

安徽省泗县樊集中学 2024 年高三（寒假第 4 次）质量检测试题数学试题科

注意事项：

- 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
- 2. 答题时请按要求用笔。
- 3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
- 4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
- 5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

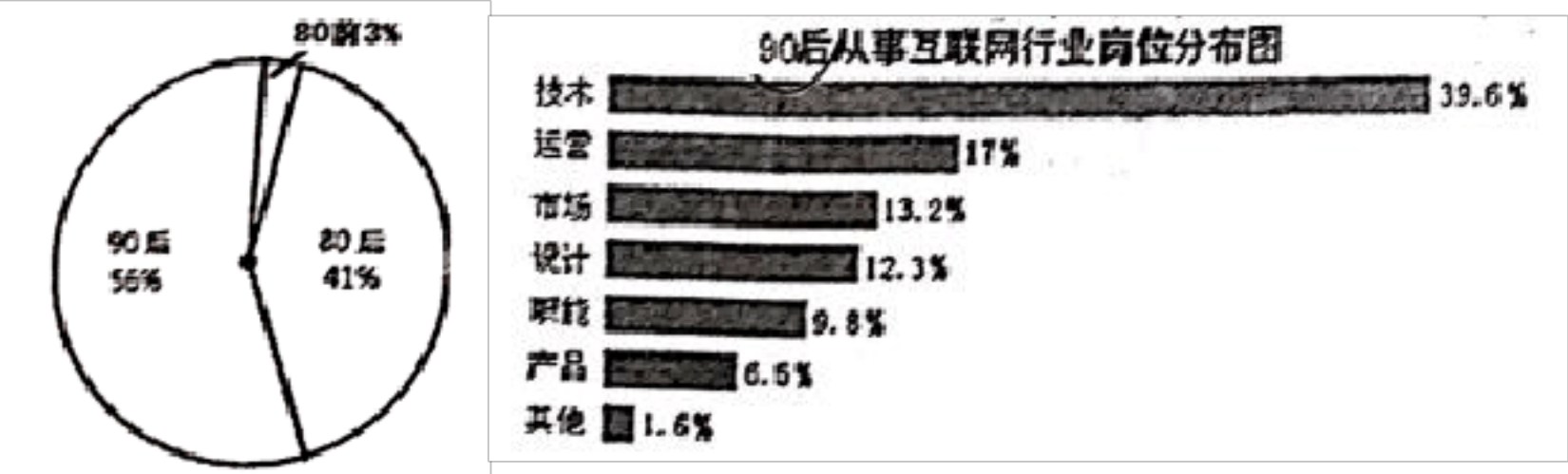
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 现有甲、乙、丙、丁 4 名学生平均分成两个志愿者小组到校外参加两项活动,则乙、丙两人恰好参加同一项活动的概率为

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{1}{12}$

2. 某调查机构对全国互联网行业进行调查统计，得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图，则下列结论中不正确的是（ ）

注：90 后指 1990 年及以后出生，80 后指 1980–1989 年之间出生，80 前指 1979 年及以前出生。



- A. 互联网行业从业人员中 90 后占一半以上
- B. 互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%
- C. 互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多
- D. 互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

$x \leq y \leq 0$

3. 如果实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} y \leq 0 \\ x \leq y \leq 0 \end{cases}$ ，那么 $2x - y$ 的最大值为（ ）

- A. 2
- B. 1
- C. $\sqrt{2}$
- D. $\sqrt{3}$

4. 在三角形 ABC 中， $a \leq 1$ ， $\frac{b \leq c}{\sin A} \leq \frac{a \leq b}{\sin A \leq \sin B \leq \sin C}$ ，求 $b \sin A \leq$ （ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 \leq 1$ ，且公比为 2，则 S_n 与 a_n 的关系正确的是（ ）

