专项 29　反比例图像综合应用（八大类型）

【解题思路】

【 类型一 反比例函数中线段最值问题】

【类型二　反比例函数中等腰三角形的存在性】

【类型三　反比例函数中直角三角形的存在性】

【类型四　反比例函数中平行四边形的存在性】

【 类型五 反比例函数中矩形的存在性】

【类型六 反比例函数中菱形的存在性】

【类型七　反比例函数中等腰三角形的存在性】

【类型八　反比例函数中相似三角形的存在性】

【真题演练】

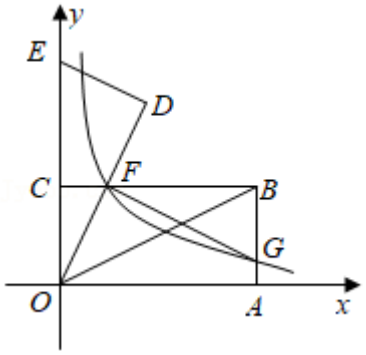
【类型一 反比例函数中线段最值问题】

1．（2021•潮阳区模拟）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 B 的坐标为（4，2），OA、OC 分别落在 x 轴和 y 轴上，OB 是矩形的对角线．将△OAB 绕点 O 逆时针旋转，使点 B 落在 y 轴上，得到△ODE，OD 与 CB 相交于点 F，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象经过点 F，交 AB 于点 G．

（1）填空：k 的值等于 _____．

（2）连接 FG，判断△COF 与△BFG 是否相似，并说明理由．

（3）在 x 轴上存在这样的点 P，使得 $PF+PG$ 有最小值？请求出此时点 P 的坐标．



【解答】解：（1）∵将△*OAB* 绕点 *O* 逆时针旋转，使点 *B* 落在 *y* 轴上，得到△*ODE*，

∴∠*AOB*＝∠*COF*，

∵四边形 *OABC* 是矩形，

∴∠*OAB*＝∠*OCB*＝90°，

∴△*COF*∽△*AOB*，

∴$\frac{CF}{AB}=\frac{OC}{OA}$，

∵矩形 *OABC* 的顶点 *B* 的坐标为（4，2），*OA*、*OC* 分别落在 *x* 轴和 *y* 轴上，

∴*AB*＝*OC*＝2，*BC*＝*OA*＝4，

∴$\frac{CF}{2}=\frac{2}{4}$，

解得：*CF*＝1，

∴点 *F* 的坐标为（1，2），

把点 *F* 的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（*x*＞0）得：*k*＝1×2＝2，

故答案为：2；

（2）△*COF*∽△*BFG*，理由如下：

设点 *G* 的坐标为（4，*m*），

∵反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$，*OA*＝4，

∴$m=AG=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

∴*BG*＝*AB* - *AG*＝1.5，

∵四边形 *OABC* 是矩形，

∴∠*OCF*＝∠*FBG*＝90°，*BC*＝*OA*＝4，

由（1）得：*CF*＝1，

∴*BF*＝*BC* - *CF*＝3，

$\therefore \frac{OC}{BF}=\frac{2}{3}$，$\frac{CF}{BG}=\frac{1}{1.5}=\frac{2}{3}$，

$\therefore \frac{OC}{BF}=\frac{CF}{BG}$，

$\therefore \triangle OCF \backsim \triangle FBG$；

（3）作点 G 关于 x 轴的对称点 G'，连接 FG'，交 x 轴于点 P，如图所示：

则 $AG'=AG=\frac{1}{2}$，$PG'=PG$，

$\therefore PF+PG=PF+PG'=FG'$，$BG'=AB+AG'=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$，

此时 $PF+PG$ 取最小值 $=FG'$，

$\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$\therefore OA \parallel BC$，

$\therefore \triangle PAG' \backsim \triangle FBG'$，

$\therefore \frac{PA}{FB}=\frac{AG'}{BG'}$，

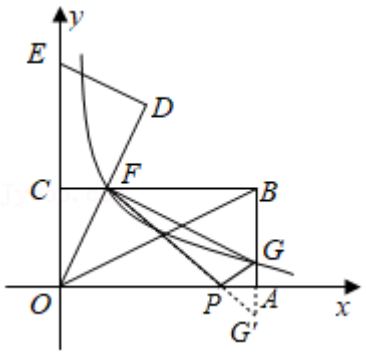
即 $\frac{PA}{3}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}}$，

解得：$PA=\frac{3}{5}$，

$\therefore OP=OA-PA=4-\frac{3}{5}=\frac{17}{5}$，

$\therefore P$（$\frac{17}{5}$，0），

综上所述，在 x 轴上存在这样的点 P，使得 $PF+PG$ 有最小值，点 P 的坐标为（$\frac{17}{5}$，0）．



2.如图，已知一次函数 $y_1=k_1x+b$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点，与反比例函数 y_2

