\sqrt{3}$　　B．-2+$\sqrt{3}$　　C．2-$\sqrt{3}$　　D．2+$\sqrt{3}$

3，（全国 1 文 11）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，

已知 $a\sin A-b\sin B=4c\sin C$，$\cos A=-\dfrac{1}{4}$，则 $\dfrac{b}{c}=$

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

4，（全国 2 理 9）．下列函数中，以 $\dfrac{\pi}{2}$ 为周期且在区间($\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{\pi}{2}$)单调递增的是

A．$f(x)=|\cos 2x|$　　B．$f(x)=|\sin 2x|$

C．$f(x)=\cos|x|$　　D．$f(x)=\sin|x|$

5，（全国 2 理 10、文 11）．已知$\alpha\in(0，\dfrac{\pi}{2})$，$2\sin 2\alpha=\cos 2\alpha+1$，则 $\sin\alpha=$

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

6，(全国 2 文，8）若 $x_1=\dfrac{\pi}{4}$，$x_2=\dfrac{3\pi}{4}$ 是函数 $f(x)=\sin\omega x$ ($\omega>0$)两个相邻的极值点，则 $\omega=$

A．2　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．1　　D．$\dfrac{1}{2}$

7（全国 3 理，12）设函数 $f\left(x\right)$=sin（$\omega x+\frac{\pi}{5}$）($\omega>0$)，已知 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,2\pi\right]$ 有且仅有 5 个零点，下述四个结论：

①$f\left(x\right)$ 在（$0,2\pi$）有且仅有 3 个极大值点　②$f\left(x\right)$ 在（$0,2\pi$）有且仅有 2 个极小值点

③$f\left(x\right)$ 在（$0,\frac{\pi}{10}$）单调递增　④ω 的取值范围是[$\frac{12}{5},\frac{29}{10}$)

其中所有正确结论的编号是

A．①④　B．②③　C．①②③　D．①③④

8（全国3文5）．函数 $f(x)=2\sin x-\sin 2x$ 在[0，2π]的零点个数为

A．2　B．3　C．4　D．5

9，（北京文 6）设函数 f（x）=cos$x$+$b$sin$x$（b 为常数），则“b=0”是“f（x）为偶函数”的

（A）充分而不必要条件　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　（D）既不充分也不必要条件

10，（天津理 7、文 7）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 是奇函数，将 $y=f\left(x\right)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），所得图象对应的函数为 $g\left(x\right)$．若 $g\left(x\right)$ 的最小正周期为 2π，且 $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，则 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)=$

A．-2　B．$-\sqrt{2}$　C．$\sqrt{2}$　D．2

11，（全国 1 文 15）．函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{2})-3\cos x$ 的最小值为__________.

12，（全国 2，理 15）$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c .

若 $b=6,a=2c,B=\frac{\pi}{3}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为________.

13，（全国 2 文．15）．$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．

已知 $b\sin A+a\cos B=0$，则 B=___________.

14，（北京理 9）函数 f（x）=$\sin^2 2x$ 的最小正周期是__________.

15，（浙江 14）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=4$，$BC=3$，点 D 在线段 AC 上，

若 $\angle BDC=45°$，则 $BD=$____，$\cos\angle ABD=$__________.

16，（江苏 13）已知 $\frac{\tan\alpha}{\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}=-\frac{2}{3}$，则 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值是_______.

17，（上海 8）.（5 分）在 ΔABC 中，$AC=3$，$3\sin A=2\sin B$，且 $\cos C=\frac{1}{4}$，则 $AB=$____.

18，(全国 1 理 17)．(12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，设 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$ ．

（1）求 A；

（2）若 $\sqrt{2}a+b=2c$ ，求 $\sin C$.

19，（全国 3 理、文 18）．（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $a\sin\dfrac{A+C}{2}=b\sin A$.

（1）求 B；

（2）若$\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $c=1$，求$\triangle ABC$ 面积的取值范围.

20，（北京理 15）（本小题 13 分）

在$\triangle ABC$ 中，$a=3$，$b-c=2$，$\cos B=-\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求 b，c 的值；

（Ⅱ）求 $\sin(B-C)$ 的值.