- A. $S_n \leq 4a_n$

B. $S_n \leq 2a_n$
- C. $S_n \leq 2a_n$

D. $S_n \leq 4a_n$

6. 设 a, b 都是不等于 1 的正数，则 “ $\log_a 2 < \log_b 2$ ” 是 “ $2^a > 2^b > 2$ ” 的（ ）

- A. 充要条件

B. 充分不必要条件
- C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 已知全集为实数集 $\mathbf{R}$ ，集合 $A=\{x|x^2+2x-8>0\}$ ， $B=\{x|\log_2x<1\}$ ，则 $\complement_{\mathbf{R}}A \cap B$ 等于（ ）

- A. $[-4,2]$

B. $[-4,2)$
- C. $(-4,2)$

D. $(0,2)$

8. $\tan 570^\circ =$ （ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知四棱锥 $E-ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形， $ED=1$ ，平面 $ECD \perp$ 平面 $ABCD$ ，当点 C 到平面 ABE 的距离最大时，该四棱锥的体积为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. 1

10. 抛掷一枚质地均匀的硬币，每次正反面出现的概率相同，连续抛掷 5 次，至少连续出现 3 次正面朝上的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{5}{32}$

D. $\frac{3}{16}$

11. $f(x)$ 是定义在 $[0,+\infty)$ 上的增函数，且满足： $f(x)$ 的导函数存在，且 $\frac{f(x)}{f'(x)} \leq x$ ，则下列不等式成立的是（ ）

- A. $f(2) \leq 2f(1)$

B. $3f(3) \leq 4f(4)$
- C. $2f(3) \leq 3f(4)$

D. $3f(2) \leq 2f(3)$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和， $a_6+a_3+a_5=3$ ，则 $S_7=$ （ ）

- A. 42

B. 21
- C. 7

D. 3

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 设集合 $A=[1,2]$ ， $a \in \mathbf{R}$ ， $B=[\frac{a}{e},2\frac{a}{e}]$ （其中 e 是自然对数的底数），且 $A \cap B \neq \varnothing$ ，则满足条件的实数 a 的个数为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，满足 $a_1=1$ ， $a_{k+1} \leq a_k + a_i$ （ $i \leq k, k=1,2,3,\dots,n-1$ ），若 $\{a_n\}$ 是等比数列，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x - 1$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 则 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 的值为 _____.

16. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 是它的前 n 项和. 若 $a_2 a_3 = 2a_1$, 且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{3}{4}$, 则 $S_5 =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 山东省 2020 年高考将实施新的高考改革方案. 考生的高考总成绩将由 3 门统一高考科目成绩和自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目成绩组成, 总分为 750 分. 其中, 统一高考科目为语文、数学、外语, 自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目是从物理、化学、生物、历史、政治、地理 6 科中选择 3 门作为选考科目, 语、数、外三科各占 150 分, 选考科目成绩采用“赋分制”, 即原始分数不直接用, 而是按照学生分数在本科目考试的排名来划分等级并以此打分得到最后得分. 根据高考综合改革方案, 将每门等级考试科目的考生的原始成绩从高到低分为 A 、 $B+$ 、 B 、 $C+$ 、 C 、 $D+$ 、 D 、 E 共 8 个等级。参照正态分布原则, 确定各等级人数所占比例分别为 3% 、 7% 、 16% 、 24% 、 24% 、 16% 、 7% 、 3% . 等级考试科目成绩计入考生总成绩时, 将 A 至 E 等级内的考生原始成绩, 依照等比例转换法则, 分别转换到 91-100、81-90、71-80、61-70、51-60、41-50、31-40、21-30 八个分数区间, 得到考生的等级成绩.

举例说明.

某同学化学学科原始分为 65 分, 该学科 $C+$ 等级的原始分分布区间为 58~69, 则该同学化学学科的原始成绩属 $C+$ 等级. 而 $C+$ 等级的转换分区间为 61~70, 那么该同学化学学科转换分为:

设该同学化学学科转换等级分为 x , $\frac{69-65}{65-58} = \frac{70-x}{x-61}$, 求得 $x \approx 66.73$.