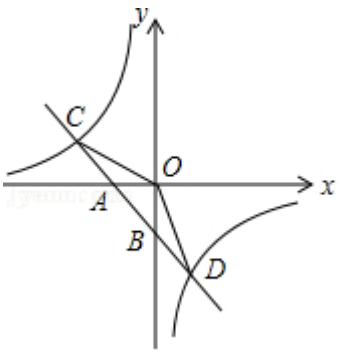
$=\frac{k_2}{x}$的图象分别交于 C、D 两点，点 D（2，﹣3），点 B 是线段 AD 的中点．

（1）求一次函数 $y_1=k_1x+b$ 与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$的解析式；

（2）求△COD 的面积；

（3）直接写出 $k_1x+b-\frac{k_2}{x}\geqslant 0$ 时自变量 x 的取值范围．

（4）动点 P（0，m）在 y 轴上运动，当$|PC-PD|$的值最大时，求点 P 的坐标．

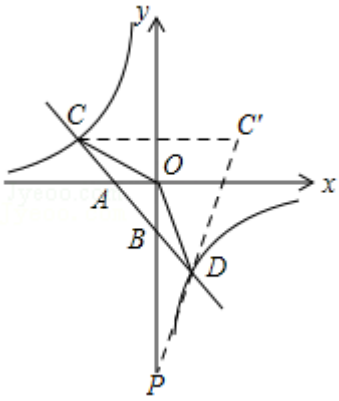


【解答】解：（1）∵点 D（2，﹣3）在反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$的图象上，

∴$k_2=2\times(-3)=-6$，

∴$y_2=-\frac{6}{x}$；

如图，作 $DE\perp x$ 轴于 E，



∵D（2，﹣3），点 B 是线段 AD 的中点，

∴A（﹣2，0），

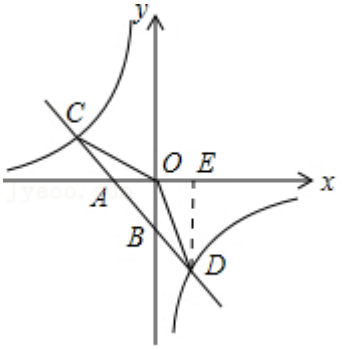
∵A（﹣2，0），D（2，﹣3）在 $y_1=k_1x+b$ 的图象上，

$$\begin{cases}-2k_1+b=0\\2k_1+b=-3\end{cases},$$

解得 $k_1=-\frac{3}{4}$，$b=-\frac{3}{2}$，

∴$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$；

（2）由$\begin{cases}y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}\\y=\frac{6}{x}\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_1=2\\y_1=-3\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=-4\\y_2=\frac{3}{2}\end{cases}$，



∴C（﹣4，$\frac{3}{2}$），

∴$S_{\triangle COD}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times2\times3=\frac{9}{2}$；

（3）由图可得，当 $k_1x+b-\frac{k_2}{x}\geqslant0$ 时，$x\leqslant-4$ 或 $0<x\leqslant2$.

（4）如图，作 $C(-4,\frac{3}{2})$ 关于 y 轴的对称点 $C'(4,\frac{3}{2})$，延长 $C'D$ 交 y 轴于点 P，

∴由 C' 和 D 的坐标可得，直线 $C'D$ 为 $y=\frac{9}{4}x-\frac{15}{2}$，

令 $x=0$，则 $y=-\frac{15}{2}$，

∴当 $|PC-PD|$ 的值最大时，点 P 的坐标为 $(0,-\frac{15}{2})$.

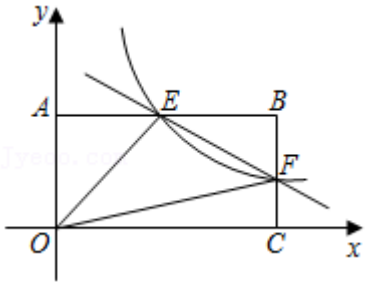
【类型二　反比例函数中等腰三角形的存在性】

3．（2022 秋•灯塔市校级期中）如图，在平面直角坐标系中，点 B 的坐标为（4，2），过点 B 分别作 x 轴、y 轴的垂线，垂足分别是 C，A，反比例函数 $y=\frac{4}{x}$（$x>0$）的图象分别交 AB，BC 于点 E，F.

（1）求直线 EF 的解析式；

（2）求△EOF 的面积；

（3）若点 P 在 y 轴上，且△POE 是等腰三角形，请直接写出点 P 的坐标.



