# 实例解析

# 【例9-1】利用多种方法求解下面的初值问题。

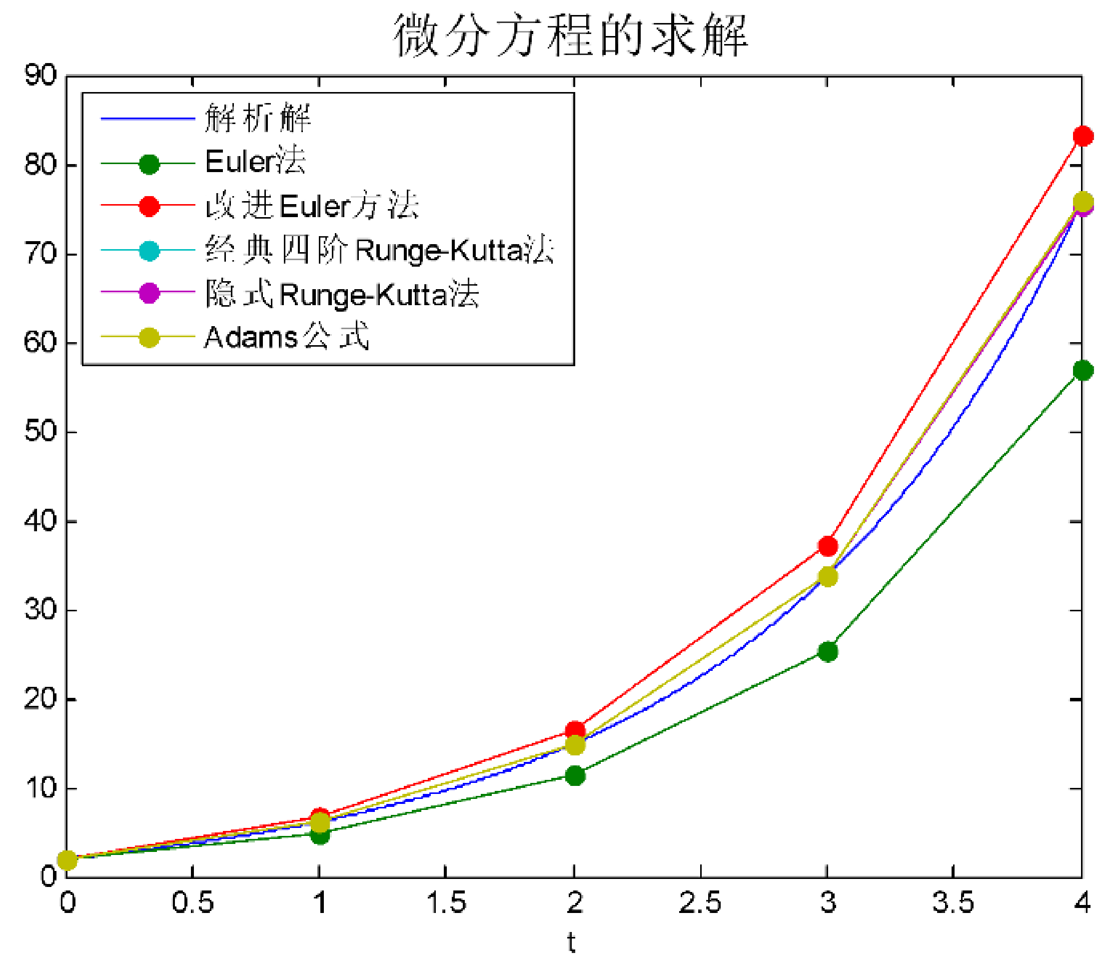
$$\begin{cases} y' = 4e^{0.8t} - 0.5y \quad (0 \le t \le 4) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- 解：编写如下语句：
- f=@(t,y)4*exp(0.8*t)-0.5*y;
- [t1,y1]=Explicit_Euler(f,[0,4],2,1)  % 利用Euler法求数值解
- [t2,y2]=Improved_Euler(f,[0,4],2,1)  % 改进Euler方法求解微分方程
- [t3,y3]=Classical_RK4(f,[0,4],2,1)  % 利用经典四阶Runge-Kutta法求解微分方程
- [t4,y4]=Implicit_RK4(f,[0,4],2,1)  % 利用隐式Runge-Kutta求解微分方程
- [t5,y5]=Improved_Adams(f,[0,4],2,1)  % 利用预报-校正公式求解求解微分方程
- y=dsolve('Dy-4*exp(0.8*t)+0.5*y=0','y(0)=2','t');  % 求微分方程解析解
- ezplot(y,[0,4])  % 绘制解析解图形
- hold all  % 图形保持
- plot(t1,y1,'.-',t2,y2,'.-',t3,y3,'.-',t4,y4,'.-',...
-     t5,y5,'.-','MarkerSize',20)  % 绘制数值解图形并设置线型、颜色和标记符号
- legend('解析解','Euler法','改进Euler方法','经典四阶Runge-Kutta法',...
-     '隐式Runge-Kutta法','Adams公式',2)
- title('微分方程的求解','fontname','隶书','fontsize',16)
- ylim([0,90])  % 设置y轴的坐标范围

