

2024 届云南省景东县第二中学高三下学期期末考数学试题

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
- 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
- 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
- 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 命题 $P: \forall x \in (-1, 2], x^2 - 2x + a \geq 0 (a \in \mathbf{R})$ 的否定为

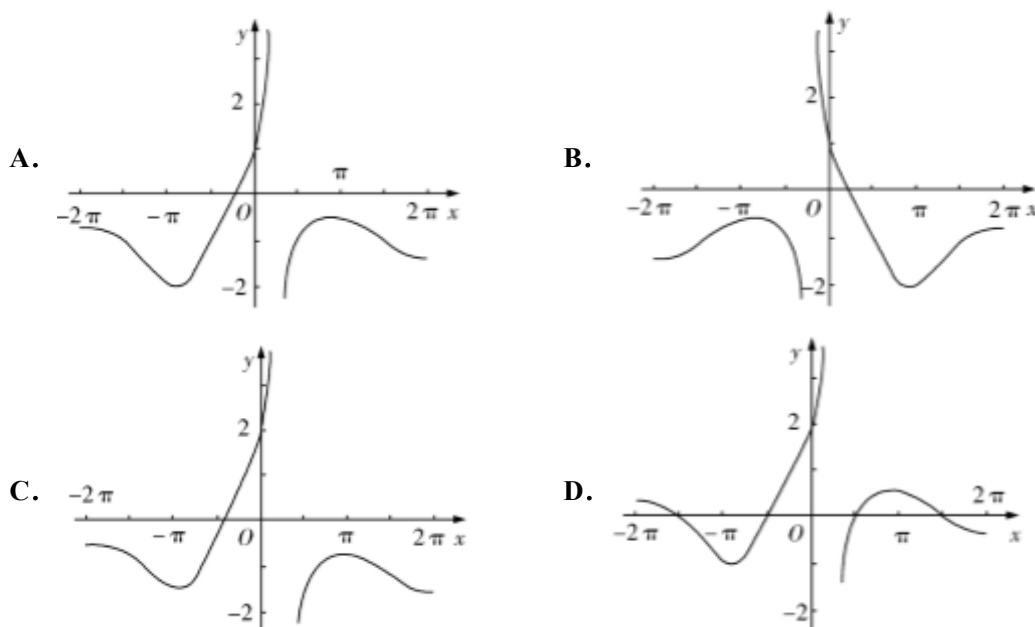
A. $\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a \geq 0 (a \in \mathbf{R})$ B. $\forall x \in (-1, 2], x^2 - 2x + a < 0 (a \in \mathbf{R})$

C. $\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a < 0 (a \in \mathbf{R})$ D. $\forall x \notin (-1, 2], x^2 - 2x + a < 0 (a \in \mathbf{R})$

2. 设点 $A(t, 0)$, P 为曲线 $y = e^x$ 上动点, 若点 A, P 间距离的最小值为 $\sqrt{6}$, 则实数 t 的值为 ()

A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $2 + \frac{\ln 2}{2}$ D. $2 + \frac{\ln 3}{2}$

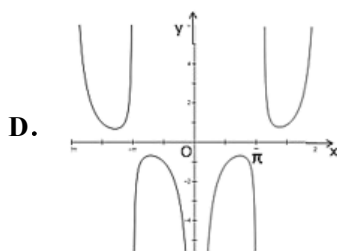
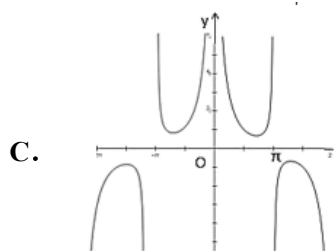
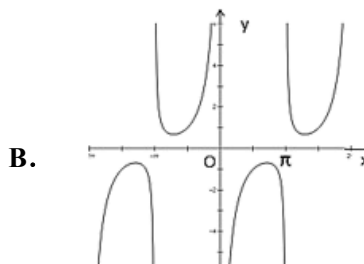
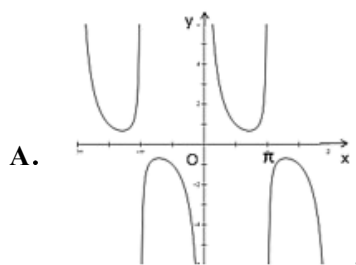
3. 函数 $f(x) = \frac{\cos x + x}{\cos x - x}$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 的图象大致为