21，（北京文 15）（本小题 13 分）

在$\triangle ABC$ 中，$a=3$，$b-c=2$，$\cos B=-\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求 b，c 的值；

（Ⅱ）求 $\sin(B+C)$ 的值.

22，（天津理 15、文 16 题）．（本小题满分 13 分）

在$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c．已知 $b+c=2a$，$3c\sin B=4a\sin C$.

（Ⅰ）求 $\cos B$ 的值；

（Ⅱ）求 $\sin\left(2B+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的值.

23，(浙江 18)（本小题满分 14 分）设函数 $f(x)=\sin x, x\in\mathbf{R}$.

（1）已知 $\theta\in[0,2\pi)$, 函数 $f(x+\theta)$ 是偶函数，求 θ 的值；

（2）求函数 $y=[f(x+\dfrac{\pi}{12})]^2+[f(x+\dfrac{\pi}{4})]^2$ 的值域.

24，（江苏 15）．（本小题满分 14 分）

在$\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.

（1）若 $a=3c$，$b=\sqrt{2}$，$\cos B=\dfrac{2}{3}$，求 c 的值；

（2）若 $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{2b}$，求 $\sin(B+\dfrac{\pi}{2})$ 的值.

五、平面向量

1，（全国 1 理 7、文 8）．已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

2，（全国 2 理 7）．已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

3，（全国 2 文 3）．已知向量 $\boldsymbol{a}$=(2，3)，$\boldsymbol{b}$=(3，2)，则|$\boldsymbol{a}$-$\boldsymbol{b}$|=

A．$\sqrt{2}$　　B．2

C．$5\sqrt{2}$　　D．50

4，（全国 3 理 13）．已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为单位向量，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$=0，若 $\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}-\sqrt{5}\boldsymbol{b}$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\rangle=$__________.

5，(全国 3 文 13)．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,2),\boldsymbol{b}=(-8,6)$，则 $\cos<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=$__________.

6，（北京理 7）设点 A，B，C 不共线，则“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”是“$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

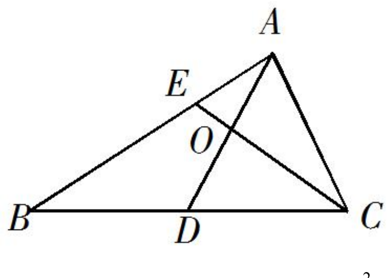
（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

7，（北京文 9）已知向量 $\boldsymbol{a}$ =（–4，3），$\boldsymbol{b}$ =（6，m），且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 m=__________.

8，（天津理、文 14）．在四边形 $ABCD$ 中，$AD\,/\!/\,BC,\quad AB=2\sqrt{3},\quad AD=5,\quad \angle A=30^{\circ}$，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $AE=BE$，则 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AE}=$____________.

9，(浙江 17)．已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，当每个 $\lambda_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 取遍 ±1 时，$|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}|$ 的最小值是__________，最大值是__________.

10，(江苏 12)．如图，在$\triangle ABC$ 中，D 是 BC 的中点，E 在边 AB 上，BE=2EA，AD 与 CE 交于点 O．若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$，则 $\dfrac{AB}{AC}$ 的值是__▲__.



11，(上海 11)．(5 分）在椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上任意一点 P，Q 与 P 关于 x 轴对称，若有 $\overrightarrow{F_1P}\bullet\overrightarrow{F_2P}\leqslant 1$，则 $\overrightarrow{F_1P}$ 与 $\overrightarrow{F_2Q}$ 的夹角范围为____.