Eu

y1
2.0
5.0
11.
25.
56.

公式



## 【例9-2】求解下面的一阶微分方程组。

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}t} = 1.2y_1 - 0.6y_1y_2 \\ \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}t} = -0.8y_2 + 0.3y_1y_2 \end{cases} \qquad y_1(0) = 2, y_2(0) = 1$$

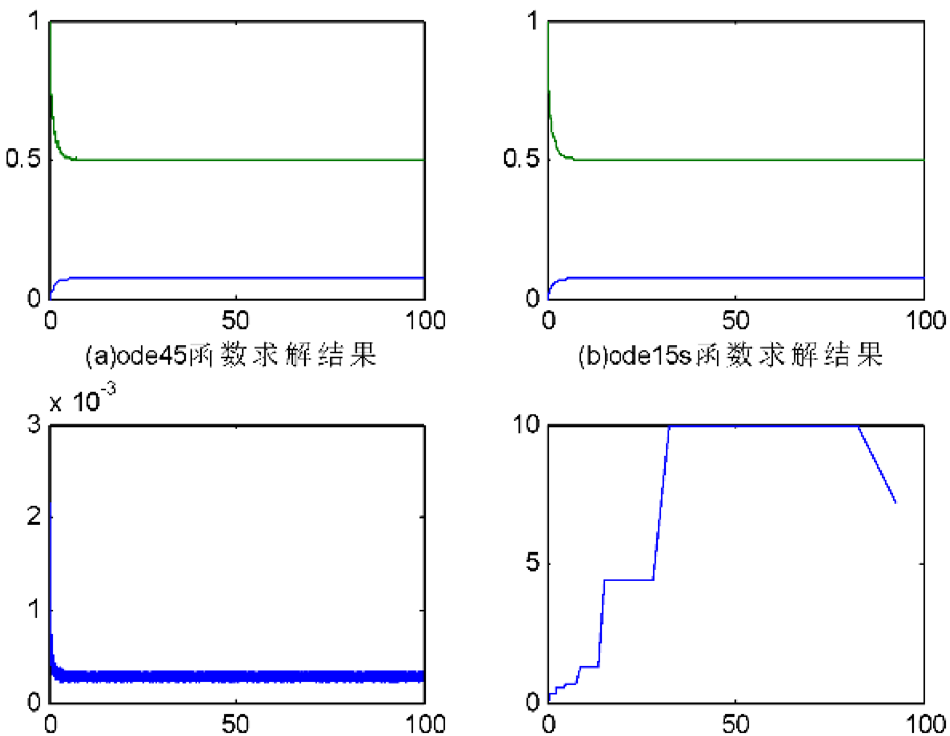
解：编写程序文件predator.m

options=odeset('RelTol',1e-4); % 设置优化参数'RelTol'为1e-4

# 【例9-9】求解下面的刚性方程组。

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = 0.04(1-y_1)-(1-y_2)y_1+0.0001(1-y_2)^2 \\ \dot{y}_2 = -10000y_1+3000(1-y_2)^2 \end{cases} \qquad \begin{matrix} y_1(0)=y_2(0)=1 \\ t\in[0,100] \end{matrix}$$

