

四川省成都龙泉二中学 2023 年 3 月全国高三质量检测试题数学试题

注意事项:

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则函数 $g(x) = f(2x) + \sqrt{8 - 2^x}$ 的定义域为 ()

A. $[0, 1]$

B. $[0, 2]$

C. [1,2]

D. $[1, 3]$

2. 已知角 α 的终边与单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 交于点 $P\left(\frac{1}{3}, y_0\right)$, 则 $\cos 2\alpha$ 等于 ()

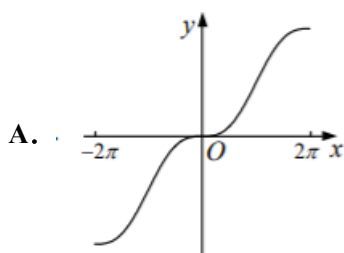
A. $\frac{1}{9}$

B. $-\frac{7}{9}$

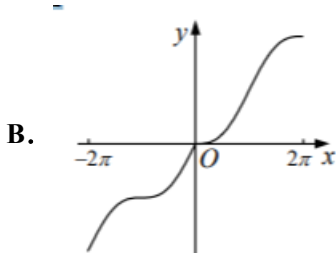
c. $-\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

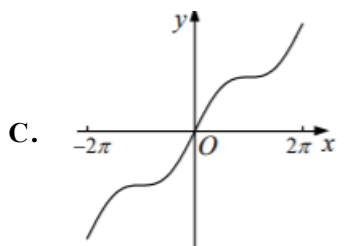
3. 函数 $y = \sin|x| + x$ 在 $x \in [-2\pi, 2\pi]$ 上的大致图象是 ()



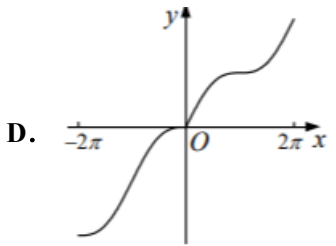
A.



B.

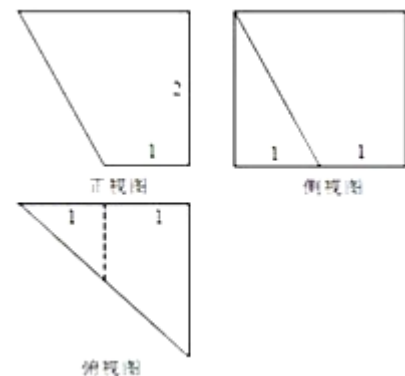


C.



D.

4. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



正视图

側視圖

摘要:

- A. $\frac{8}{3}$ B. 3 C. $\frac{11}{3}$ D. 4

5. 把函数 $f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($A \neq 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数

$g(x-m)$ ($m > 0$) 是偶函数, 则实数 m 的最小值是 ()

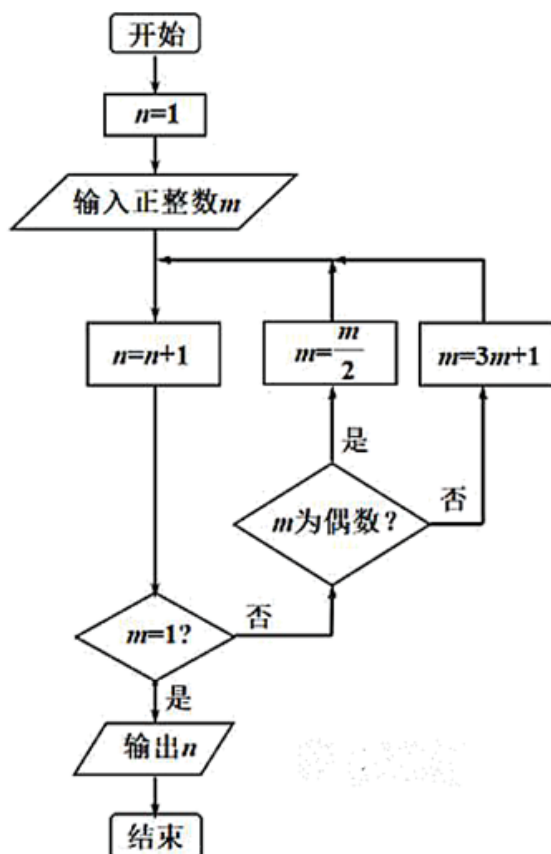
- A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{12}$