4. 复数 $\frac{5i}{1+2i}$ 的虚部是 ()

A. i B. $-i$ C. 1 D. -1

5. $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{\sin x}$ 在原点附近的部分图象大概是 ()



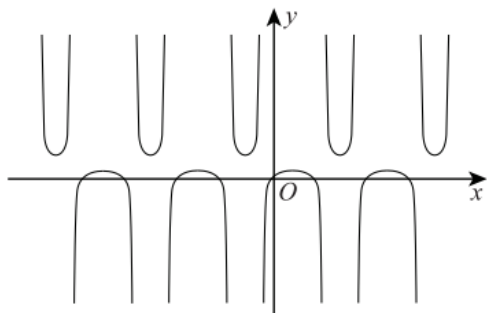
6. 已知 m, n 表示两条不同的直线, α, β 表示两个不同的平面, 且 $m \perp \alpha, n \subset \beta$, 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \parallel n$ ”的()条件.

A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分也不必要

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2 + a_5 = a_6 + a_3$, 则 $S_7 =$ ()

A. 28 B. 14 C. 7 D. 2

8. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2\sin x}$ 的部分图象如图所示, 将此图象分别作以下变换, 那么变换后的图象可以与原图象重合的变换方式有 ()



- ① 绕着 x 轴上一点旋转 180° ;
- ② 沿 x 轴正方向平移;
- ③ 以 x 轴为轴作轴对称;
- ④ 以 x 轴的某一条垂线为轴作轴对称.

A. ①③ B. ③④ C. ②③ D. ②④

9. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 S_n 为前 n 项和, $2a_9 = a_{11} + 12$, 则 S_{13} 的值是 ()

- A. 156 B. 124 C. 136 D. 180

10. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线 $2x + y - 4 = 0$ 与 y 轴交于点

A , 线段 AF_2 与 E 交于点 B .若 $|AB| = |BF_1|$, 则 E 的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$ B. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$

11. 存在点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上, 且点 M 在第一象限, 使得过点 M 且与椭圆在此点的切线

$\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$ 垂直的直线经过点 $(0, -\frac{b}{2})$, 则椭圆离心率的取值范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ C. $\left[0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$

12. 设 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos(\pi + \beta) = -\frac{4}{5} (\beta \in (0, \pi))$, 则 $\tan(2\alpha - \beta)$ 的值为 ()

- A. $-\frac{7}{24}$ B. $-\frac{5}{24}$
C. $\frac{5}{24}$ D. $\frac{7}{24}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 从一箱产品中随机地抽取一件, 设事件 $A = \{\text{抽到一等品}\}$, 事件 $B = \{\text{抽到二等品}\}$, 事件 $C = \{\text{抽到三等品}\}$,

且已知 $P(A) = 0.65$, $P(B) = 0.2$, $P(C) = 0.1$, 则事件“抽到的产品不是一等品”的概率为_____

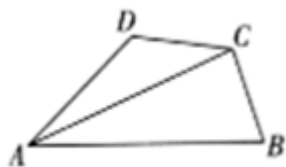
14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + 2a_1 = 4$, $a_3^2 = a_5$, 则该数列的前5项的和为_____.

15. 在直角三角形 ABC 中, $\angle C$ 为直角, $\angle BAC > 45^\circ$, 点 D 在线段 BC 上, 且 $CD = \frac{1}{3}CB$, 若 $\tan \angle DAB = \frac{1}{2}$, 则 $\angle BAC$ 的正切值为_____.

16. 记复数 $z = a + bi$ (i 为虚数单位)的共轭复数为 $\bar{z} = a - bi$ ($a, b \in R$), 已知 $z = 2 + i$, 则 $\frac{\bar{z}}{z^2} =$ _____.