- 解：编写程序example_9_9.m，得到如下结果。




(a)ode45函数求解结果

(b)ode15s函数求解结果

(c)ode45函数求解过程的步长

(d)ode15s函数求解过程的步长

刚性方程组求解

| | 计算时间 | 计算点数 |
|---|---|---|
| ode45函数 | 38.5738s | 356941s |
| ode15s函数 | 0.50981s | 56s |

## 【例9-11】隐式微分方程的求解。

$$\begin{cases} x''\sin y' + y''^2 = -2xye^{-x'} + xx''y' \\ xx''y'' + \cos y'' = 3x'ye^{-x} \end{cases} \qquad x(0)=1, x'(0)=0, y(0)=0, y'(0)=1$$

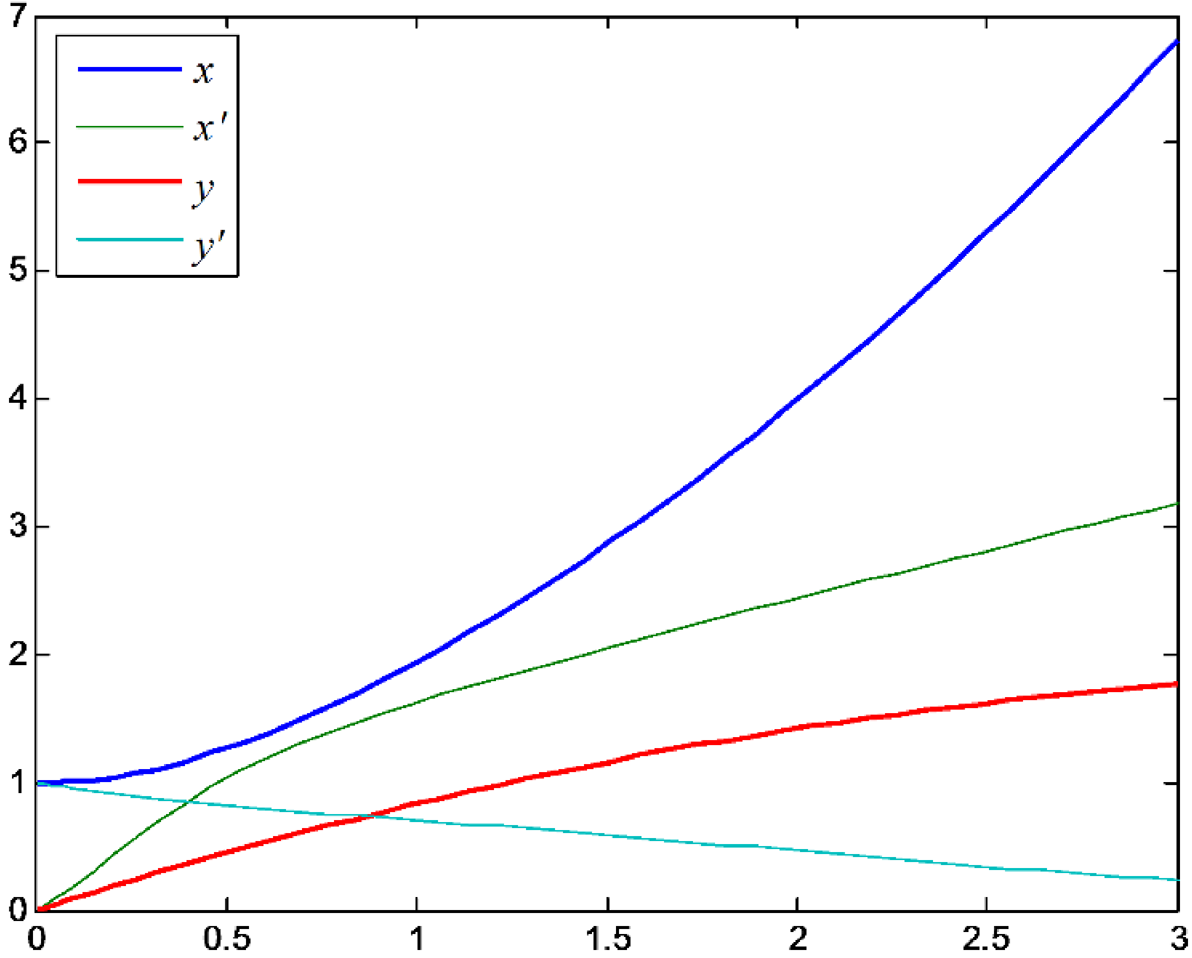
- 解：首先选定状态变量

$$x_1 = x, x_2 = x', x_3 = y, x_4 = y'$$

- 则得到如下一阶微分方程组：

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2'\sin x_4 + (x_4')^2 = -2x_1x_3e^{-x_2} + x_1x_2'x_4 \\ x_3' = x_4 \\ x_1x_2'x_4' + \cos x_4' = 3x_3x_2e^{-x_1} \end{cases}$$