六 数列

1，（全国 1 理，9）．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．已知 $S_4=0$，$a_5=5$，则

A．$a_n=2n-5$　　B．$a_n=3n-10$　　C．$S_n=2n^2-8n$　　D．$S_n=\frac{1}{2}n^2-2n$

2，（浙江 10）．设 a，$b\in\mathbf{R}$，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a$，$a_{n+1}=a_n^2+b$，$b\in\mathbf{N}^*$，则

A．当 $b=\frac{1}{2}$ 时，$a_{10}>10$　　B．当 $b=\frac{1}{4}$ 时，$a_{10}>10$

C．当 $b=-2$ 时，$a_{10}>10$　　D．当 $b=-4$ 时，$a_{10}>10$

3，（全国 1 理，14）记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $a_1=\frac{1}{3}$，$a_4^2=a_6$，则 S_5=____________.

4，（全国 1 文，14）记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $a_1=1$，$S_3=\frac{3}{4}$，则 S_4=___________.

5，（全国 3 理 5、文 6）．已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 15，且 $a_5=3a_3+4a_1$，则 a_3=

A．16　　B．8　　C．4　　D．2

6，（全国 3 理 14）．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_1\neq 0$，$a_2=3a_1$，则 $\frac{S_{10}}{S_5}=$___________.

7，（全国 3 文 14）．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3=5, a_7=13$，则 $S_{10}=$___________.

8，（江苏 8）．已知数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 是等差数列，S_n 是其前 n 项和.若 $a_2a_5+a_8=0, S_9=27$，则 S_8 的值是______.

9，（全国 1 文 18）（12 分）

记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_9=-a_5$.

（1）若 $a_3=4$，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $a_1>0$，求使得 $S_n\geq a_n$ 的 n 的取值范围.

10，（全国 2 理 19）（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=1$，$b_1=0$，$4a_{n+1}=3a_n-b_n+4$，$4b_{n+1}=3b_n-a_n-4$.

（1）证明：$\{a_n+b_n\}$ 是等比数列，$\{a_n-b_n\}$ 是等差数列；

（2）求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

11，（全国 2 文 18）．（12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，$a_1=2, a_3=2a_2+16$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\log_2 a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

12，（天津理 19）．（本小题满分 14 分）

设$\left\{a_n\right\}$是等差数列，$\left\{b_n\right\}$是等比数列．已知$a_1=4,b_1=6$，$b_2=2a_2-2,b_3=2a_3+4$．

（Ⅰ）求$\left\{a_n\right\}$和$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\left\{c_n\right\}$满足$c_1=1,c_n=\begin{cases}1, & 2^k<n<2^{k+1},\\ b_k,n=2^k,\end{cases}$其中$k\in\mathbf{N}^*$．

（i）求数列$\left\{a_{2^n}\left(c_{2^n}-1\right)\right\}$的通项公式；

（ii）求$\sum\limits_{i=1}^{2^n}a_ic_i\quad\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$.

13，（天津文 18）（本小题满分 13 分）

设$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，公比大于 0，已知$a_1=b_1=3,b_2=a_3,b_3=4a_2+3$．

（Ⅰ）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\{c_n\}$满足$c_n=\begin{cases}1, & n\text{为奇数},\\ b_{\frac{n}{2}}, & n\text{为偶数}.\end{cases}$求$a_1c_1+a_2c_2+\cdots+a_{2n}c_{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$．

14，（浙江 20）.（本小题满分 15 分）

设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_3=4$，$a_4=S_3$，

数列$\{b_n\}$满足：对每个$n\in\mathbf{N}^*,S_n+b_n,S_{n+1}+b_n,S_{n+2}+b_n$成等比数列.

（1）求数列$\{a_n\},\{b_n\}$的通项公式；

（2）记$c_n=\sqrt{\dfrac{a_n}{2b_n}},n\in\mathbf{N}^*$，证明：$c_1+c_2+\cdots+c_n<2\sqrt{n},n\in\mathbf{N}^*$.

15（江苏 20）（本小满分 16 分）

定义首项为 1 且公比为正数的等比数列为“M－数列”.

（1）已知等比数列$\{a_n\}$$(n\in\mathbf{N}^*)$满足：$a_2a_4=a_5,a_3-4a_2+4a_4=0$，求证：数列$\{a_n\}$为“M－数列”；

（2）已知数列$\{b_n\}$$(n\in\mathbf{N}^*)$满足：$b_1=1,\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{2}{b_n}-\dfrac{2}{b_{n+1}}$，其中 S_n 为数列$\{b_n\}$的前 n 项和.