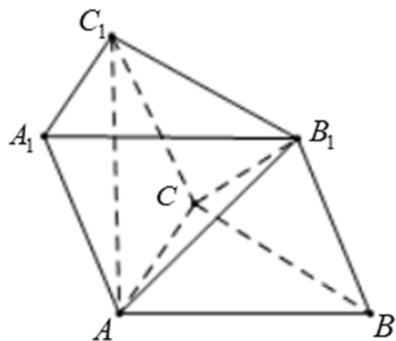
三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = 2\angle B$, $AD = 2DC = 4$, $\sin \angle B = \frac{3}{4}$.



- (1) 求 AC 的长;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 求 $\sin \angle CAB \cdot \sin \angle ACB$ 的值.

18. (12 分) 如图, 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是全等的等边三角形.

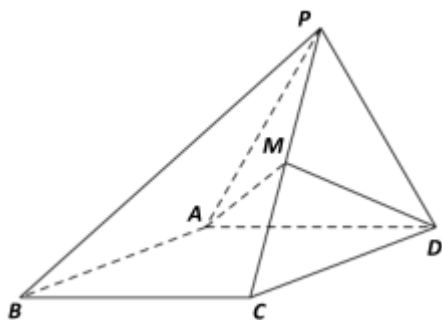


- (1) 求证: $BC \perp AB_1$;
- (2) 若 $\cos \angle B_1BA = \frac{1}{4}$, 求二面角 $B - B_1C - A$ 的余弦值.

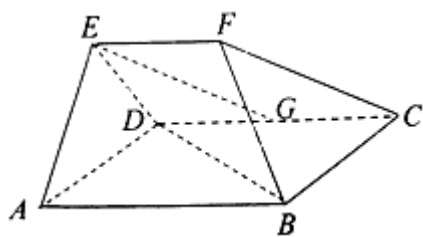
19. (12 分) 如图, 四棱锥 $P - ABCD$, 侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形, 且与底面垂直, 底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC = 60^\circ$ 的菱形, M 为棱 PC 上的动点, 且 $\frac{PM}{PC} = \lambda (\lambda \in [0, 1])$.

(I) 求证: $\triangle PBC$ 为直角三角形;

(II) 试确定 λ 的值, 使得二面角 $P - AD - M$ 的平面角余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



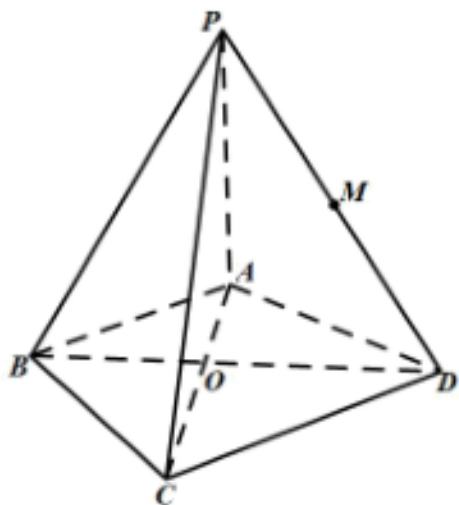
20. (12 分) 在以 $ABCDEF$ 为顶点的五面体中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = AE = ED = 2EF$, $EF \parallel AB$, 点 G 为 CD 中点, 平面 $EAD \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) 证明: $BD \perp EG$;

(2) 若三棱锥 $V_{E-FBC} = \frac{1}{2}$, 求菱形 $ABCD$ 的边长.

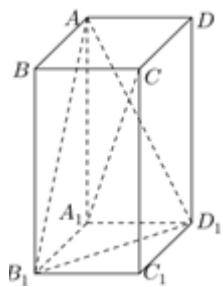
21. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = BC = 2$, $CD = AD = \sqrt{7}$, $\angle ABC = 120^\circ$.



(I) 证明: $BD \perp PC$;

(II) 若 M 是 PD 中点, BM 与平面 PAB 所成的角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{10}$, 求 PA 的长.

22. (10 分) 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB = 1$, $BB_1 = 2$.