四舍五入后该同学化学学科赋分成绩为 67.

(1) 某校高一年级共 2000 人, 为给高一学生合理选科提供依据, 对六个选考科目进行测试, 其中物理考试原始成绩基本服从正态分布 $\xi \sim N(60, 12^2)$.

(i) 若小明同学在这次考试中物理原始分为 84 分, 等级为 $B+$, 其所在原始分分布区间为 82~93, 求小明转换后的物理成绩;

(ii) 求物理原始分在区间 $(72, 84)$ 的人数;

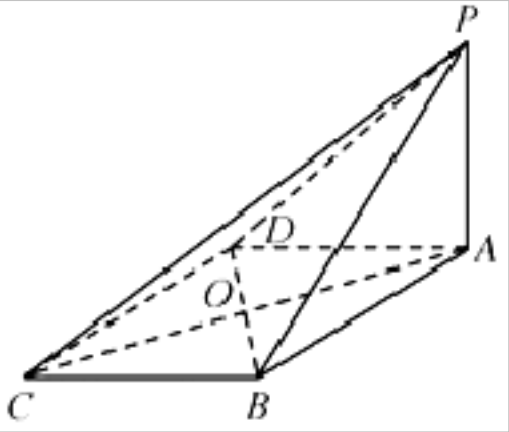
(2) 按高考改革方案, 若从全省考生中随机抽取 4 人, 记 X 表示这 4 人中等级成绩在区间 $[61, 80]$ 的人数, 求 X 的分布列和数学期望.

(附: 若随机变量 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.682$, $P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 0.954$, $P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) = 0.997$)

18. (12 分) 设椭圆 $E: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 直线 l_1 经过点 $M(m, 0)$, 直线 l_2 经过点 $N(n, 0)$, 直线 $l_1 \parallel$ 直线 l_2 , 且直线 l_1, l_2 分别与椭圆 E 相交于 A, B 两点和 C, D 两点.

- (I)若 M, N 分别为椭圆 E 的左、右焦点，且直线 $l_1 \perp x$ 轴，求四边形 $ABCD$ 的面积；
- (II)若直线 l_1 的斜率存在且不为 0，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，求证： $m \cdot n = 0$ ；
- (III)在 (II) 的条件下，判断四边形 $ABCD$ 能否为矩形，说明理由.

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $\angle BAD = 60^\circ, AB = 4$.



- (1) 求证： $BD \perp$ 平面 PAC ；
- (2) 若直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 30° ，求平面 PAB 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.

20.（12 分）设点 $F(1,0)$ ，动圆 P 经过点 F 且和直线 $x = -1$ 相切.记动圆的圆心 P 的轨迹为曲线 W .

- (1) 求曲线 W 的方程；
- (2) 过点 $M(0,2)$ 的直线 l 与曲线 W 交于 $A、B$ 两点，且直线 l 与 x 轴交于点 C ，设 $\overrightarrow{MA} = \lambda \overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{MB} = \mu \overrightarrow{BC}$ ，
- 求证： $\lambda \mu$ 为定值.

21.（12 分）设函数 $f(x) = 2\ln(x + 1) + \frac{x^2}{x + 1}$.

- (I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；
- (II) 如果对所有的 $x \geq 0$ 都有 $f(x) \leq ax$ ，求 a 的最小值；
- (III) 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ，且 $(1 - a_{n+1})(1 - a_n) = 1$ ，若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，求证：

$$S_n \leq \frac{a_{n+1}}{2a_n} + \ln a_{n+1}.$$

22.（10 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c ，且 $2\sin^2(B + C) + 3\cos A = 0$.

- (1) 求角 A 的大小；
- (2) 若 $B = \frac{\pi}{4}$ ， $a = 2\sqrt{3}$ ，求边长 c .