①求数列$\{b_n\}$的通项公式；

②设 m 为正整数，若存在“M－数列”$\{c_n\}$$(n\in\mathbf{N}^*)$，对任意正整数 k，当 $k\le m$ 时，都有c_k,, b_k,, c_{k+1}成立，求 m 的最大值.

16，（上海 18）.（14 分）已知数列$\{a_n\}$，$a_1=3$，前 n 项和为S_n.

（1）若$\{a_n\}$为等差数列，且$a_4=15$，求S_n；

（2）若$\{a_n\}$为等比数列，且$\lim\limits_{n\to\infty}S_n<12$，求公比 q 的取值范围.

七 立体几何

1，（全国 1 理 12）．已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上，$PA=PB=PC$，△ABC 是边长为 2 的正三角形，E，F 分别是 PA，AB 的中点，$\angle CEF=90°$，则球 O 的体积为

A．$8\sqrt{6}\pi$　　B．$4\sqrt{6}\pi$　　C．$2\sqrt{6}\pi$　　D．$\sqrt{6}\pi$

2，（全国 1 文 16）．已知$\angle ACB=90°$，P 为平面 ABC 外一点，$PC=2$，点 P 到$\angle ACB$ 两边 AC，BC 的距离均为$\sqrt{3}$，那么 P 到平面 ABC 的距离为__________.

3，（全国 2 理、文 7）．设α，β为两个平面，则$\alpha /\!/ \beta$的充要条件是

A．α内有无数条直线与β平行　　B．α内有两条相交直线与β平行

C．α，β平行于同一条直线　　D．α，β垂直于同一平面

4，（全国 2 理 16、文 16）．中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图 1）．半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体．半正多面体体现了数学的对称美．图 2 是一个棱数为 48 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为 1．则该半正多面体共有________个面，其棱长为_________．（本题第一空 2 分，第二空 3 分．）

图 1

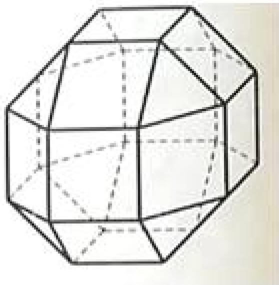
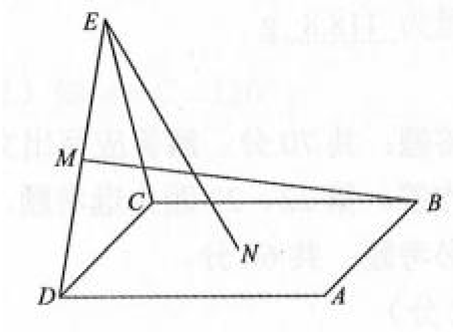