(1) 求异面直线 A_1C 与直线 AD_1 所成的角的大小;

(2) 求点 C 到平面 AB_1D_1 的距离.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

命题 P 为全称命题，它的否定为特称命题，将全称量词改为存在量词，并将结论否定，可知命题 P 的否定为

$\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a < 0 (a \in \mathbf{R})$ ，故选 C。

2、C

【解析】

设 $P(x, e^x)$ ，求 $|AP|^2$ ，作为 x 的函数，其最小值是 6，利用导数知识求 $|AP|^2$ 的最小值。

【详解】

设 $P(x, e^x)$ ，则 $|AP|^2 = (x-t)^2 + e^{2x}$ ，记 $g(x) = e^{2x} + (x-t)^2$ ，

$g'(x) = 2e^{2x} + 2(x-t)$ ，易知 $g'(x) = 2e^{2x} + 2(x-t)$ 是增函数，且 $g'(x)$ 的值域是 $\mathbf{R}$ ，

$\therefore g'(x) = 0$ 的唯一解 x_0 ，且 $x < x_0$ 时， $g'(x) < 0$ ， $x > x_0$ 时， $g'(x) > 0$ ，即 $g(x)_{\min} = g(x_0)$ ，

由题意 $g(x_0) = e^{2x_0} + (x_0 - t)^2 = 6$ ，而 $g'(x_0) = 2e^{2x_0} + 2(x_0 - t) = 0$ ， $x_0 - t = -e^{2x_0}$ ，

$\therefore e^{2x_0} + e^{4x_0} = 6$ ，解得 $e^{2x_0} = 2$ ， $x_0 = \frac{\ln 2}{2}$ 。

$\therefore t = e^{2x_0} + x_0 = 2 + \frac{\ln 2}{2}$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查导数的应用，考查用导数求最值。解题时对 x_0 和 t 的关系的处理是解题关键。

3、A

【解析】

因为 $f(0) = 1$ ，所以排除 C、D。当 x 从负方向趋近于 0 时， $0 < \cos x + x < \cos x - x$ ，可得 $0 < f(x) < 1$ 。故选 A。

4、C

【解析】

因为 $\frac{5i}{1+2i} = \frac{5i(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{10+5i}{5} = 2+i$ ，所以 $\frac{5i}{1+2i}$ 的虚部是 1，故选 C.

5、A

【解析】

分析函数 $y = f(x)$ 的奇偶性，以及该函数在区间 $(0, \pi)$ 上的函数值符号，结合排除法可得出正确选项.

【详解】

令 $\sin x \neq 0$ ，可得 $\{x | x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ ，即函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ ，定义域关于原点对称，

$f(-x) = \frac{e^{\cos(-x)}}{\sin(-x)} = -\frac{e^{\cos x}}{\sin x} = -f(x)$ ，则函数 $y = f(x)$ 为奇函数，排除 C、D 选项；

当 $0 < x < \pi$ 时， $e^{\cos x} > 0$ ， $\sin x > 0$ ，则 $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{\sin x} > 0$ ，排除 B 选项.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用函数解析式选择函数图象，一般要分析函数的定义域、奇偶性、单调性、零点以及函数值符号，考查分析问题和解决问题的能力，属于中等题.

6、B

【解析】

根据充分必要条件的概念进行判断.

【详解】

对于充分性：若 $\alpha \perp \beta$ ，则 m, n 可以平行，相交，异面，故充分性不成立；

若 $m \parallel n$ ，则 $n \perp \alpha, n \subset \beta$ ，可得 $\alpha \perp \beta$ ，必要性成立.

故选：B

【点睛】

本题主要考查空间中直线，线面，面面的位置关系，以及充要条件的判断，考查学生综合运用知识的能力.解决充要条件判断问题，关键是要弄清楚谁是条件，谁是结论.

7、B

【解析】

根据等差数列的性质 $a_6 + a_3 = a_4 + a_5$ 并结合已知可求出 a_4 ，再利用等差数列性质可得 $S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = 7a_4$

，即可求出结果.

【详解】

因为 $a_6 + a_3 = a_4 + a_5$ ，所以 $2 + a_5 = a_4 + a_5$ ，所以 $a_4 = 2$ ，

$$\text{所以 } S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = 7a_4 = 14,$$

故选：B

【点睛】

本题主要考查等差数列的性质及前 n 项和公式，属于基础题.

8、D

【解析】

计算得到 $f(x + 2k\pi) = f(x)$ ， $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = f\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ，故函数是周期函数，轴对称图形，故②④正确，根据图像

知①③错误，得到答案.