【解答】解：（1）设直线 EF 的解析式为：$y=kx+b$，

∵点 B 的坐标为（4，2），$BA\perp y$ 轴，$BC\perp x$ 轴，

∴点 F 的横坐标为 4，点 E 的纵坐标为 2，

∵点 E、F 都在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上，

∴点 F 的坐标为（4，1），点 E 的坐标为（2，2），

则 $\begin{cases}4k+b=1\\2k+b=2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\ b=3\end{cases}$

∴直线 EF 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$；

（2）$S_{\triangle EOF}=2\times4-\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{1}{2}\times4\times1-\frac{1}{2}\times2\times1=3$；

（3）∵点 E 的坐标为（2，2），

∴$OE=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

当 $OP=OE=2\sqrt{2}$ 时，点 P 的坐标为（0，$2\sqrt{2}$）或（0，$-2\sqrt{2}$）；

当 $EO=EP$ 时，$PA=OA=2$，

则点 P 的坐标为（0，4），

当 $PO=PE$ 时，点 P 与点 A 重合，

∴点 P 的坐标为（0，2），

综上所述，△POE 是等腰三角形时，点 P 的坐标为（0，$2\sqrt{2}$）或（0，$-2\sqrt{2}$）或（0，4）或（0，2）．

4．（2022 秋•天桥区校级月考）如图 1，一次函数 AB：$y=\frac{1}{2}x+1$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）大的图象交于点 A（a，3），与 y 轴交于点 B．

（1）求 a，k 的值．

（2）直线 CD 过点 A，与反比例函数图象交于点 C，与 x 轴交于点 D，$AC=AD$．

①如图 2，连接 OA，OC，求△OAC 的面积．

②点 P 在 x 轴上，若以点 A，B，P 为顶点的三角形是等腰三角形，写出符合条件的点 P 的坐标．

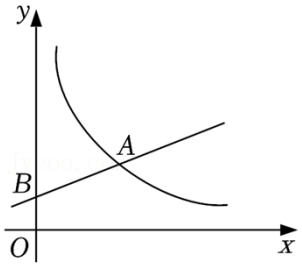


图1

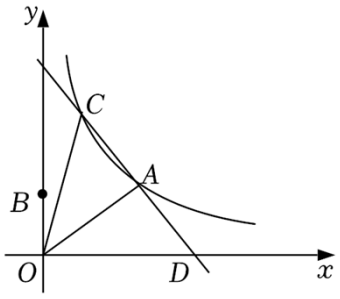


图2

【解答】解：（1）将（a，3）代入 $y=\frac{1}{2}x+1$，

得 $3=\frac{1}{2}a+1$，

∴$a=4$，

将（4，3）代入 $y=\frac{k}{x}$，

∴$k=12$；

（2）①∵$AC=AD$，A（4，3），

设 C（m，n），D（z，0），

由中点公式知：

$\frac{n+0}{2}=3$，$\frac{m+z}{2}=4$

$n=6$，

将 $n=6$ 代入 $y=\frac{12}{x}$，得 $6=\frac{12}{m}$，

∴$m=2$，

∴$z=6$，

∴△OAC 的面积 $=6\times6\div2-6\times3\div2=9$；

（3）设 P（s，0），

∵A（4，3），B（0，1），

当 $PA=PB$ 时，$(s-4)^2+3^2=s^2+1^2$，

解得 $s=3$，

∴P（3，0），

当 $PB=AB$ 时，$s^2+1^2=4^2+(3-1)^2$，

解得 $s=\pm\sqrt{19}$，

∴P（$\sqrt{19}$，0）或 P（$-\sqrt{19}$，0），

当 $PA=AB$ 时，$(s-4)^2+3^2=4^2+(3-1)^2$，

解得 $s_1=4+\sqrt{11}$，$s_2=4-\sqrt{11}$，

∴P（$4+\sqrt{11}$，0）或（$4-\sqrt{11}$，0），

综上所述，点 P 的坐标为（3，0）或（$\sqrt{19}$，0）或（$-\sqrt{19}$，0）或（$4+\sqrt{11}$，0）或（$4-\sqrt{11}$，0）．

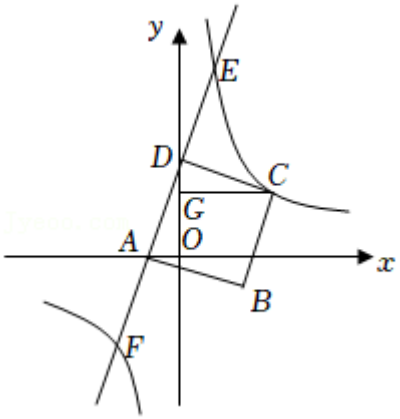
4．（2022•泰安三模）如图，直线 AD：$y=3x+3$ 与坐标轴交于 A、D 两点，以 AD 为边在 AD 右侧作正方形 $ABCD$，过 C 作 $CG\perp y$ 轴于 G 点，过点 C 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）

与直线 AD 交于 E、F 两点.