图 2

第 4 题图



第 5 题图

5（全国 3 理 8）．如图，点 N 为正方形 $ABCD$ 的中心，△ECD 为正三角形，平面 ECD⊥平面 $ABCD$，M 是线段 ED 的中点，则

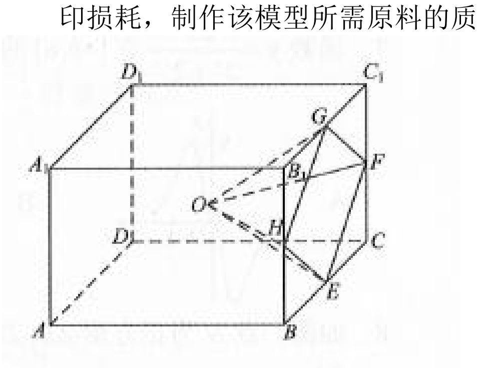
A．$BM=EN$，且直线 BM，EN 是相交直线

B．$BM\neq EN$，且直线 BM，EN 是相交直线

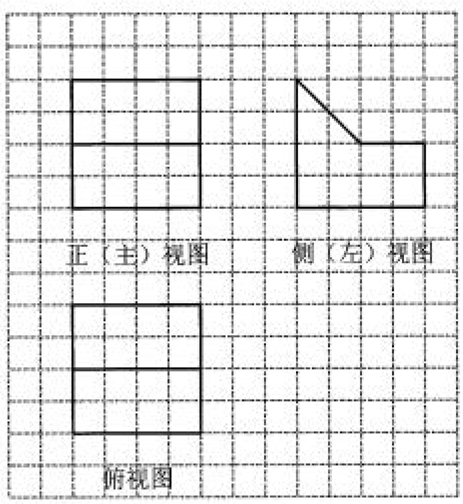
C．$BM=EN$，且直线 BM，EN 是异面直线

D．$BM\neq EN$，且直线 BM，EN 是异面直线

6，（全国 3 理 16）．学生到工厂劳动实践，利用 3D 打印技术制作模型.如图，该模型为长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 挖去四棱锥 O—$EFGH$ 后所得的几何体，其中 O 为长方体的中心，E，F，G，H 分别为所在棱的中点，$AB=BC=6\text{ cm}, AA_1=4\text{ cm}$，3D 打印所用原料密度为 0.9 g/cm^3，不考虑打印损耗，制作该模型所需原料的质量为__________g.



7，（北京理 11，文 12）某几何体是由一个正方体去掉一个四棱柱所得，其三视图如图所示．如果网格纸上小正方形的边长为 1，那么该几何体的体积为_________.



8，（北京理 12，文 13）已知 l，m 是平面 α 外的两条不同直线．给出下列三个论断：

①$l\perp m$；　　　　　②$m/\!/\alpha$；　　　　　③$l\perp\alpha$．

以其中的两个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出一个正确的命题：__________．

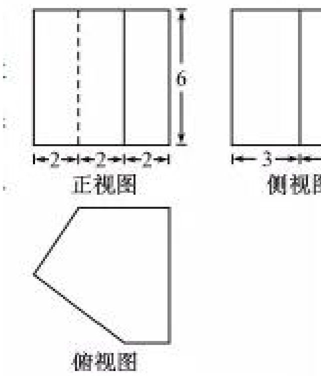
9，（天津理 11，文 12）已知四棱锥的底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，侧棱长均为 $\sqrt{5}$．

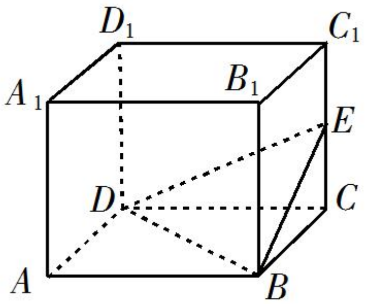
若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为__________．

10，（浙江 4）祖暅是我国南北朝时代的伟大科学家，他提出的"幂势既同，则积不容异"称为祖暅原理，利用该原理可以得到柱体的体积公式 $V_{\text{柱体}}=Sh$，其中 S 是柱体的底面积，h 是柱体的高．若某柱体的三视图如图所示（单位：cm），则该柱体的体积（单位：cm^3）是

A．158　　　　　　　　　B．162

C．182　　　　　　　　　D．324





第 10 题图　　　　　　　　第 12 题图

11，（江苏 9）．如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积是 120，E 为 CC_1 的中点，

则三棱锥 E-BCD 的体积是______．

12，（浙江 8）．设三棱锥 V–ABC 的底面是正三角形，侧棱长均相等，P 是棱 VA 上的点（不含端点）．记直线 PB 与直线 AC 所成的角为α，直线 PB 与平面 ABC 所成的角为β，二面角 P–AC–B 的平面角为γ，则

A．$\beta<\gamma$，$\alpha<\gamma$　　　　　　　　B．$\beta<\alpha$，$\beta<\gamma$

C．$\beta<\alpha$，$\gamma<\alpha$　　　　　　　　D．$\alpha<\beta$，$\gamma<\beta$

13，（上海 15）．（5 分）已知平面 α、β、γ 两两垂直，直线 a、b、c 满足：$a\subseteq\alpha$，$b\subseteq\beta$，$c\subseteq\gamma$，则直线 a、b、c 不可能满足以下哪种关系（　　）