6. 总体由编号 01, 02, ..., 19, 20 的 20 个个体组成. 利用下面的随机数表选取 5 个个体, 选取方法是随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字开始由左到右依次选取两个数字, 则选出来的第 5 个个体的编号为

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198
3204	9234	4935	8200	3623	4869	6938	7481

- A. 08 B. 07 C. 02 D. 01

7. 20 世纪产生了著名的“ $3x+1$ ”猜想: 任给一个正整数 x , 如果 x 是偶数, 就将它减半; 如果 x 是奇数, 则将它乘 3 加 1, 不断重复这样的运算, 经过有限步后, 一定可以得到 1. 如图是验证“ $3x+1$ ”猜想的一个程序框图, 若输入正整数 m 的值为 40, 则输出的 n 的值是 ()



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

8. 百年双中的校训是“仁”、“智”、“雅”、“和”.在 2019 年 5 月 18 日的高三趣味运动会中有这样一个小游戏.袋子中有大小、形状完全相同的四个小球,分别写有“仁”、“智”、“雅”、“和”四个字,有放回地从中任意摸出一个小球,直到“仁”、“智”两个字都摸到就停止摸球.小明同学用随机模拟的方法恰好在第三次停止摸球的概率.利用电脑随机产生 1 到 4 之间(含 1 和 4)取整数值的随机数,分别用 1, 2, 3, 4 代表“仁”、“智”、“雅”、“和”这四个字,以每三个随机数为一组,表示摸球三次的结果,经随机模拟产生了以下 20 组随机数:

141 432 341 342 234 142 243 331 112 322

342 241 244 431 233 214 344 142 134 412

由此可以估计,恰好第三次就停止摸球的概率为()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

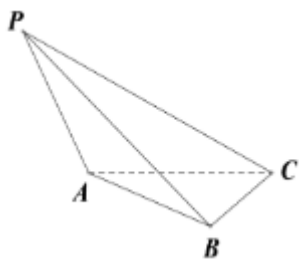
9. 已知 $|2\overset{r}{a} + \overset{l}{b}| = 2$, $\overset{r}{a} \cdot \overset{l}{b} \in [-4, 0]$, 则 $|\overset{r}{a}|$ 的取值范围是()

- A. $[0, 1]$ B. $[\frac{1}{2}, 1]$ C. $[1, 2]$ D. $[0, 2]$

10. 已知直三棱柱中 $ABC - A_1B_1C_1$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 2$, $BC = CC_1 = 1$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成的角的正弦值为().

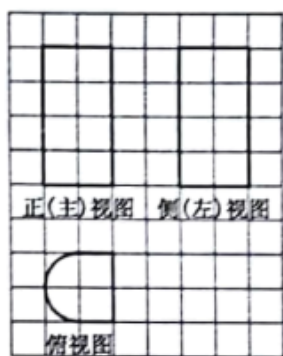
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

11. 如图示,三棱锥 $P - ABC$ 的底面 ABC 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, 且 $PA = PB = AB = \sqrt{2}$, $PC = \sqrt{3}$, 则 PC 与面 PAB 所成角的正弦值等于()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

12. 如图,网格纸是由边长为 1 的小正方形构成,若粗实线画出的是某几何体的三视图,则该几何体的表面积为()



- A. $9\pi + 20$ B. $9\pi + 26$ C. $5\pi + 20$ D. $5\pi + 26$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{3}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\cos(\frac{\pi}{12} - \alpha) =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 若 $c = 1$, $C = 60^\circ$, 则 b 的取值范围是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D , 且 $BD = 1$, 则 $4a + c$ 的最小值为_____.

16. 已知随机变量 $X: N(4, \sigma^2)$, 且 $P(2 < X \leq 6) = 0.8$, 则 $P(X < 2) =$ _____

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知椭圆 $C: 9x^2 + y^2 = m^2 (m > 0)$, 直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴, l 与 C 有两个交点 A , B , 线段 AB 的中点为 M .

(I) 证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值；

(II) 若 l 过点 $(\frac{m}{3}, m)$, 延长线段 OM 与 C 交于点 P , 四边形 $OAPB$ 能否为平行四边形? 若能, 求此时 l 的斜率, 若不能, 说明理由.

18. (12 分) 已知 a , b 均为正数, 且 $ab = 1$. 证明:

(1) $\sqrt{a^2 + b^2} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$;

(2) $\frac{(b+1)^2}{a} + \frac{(a+1)^2}{b} \geq 8$.