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. B

【解题分析】

求得基本事件的总数为 $n = \frac{C_2^2 C_2^2}{A_2^2} = 6$ ，其中乙丙两人恰好参加同一项活动的基本事件个数为 $m = C_2^2 C_2^2 A_2^2 = 2$ ，

利用古典概型及其概率的计算公式，即可求解.

【题目详解】

由题意，现有甲乙丙丁 4 名学生平均分成两个志愿者小组到校外参加两项活动，

基本事件的总数为 $n = \frac{C_2^2 C_2^2}{A_2^2} = 6$ ，

其中乙丙两人恰好参加同一项活动的基本事件个数为 $m = C_2^2 C_2^2 A_2^2 = 2$ ，

所以乙丙两人恰好参加同一项活动的概率为 $p = \frac{m}{n} = \frac{1}{3}$ ，故选 B.

【题目点拨】

本题主要考查了排列组合的应用，以及古典概型及其概率的计算问题，其中解答中合理应用排列、组合的知识求得基本事件的总数和所求事件所包含的基本事件的个数，利用古典概型及其概率的计算公式求解是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.

2. D

【解题分析】

根据两个图形的数据进行观察比较，即可判断各选项的真假.

【题目详解】

在 A 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图得到互联网行业从业人员中 90 后占 56%，所以是正确的；

在 B 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图得到：

$56\% \times 39.6\% \approx 22.176\% > 20\%$ ，互联网行业从业技术岗位的人数超过总人数的 20%，所以是正确的；

在 C 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分别条形图得到：

$13.7\% \times 39.6\% \approx 9.52\% > 3\%$ ，互联网行业从事运营岗位的人数 90 后比 80 后多，所以是正确的；

在 D 中，互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后所占比例为 $56\% \times 39.6\% \approx 22.176\% \approx 41\%$ ，所以不能判断互联网

行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多.

故选：D.

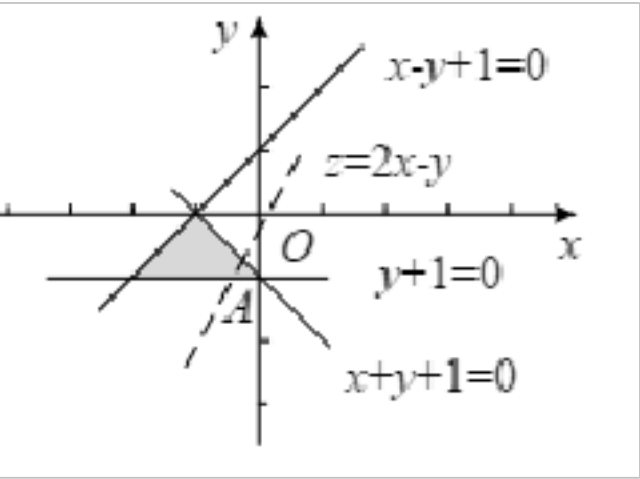
【题目点拨】

本题主要考查了命题的真假判定，以及统计图表中饼状图和条形图的性质等基础知识的应用，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

3. B

【解题分析】

解：当直线 $2x - y - z$ 过点 $A(0, 1)$ 时， z 最大，故选 B



4. A

【解题分析】

利用正弦定理边角互化思想结合余弦定理可求得角 B 的值，再利用正弦定理可求得 $b \sin A$ 的值.

【题目详解】

$\therefore \frac{b \sin C}{\sin A} = \frac{a \sin B}{\sin C}$ ，由正弦定理得 $\frac{b \sin C}{a} = \frac{a \sin B}{b \sin C}$ ，整理得 $a^2 \sin C^2 = b^2 \sin A^2$ ，

由余弦定理得 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$ ， $\therefore 0 < B < \pi$ ， $\therefore B = \frac{\pi}{3}$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 得 $b \sin A = a \sin B = 1 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：A.