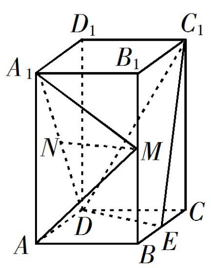
A．两两垂直　　　B．两两平行　　　C．两两相交　　　D．两两异面

14，（全国 1 理 18）．（12 分）

如图，直四棱柱 $ABCD$–$A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，E，M，N 分别是 BC，BB_1，A_1D 的中点．

（1）证明：$MN/\!/$平面 C_1DE；

（2）求二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值．

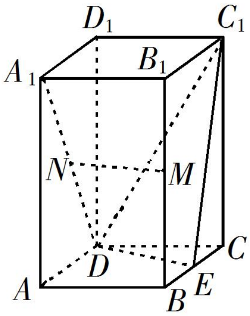


15，（全国 1 文 19）．（12 分）

如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，E，M，N 分别是 BC，BB_1，A_1D 的中点.

（1）证明：$MN\parallel$ 平面 C_1DE；

（2）求点 C 到平面 C_1DE 的距离．

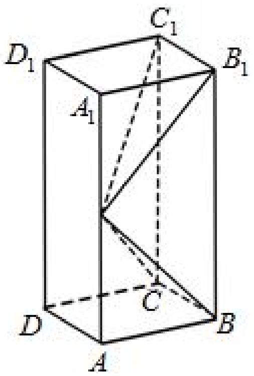


16，（全国 2 理 17）．（12 分）

如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形，点 E 在棱 AA_1 上，$BE\perp EC_1$.

（1）证明：$BE\perp$ 平面 EB_1C_1；

（2）若 $AE=A_1E$，求二面角 $B-EC-C_1$ 的正弦值．

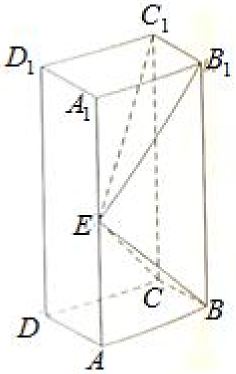


17，（全国 2 文第 17）．（12 分）

如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形，点 E 在棱 AA_1 上，$BE\perp EC_1$.

（1）证明：$BE\perp$ 平面 EB_1C_1；

（2）若 $AE=A_1E$，$AB=3$，求四棱锥 $E-BB_1C_1C$ 的体积．



18，（全国 3 理 19）．（12 分）

图 1 是由矩形 $ADEB$，Rt△ABC 和菱形 $BFGC$ 组成的一个平面图形，其中 $AB=1$，$BE=BF=2$，$\angle FBC=60°$，将其沿 AB，BC 折起使得 BE 与 BF 重合，连结 DG，如图 2.

（1）证明：图 2 中的 A，C，G，D 四点共面，且平面 $ABC\perp$平面 $BCGE$；

（2）求图 2 中的二面角 $B-CG-A$ 的大小.

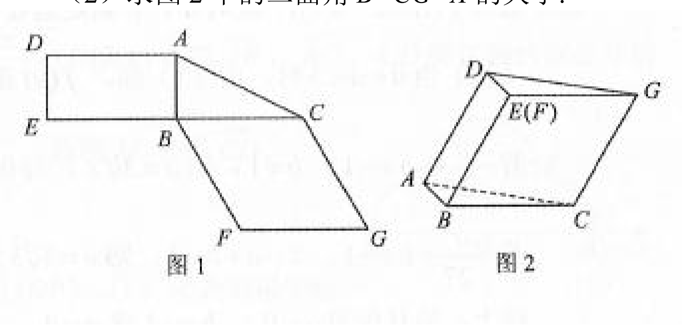


图 1 图 2

19，（北京理 16）（本小题 14 分）

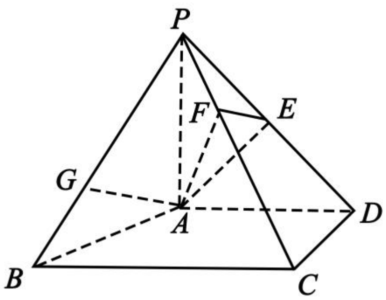
如图，在四棱锥 $P–ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，$AD\perp CD$，$AD\,/\!/\,BC$，$PA=AD=CD=2$，$BC=3$．E 为 PD 的中点，点 F 在 PC 上，且 $\dfrac{PF}{PC}=\dfrac{1}{3}$.