19. (12 分) 已知 $f(x) = |x+1| + |x-2|$.

(1) 已知关于 x 的不等式 $f(x) < a$ 有实数解, 求 a 的取值范围;

(2) 求不等式 $f(x) \geq x^2 - 2x$ 的解集.

20. (12 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c . 已知 $\cos 2C = -\frac{3}{4}$.

(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 当 $c = 2a$, 且 $b = 3\sqrt{7}$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 上、下顶点分别为 B_1, B_2 , F 为其右焦点, $\overrightarrow{B_1A_1} \cdot \overrightarrow{B_1F} = 1$, 且该椭圆的离心率为 $\frac{1}{2}$;

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 过点 A_1 作斜率为 k 的直线 l 交椭圆 C 于 x 轴上方的点 P , 交直线 $x = 4$ 于点 D , 直线 A_2D 与椭圆 C 的另一个交点为 G , 直线 OG 与直线 A_1D 交于点 H . 若 $\overrightarrow{A_1P} = \lambda \overrightarrow{A_1H}$, 求 λ 取值范围.

22. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \varphi \\ y = |\sin \varphi| \end{cases}$ (φ 为参数). 在以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 3$.

(1) 求曲线 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程;

(2) 求曲线 C 上的点到直线 l 的距离的最大值与最小值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

试题分析: 由题意, 得 $\begin{cases} 0 \leq 2x \leq 2 \\ 8 - 2^x \geq 0 \end{cases}$, 解得 $0 \leq x \leq 1$, 故选 A.

考点: 函数的定义域.

2、B

【解析】

先由三角函数的定义求出 $\sin \alpha$, 再由二倍角公式可求 $\cos 2\alpha$.

【详解】

解：角 α 的终边与单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 交于点 $P\left(\frac{1}{3}, y_0\right)$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3},$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9},$$

故选：B

【点睛】

考查三角函数的定义和二倍角公式，是基础题.

3、D

【解析】

讨论 x 的取值范围，然后对函数进行求导，利用导数的几何意义即可判断.

【详解】

当 $x \geq 0$ 时， $y = \sin x + x$ ，则 $y' = \cos x + 1 \geq 0$ ，

所以函数在 $[0, 2\pi]$ 上单调递增，

令 $g(x) = \cos x + 1$ ，则 $g'(x) = -\sin x$ ，

根据三角函数的性质，

当 $x \in [0, \pi]$ 时， $g'(x) = -\sin x < 0$ ，故切线的斜率变小，

当 $x \in [\pi, 2\pi]$ 时， $g'(x) = -\sin x > 0$ ，故切线的斜率变大，可排除 A、B；

当 $x < 0$ 时， $y = -\sin x + x$ ，则 $y' = -\cos x + 1 \geq 0$ ，

所以函数在 $[-2\pi, 0]$ 上单调递增，

令 $h(x) = -\cos x + 1$ ， $h'(x) = \sin x$ ，

当 $x \in [-2\pi, -\pi]$ 时， $h'(x) = \sin x > 0$ ，故切线的斜率变大，

当 $x \in [-\pi, 0]$ 时， $h'(x) = \sin x < 0$ ，故切线的斜率变小，可排除 C，

故选：D

【点睛】

本题考查了识别函数的图像，考查了导数与函数单调性的关系以及导数的几何意义，属于中档题.

4、C

【解析】

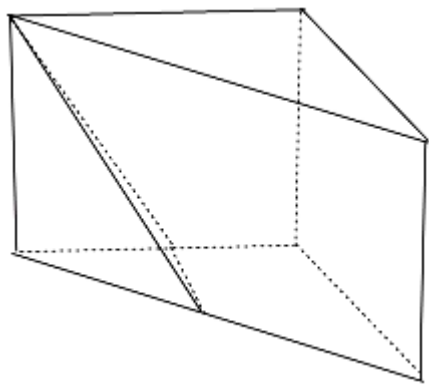
首先把三视图转换为几何体，该几何体为由一个三棱柱体，切去一个三棱锥体，由柱体、锥体的体积公式进一步求出几何体的体积.

【详解】

解：根据几何体的三视图转换为几何体为：

该几何体为由一个三棱柱体，切去一个三棱锥体，

如图所示：



$$\text{故：} V = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 2 = \frac{11}{3}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了由三视图求几何体的体积、需熟记柱体、锥体的体积公式，考查了空间想象能力，属于基础题.