【题目点拨】

本题考查利用正弦定理求值，涉及正弦定理边角互化思想以及余弦定理的应用，考查计算能力，属于中等题.

5. C

【解题分析】

在等比数列中，由 $S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$ 即可表示之间的关系.

【题目详解】

由题可知，等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1=1$ ，且公比为2，故 $S_n=\frac{a_1-a_{n+1}q}{1-q}=\frac{1-2^{n+1}}{1-2}=-2^{n+1}+2$

故选：C

【题目点拨】

本题考查等比数列求和公式的应用，属于基础题.

6. C

【解题分析】

根据对数函数以及指数函数的性质求解 a,b 的范围，再利用充分必要条件的定义判断即可.

【题目详解】

由“ $\log_a 2 < \log_b 2$ ”，得 $\frac{1}{\log_2 a} < \frac{1}{\log_2 b}$ ，

得 $\frac{\log_2 a}{\log_2 b} < 0$ 或 $\log_2 a > \log_2 b > 0$ 或 $0 > \log_2 a > \log_2 b$ ，

即 $\frac{0 < a < 1}{b < 1}$ 或 $a > b > 1$ 或 $0 < b < a < 1$ ，

由 $2^a > 2^b > 2$ ，得 $a > b > 1$ ，

故“ $\log_a 2 < \log_b 2$ ”是“ $2^a > 2^b > 2$ ”的必要不充分条件，

故选 C.

【题目点拨】

本题考查必要条件、充分条件及充分必要条件的判断方法，考查指数，对数不等式的解法，是基础题.

7. D

【解题分析】

求解一元二次不等式化简 A，求解对数不等式化简 B，然后利用补集与交集的运算得答案.

【题目详解】

解：由 $x^2+2x-8>0$ ，得 $x<-4$ 或 $x>2$ ，

$\therefore A=\{x|x^2+2x-8>0\}=\{x|x<-4$ 或 $x>2\}$ ，

由 $\log_2 x<1$ ， $x>0$ ，得 $0<x<2$ ，

$\therefore B=\{x|\log_2 x<1\}=\{x|0<x<2\}$ ，

则 $\complement_{\mathbb{R}} A=\{x|-4\leq x\leq 2\}$ ，

$\therefore \complement_{\mathbb{R}} A\cap B=[0,2)$.

故选：D.

【题目点拨】

本题考查了交、并、补集的混合运算，考查了对数不等式，二次不等式的求法，是基础题.

8. A

【解题分析】

直接利用诱导公式化简求解即可.

【题目详解】

$\tan 570^\circ = \tan (360^\circ + 210^\circ) = \tan 210^\circ = \tan (180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

故选：A.

【题目点拨】

本题考查三角函数的恒等变换及化简求值，主要考查诱导公式的应用，属于基础题.

9. B

【解题分析】

过点 E 作 $EH \perp CD$ ，垂足为 H，过 H 作 $HF \perp AB$ ，垂足为 F，连接 EF. 因为 $CD \parallel$ 平面 ABE，所以点 C 到平面 ABE 的距离等于点 H 到平面 ABE 的距离 h. 设 $\angle CDE = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ ，将 h 表示成关于 θ 的函数，再求函数的最值，即可得答案.

【题目详解】

过点 E 作 $EH \perp CD$ ，垂足为 H，过 H 作 $HF \perp AB$ ，垂足为 F，连接 EF.
因为平面 ECD $\perp$ 平面 ABCD，所以 $EH \perp$ 平面 ABCD，
所以 $EH \perp HF$.

因为底面 ABCD 是边长为 1 的正方形， $HF \parallel AD$ ，所以 $HF \perp AD \perp 1$.
因为 $CD \parallel$ 平面 ABE，所以点 C 到平面 ABE 的距离等于点 H 到平面 ABE 的距离.
易证平面 EFH $\perp$ 平面 ABE，
所以点 H 到平面 ABE 的距离，即为 H 到 EF 的距离 h.