【详解】

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2\sin x}, \quad f(x + 2k\pi) = \frac{\sin(x + 2k\pi)}{1 + 2\sin(x + 2k\pi)} = \frac{\sin x}{1 + 2\sin x} = f(x), \quad k \in \mathbb{Z},$$

当沿 x 轴正方向平移 $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 个单位时，重合，故②正确；

$$f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{1 + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \frac{\cos x}{1 + 2\cos x}, \quad f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{1 + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \frac{\cos x}{1 + 2\cos x},$$

故 $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = f\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ，函数关于 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称，故④正确；

根据图像知：①③不正确；

故选：D.

【点睛】

本题考查了根据函数图像判断函数性质，意在考查学生对于三角函数知识和图像的综合应用.

9、A

【解析】

因为 $a_7 + a_{11} = 2a_9 = a_{11} + 12$ ，可得 $a_7 = 12$ ，根据等差数列前 n 项和，即可求得答案.

【详解】

$$\text{Q } a_7 + a_{11} = 2a_9 = a_{11} + 12,$$

$$\therefore a_7 = 12,$$

$$\therefore S_{13} = \frac{13(a_1 + a_{13})}{2} = 13a_7 = 13 \times 12 = 156.$$

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了求等差数列前 n 项和，解题关键是掌握等差中项定义和等差数列前 n 项和公式，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.

10、D

【解析】

由题可得 $A(0,4)$ ， $F_2(2,0)$ ，所以 $c=2$ ，又 $|AB|=|BF_1|$ ，所以 $2a=|BF_1|+|BF_2|=|AF_2|=2\sqrt{5}$ ，得 $a=\sqrt{5}$ ，故可得椭圆的方程.

【详解】

由题可得 $A(0,4)$ ， $F_2(2,0)$ ，所以 $c=2$ ，

又 $|AB|=|BF_1|$ ，所以 $2a=|BF_1|+|BF_2|=|AF_2|=2\sqrt{5}$ ，得 $a=\sqrt{5}$ ， $\therefore b=1$ ，

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义，椭圆标准方程的求解.

11、D

【解析】

根据题意利用垂直直线斜率间的关系建立不等式再求解即可.

【详解】

因为过点 M 椭圆的切线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$ ，所以切线的斜率为 $-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$ ，

由 $\frac{y_0 + \frac{b}{x_0}}{x_0} \times \left(-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}\right) = -1$ ，解得 $y_0 = \frac{b^3}{2c^2} < b$ ，即 $b^2 < 2c^2$ ，所以 $a^2 - c^2 < 2c^2$ ，

$$\text{所以 } \frac{c}{a} > \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查了建立不等式求解椭圆离心率的问题,属于基础题.

12、D

【解析】

利用倍角公式求得 $\tan 2\alpha$ 的值, 利用诱导公式求得 $\cos \beta$ 的值, 利用同角三角函数关系式求得 $\sin \beta$ 的值, 进而求得 $\tan \beta$ 的值, 最后利用正切差角公式求得结果.

【详解】

$$\tan \alpha = \frac{1}{2}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{3},$$

$$\cos(\pi + \beta) = -\frac{4}{5} = -\cos \beta, \quad (\beta \in (0, \pi)),$$

$$\therefore \cos \beta = \frac{4}{5}, \quad \sin \beta = \frac{3}{5}, \quad \tan \beta = \frac{3}{4},$$

$$\tan(2\alpha - \beta) = \frac{\tan 2\alpha - \tan \beta}{1 + \tan 2\alpha \tan \beta} = \frac{\frac{4}{3} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{4}{3} \times \frac{3}{4}} = \frac{7}{24},$$

故选：D.

【点睛】

该题考查的是有关三角函数求值问题, 涉及到的知识点有诱导公式, 正切倍角公式, 同角三角函数关系式, 正切差角公式, 属于基础题目.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、0.35

【解析】

根据对立事件的概率和为 1, 结合题意, 即可求出结果来.

【详解】

解：由题意知本题是一个对立事件的概率,

Q 抽到的不是一等品的对立事件是抽到一等品,

$$Q P(A) = 0.65,$$

$$\therefore \text{抽到不是一等品的概率是 } P = 1 - P(A) = 1 - 0.65 = 0.35,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/698047124040006117>