5、A

【解析】

先求出 $g(x)$ 的解析式，再求出 $g(x-m)$ ($m > 0$) 的解析式，根据三角函数图象的对称性可求实数 m 满足的等式，从而可求其最小值.

【详解】

$f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($A \neq 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，

所得图象对应的函数解析式为 $g(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = A \sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$,

故 $g(x-m) = A \sin\left(2x - 2m - \frac{2\pi}{3}\right)$.

令 $2x - 2m - \frac{2\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, 解得 $x = m + \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

因为 $y = g(x-m)$ 为偶函数，故直线 $x=0$ 为其图象的对称轴，

$$\text{令 } m + \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} = 0, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \text{故 } m = -\frac{7\pi}{12} - \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

因为 $m > 0$ ，故 $k \leq -2$ ，当 $k = -2$ 时， $m_{\min} = \frac{5\pi}{12}$ 。

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数的图象变换以及三角函数的图象性质，注意平移变换是对自变量 x 做加减，比如把 $y = f(2x)$ 的图象向右平移 1 个单位后，得到的图象对应的解析式为 $y = f[2(x-1)] = f(2x-2)$ ，另外，如果 $x = m$ 为正弦型函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 图象的对称轴，则有 $f(m) = \pm A$ ，本题属于中档题。

6、D

【解析】

从第一行的第 5 列和第 6 列起由左向右读数划去大于 20 的数分别为：08,02,14,07,01，所以第 5 个个体是 01，选 D.

考点：此题主要考查抽样方法的概念、抽样方法中随机数表法，考查学习能力和运用能力.

7、C

【解析】

列出循环的每一步，可得出输出的 n 的值.

【详解】

$n=1$ ，输入 $m=40$ ， $n=1+1=2$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{40}{2} = 20$ ；

$n=2+1=3$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{20}{2} = 10$ ；

$n=3+1=4$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{10}{2} = 5$ ；

$n=4+1=5$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数不成立，则 $m = 3 \times 5 + 1 = 16$ ；

$n=5+1=6$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{16}{2} = 8$ ；

$n=6+1=7$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{8}{2} = 4$ ；

$n=7+1=8$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{4}{2} = 2$ ；

$n=8+1=9$ ， $m=1$ 不成立， m 是偶数成立，则 $m = \frac{2}{2} = 1$ ；

$n=9+1=10$ ， $m=1$ 成立，跳出循环，输出 n 的值为 10.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用程序框图计算输出结果，考查计算能力，属于基础题.

8、A

【解析】

由题意找出满足恰好第三次就停止摸球的情况，用满足恰好第三次就停止摸球的情况数比 20 即可得解.

【详解】

由题意可知当 1, 2 同时出现时即停止摸球，则满足恰好第三次就停止摸球的情况共有五种：142, 112, 241, 142, 412.

则恰好第三次就停止摸球的概率为 $p = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了简单随机抽样中随机数的应用和古典概型概率的计算，属于基础题.

9、D

【解析】

设 $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ，可得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{m} - 2\vec{a}^2 \in [-4, 0]$ ，构造 $(\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{m})^2 \leq 2 + \frac{1}{16}\vec{m}^2$ ，结合 $|\vec{m}| = 2$ ，可得

$|\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{m}| \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ ，根据向量减法的模长不等式可得解.

【详解】

设 $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ，则 $|\vec{m}| = 2$ ，

$\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{a}$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{m} - 2\vec{a}^2 \in [-4, 0]$ ，

$\therefore (\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{m})^2 = \vec{a}^2 - \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{m} + \frac{1}{16}\vec{m}^2 \leq 2 + \frac{1}{16}\vec{m}^2$

$|\vec{m}|^2 = \vec{m}^2 = 4$ ，所以可得： $\frac{\vec{m}^2}{8} = \frac{1}{2}$ ，

配方可得 $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}\vec{m}^2 \leq 2(\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{m})^2 \leq 4 + \frac{1}{8}\vec{m}^2 = \frac{9}{2}$ ，

所以 $|\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{m}| \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ ，

又 $||\vec{a}| - |\frac{1}{4}\vec{m}|| \leq |\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{m}| \leq ||\vec{a}| + |\frac{1}{4}\vec{m}||$

则 $|\vec{a}| \in [0, 2]$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/698006116065006051>