- 编写微分方程组描述函数Idefun()
-
- (4);
-
-
-
-
-
- 方程组
-
-
-
-
-
-
-
-



- 下面再利用ode15i()函数求解上述例题。编写如下程序：
- f=@(t,x,dx)[dx(1)-x(2);
-     dx(2)*sin(x(4))+dx(4)^2+2*x(1)*x(3)*exp(-x(2))-x(1)*dx(2)*x(4);
-     dx(3)-x(4);
-     x(1)*dx(2)*dx(4)+cos(dx(4))-3*x(3)*x(2)*exp(-x(1))]; % 定义隐式微分方程组
- t0=0; % 自变量初值
- x0=[1 0 0 1]'; % 状态变量初值
- fix_x0=ones(4,1); % 保留x0
- dx0=[0;1;1;-1]; % 状态变量一阶导数值
- fix_dx0=[]; % 等价于fix_dx0=zeros(4,1);
- [x0,dx0]=decic(f,t0,x0,fix_x0,dx0,fix_dx0);  % 由x0确定dx0
- [t,y]=ode15i(f,[0,3],x0,dx0); % 利用ode15i函数求解隐式微分方程组
- plot(t,y) % 绘制数值解图形
- h=legend('\itx','\itx''','\ity','\ity''',2); % 添加图例
- set(h,‘fontname’,‘times’,‘fontsize’,12) % 设置字体和字号