（Ⅰ）求证：$CD\perp$平面 PAD；

（Ⅱ）求二面角 $F–AE–P$ 的余弦值；

（Ⅲ）设点 G 在 PB 上，且 $\dfrac{PG}{PB}=\dfrac{2}{3}$．判断直线 AG 是否在平面 AEF 内，说明理由.

，



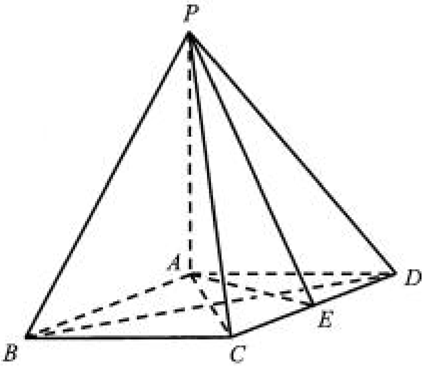
20，（北京文 18）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，底部 $ABCD$ 为菱形，E 为 CD 的中点.

（Ⅰ）求证：$BD\perp$平面 PAC；

（Ⅱ）若$\angle ABC=60°$，求证：平面 $PAB\perp$平面 PAE；

（Ⅲ）棱 PB 上是否存在点 F，使得 $CF\,/\!/$平面 PAE？说明理由.



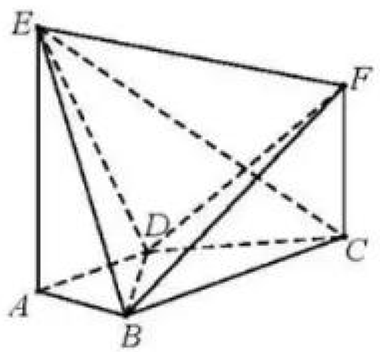
21，（天津理 17）．（本小题满分 13 分）

如图，$AE \perp$ 平面 $ABCD$，$CF \parallel AE$，$AD \parallel BC$，$AD \perp AB$，$AB = AD = 1$，$AE = BC = 2$．

（Ⅰ）求证：$BF \parallel$ 平面 ADE；

（Ⅱ）求直线 CE 与平面 BDE 所成角的正弦值；

（Ⅲ）若二面角 $E-BD-F$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$，求线段 CF 的长．



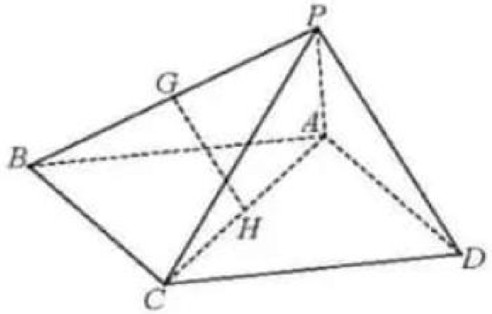
22，（天津文 17）（本小题满分 13 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$\triangle PCD$ 为等边三角形，平面 $PAC \perp$ 平面 PCD，$PA \perp CD, CD = 2, AD = 3$．

（Ⅰ）设 G，H 分别为 PB，AC 的中点，求证：$GH \parallel$ 平面 PAD；

（Ⅱ）求证：$PA \perp$ 平面 PCD；

（Ⅲ）求直线 AD 与平面 PAC 所成角的正弦值.



23，（浙江 19）.（本小题满分 15 分）如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 ABC，$\angle ABC = 90°$，$\angle BAC = 30°, A_1A = A_1C = AC, E, F$ 分别是 AC，A_1B_1 的中点.

（1）证明：$EF \perp BC$；

（2）求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值**.**