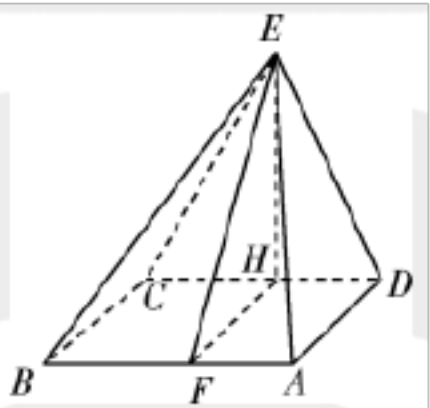
不妨设 $\angle CDE = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ ，则 $EH = \sin \theta$ ， $EF = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$.

因为 $S_{\triangle EHF} = \frac{1}{2} EF \cdot h = \frac{1}{2} EH \cdot FH$ ，所以 $h = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \sin \theta$,

所以 $h = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta} - 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时，等号成立.

此时 EH 与 ED 重合，所以 EH = 1， $V_{E-ABCD} = \frac{1}{3} \times 2 \times 1 = \frac{1}{3}$.

故选：B.



【题目点拨】

本题考查空间中点到面的距离的最值，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查空间想象能力和运算求解能力，求解时注意辅助线及面面垂直的应用.

10. A

【解题分析】

首先求出样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，再利用分类计数原理求出三个正面向上为连续的 3 个“1”的样本点个数，再求出重复数量，可得事件的样本点数，根据古典概型的概率计算公式即可求解.

【题目详解】

样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，

具体分析如下：

记正面向上为 1，反面向上为 0，三个正面向上为连续的 3 个“1”

有以下 3 种位置 1__ __，__1__，__ __1.

剩下 2 个空位可是 0 或 1，这三种排列的所有可能分别都是 $2 \times 2 = 4$ ，

但合并计算时会有重复，重复数量为 $2 \times 2 = 4$ ，

事件的样本点数为： $4 + 4 + 4 - 2 - 2 = 8$ 个.

故不同的样本点数为 8 个， $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

故选：A

【题目点拨】

本题考查了分类计数原理与分步计数原理，古典概型的概率计算公式，属于基础题

11. D

根据 $f(x)$ 是定义在 $[0, +\infty)$ 上的增函数及 $\frac{f(x)}{x}$ 有意义可得 $f(x) \geq 0$ ，构建新函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ，利用导数可得 $g(x)$ 为 $[0, +\infty)$ 上的增函数，从而可得正确的选项.

【题目详解】

因为 $f(x)$ 是定义在 $[0, +\infty)$ 上的增函数，故 $f(x) \geq 0$.

又 $\frac{f(x)}{x}$ 有意义，故 $f(x) \geq 0$ ，故 $f(x) \geq 0$ ，所以 $f(x) \geq xf(x)$.

令 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ，则 $g(x) \geq \frac{xf(x)}{x^2} = 0$ ，

故 $g(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数，所以 $g(3) \geq g(2)$ 即 $\frac{f(3)}{3} \geq \frac{f(2)}{2}$ ，

整理得到 $2f(3) \geq 3f(2)$.

故选：D.

【题目点拨】

本题考查导数在函数单调性中的应用，一般地，数的大小比较，可根据数的特点和题设中给出的原函数与导数的关系构建新函数，本题属于中档题.

12. B

【解题分析】

利用等差数列的性质求出 a_4 的值，然后利用等差数列求和公式以及等差中项的性质可求出 S_7 的值.

【题目详解】

由等差数列的性质可得 $a_6 + a_3 = a_5 + a_4 = a_5 + a_5 = 3a_5$ ，

$$S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = \frac{7 \times 2a_4}{2} = 7 \times 3 = 21.$$

故选：B.

【题目点拨】

本题考查等差数列基本性质的应用，同时也考查了等差数列求和，考查计算能力，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/698042026026006032>