- 运行结果与前面类似。

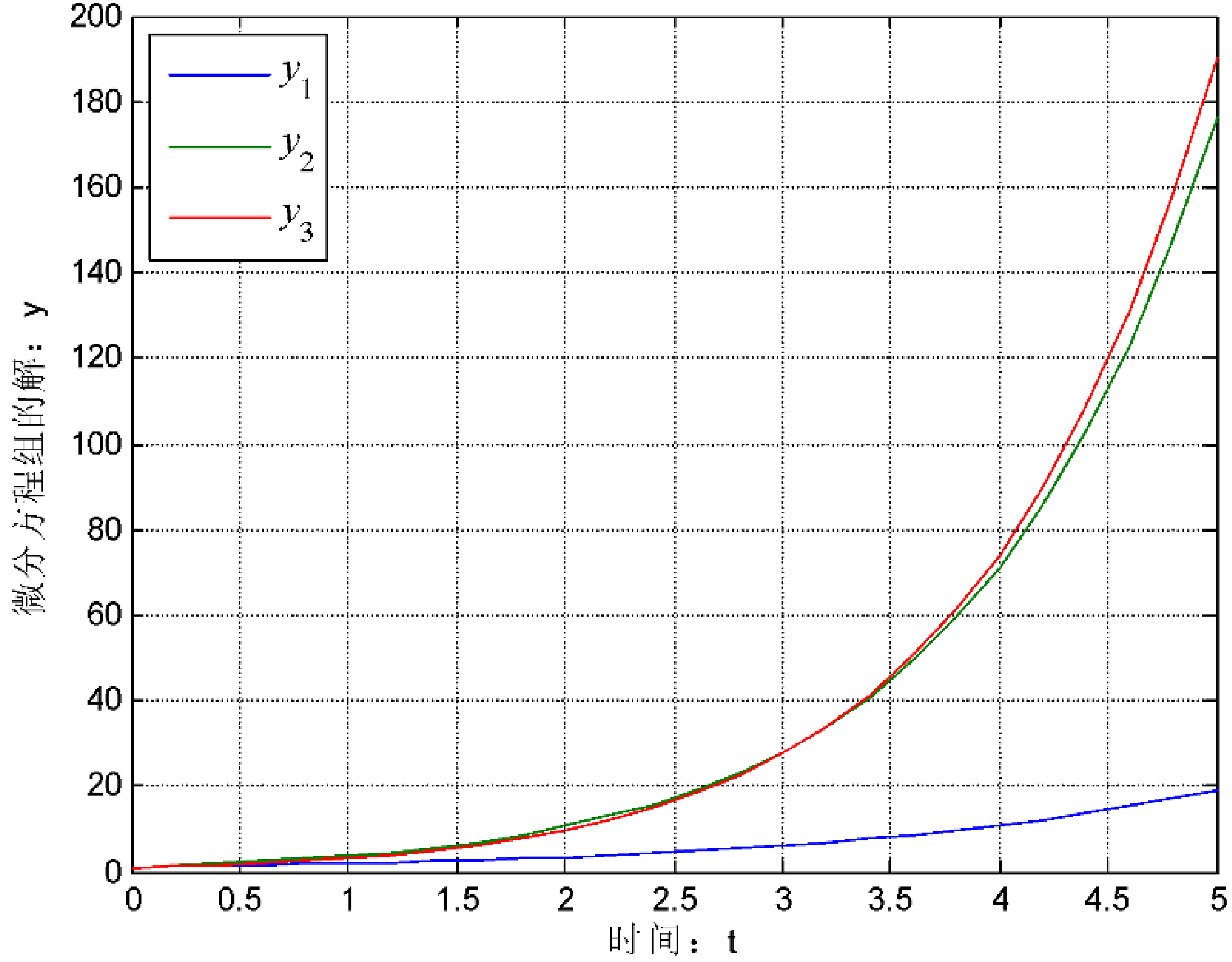
# 【例9-13】求解下面的延迟微分方程问题。

$$\begin{cases} y_1'(t) = y_1(t-1) \\ y_2'(t) = y_1(t-1) + y_2(t-0.2) \\ y_3'(t) = y_2(t) \end{cases} \qquad t \le 0\text{时}, y_1(t) = y_2(t) = y_3(t) = 1$$

- 解：由上述方程组知，y1延迟了1，y2延迟了0.2，取lags=[1,0.2]，编写以下延迟微分方程的描述函数ddefun.m：
- function dydt = ddefun(t,y,Z)
- % Z(i,j)表示状态变量y_j延迟了lags(i)
- ylag1 = Z(:,1);  % 第一列表示延迟了lags(1)=1的所有状态变量
- ylag2 = Z(:,2);  % 第二列表示延迟了lags(2)=0.2的所有状态变量
- % y1延迟了1，故表示为Z(1,1)或者ylag1(1)
- % y2延迟了0.2，故表示为Z(2,2)或者ylag2(2)
- dydt = [ ylag1(1)
-         ylag1(1) + ylag2(2)
-         y(2)             ];  % 微分方程描述

•
•

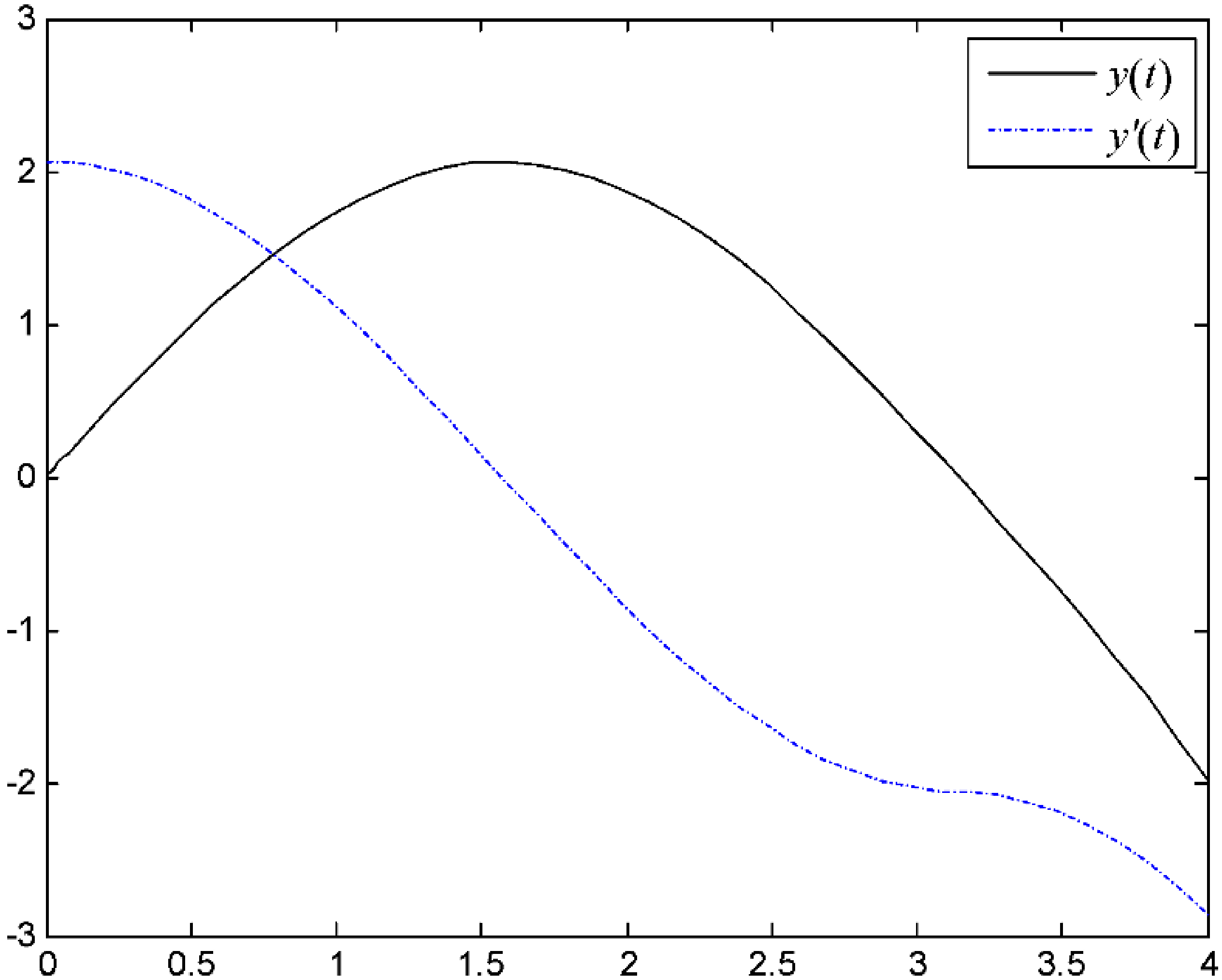
•
•
•
•
•
•



200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
$y_1$
$y_2$
$y_3$
微分方程组的解：y
时间：t


:求解延

【例9-14】利用打靶法求解下面的边值问题。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/698025072106006121