（1）求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$表达式；

（2）根据图象，求出不等式 $0<3x+3<\frac{k}{x}$的解集；

（3）在 x 上是否存在一点 Q 使△CBQ 为等腰三角形，若存在，求出 Q 点坐标，若不存在，请说明理由.



【解答】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=CD$，$\angle ADC=90°$，

∴$\angle ADO+\angle CDG=90°$，

∵$CG\perp y$ 轴，

∴$\angle CGD=90°$，

∴$\angle\angle CDG+\angle DCG=90°$，

∴$\angle ADO=\angle DCG$，

在△AOD 和△DGC 中，

$$\begin{cases}\angle AOD=\angle DGC=90°\\ \angle ADO=\angle DCG\\ AD=CD\end{cases}$$，

∴△AOD≌△DGC（AAS）.

对于直线 AD：$y=3x+3$，

令 $x=0$，则 $y=3$，

∴D（0，3），

∴$OD=3$，

令 $y=0$，则 $3x+3=0$，

∴$x=-1$，

∴A（﹣1，0），

∴OA＝1，

∵△AOD≌△DGC，

∴CG＝OD＝3，DG＝OA＝1，

∴C（3，2），将点 C 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$中，得 k＝2×3＝6，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}$①.

（2）∵直线 AD 的解析式为 y＝3x+3②，

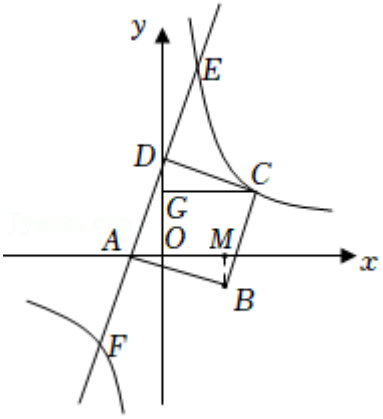
联立①②得，$\begin{cases}y=3x+3\\y=\frac{6}{x}\end{cases}$，

解得，$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\y=6\end{cases}$，

∴E（1，6），F（﹣2，﹣3），

由图象可得不等式 $0<3x+3<\frac{k}{x}$的解集为 0＜x＜1.

（3）过点 B 作 BM⊥x 轴于点 M.



同法可证△DAO≌ABM，

∴OA＝BM＝1，AM＝OD＝3，

∴OM＝2，

∴B（2，﹣1），设 Q（a，0），

CB＝$\sqrt{10}$，CQ＝$\sqrt{(3-a)^2+2^2}$，BQ＝$\sqrt{(a-2)^2+(0+1)^2}$，

①当△CBQ为等腰三角形，$CB=CQ$时，$CB^2=CQ^2$，

∴ $(\sqrt{10})^2=(3-a)^2+2^2$，

解得：$a=3\pm\sqrt{6}$，

此时$Q_1(3+\sqrt{6},\ 0)Q_2(3-\sqrt{6},\ 0)$.

②当△CBQ为等腰三角形，$BC=BQ$时，$BC^2=BQ^2$，

∴ $(\sqrt{10})^2=(a-2)^2+1^2$，

解得：$a_1=-1$，$a_2=5$，

此时Q_3（-1，0）Q_4（5，0）.

③当△CBQ为等腰三角形，$QC=QB$时，

$CQ=\sqrt{(3-a)^2+2^2}$，$BQ=\sqrt{(a-2)^2+(0+1)^2}$，

∴（3-a）$^2+2^2=$（a-2）$^2+1$，

解得：$a=4$，

此时Q_5（4，0）.

∴Q点的坐标为：$Q_1(3+\sqrt{6},\ 0)$，$Q_2(3-\sqrt{6},\ 0)$，Q_3（-1，0），Q_4（5，0），

Q_5（4，0）.

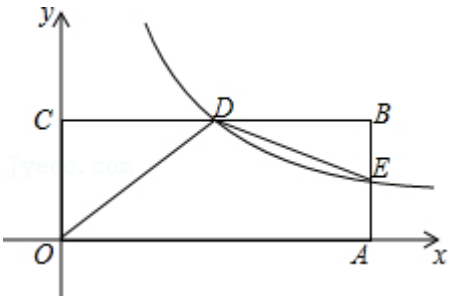
【类型三　反比例函数中直角三角形的存在性】

5.如图，在平面直角坐标系xOy中，矩形$OABC$的顶点A在x轴上，顶点C在y轴上，D是BC的中点，过点D的反比例函数图象交AB于E点，连接DE．若$OD=5$，$OC=3$.

（1）求过点D的反比例函数的解析式；

（2）求△DBE的面积；

（3）x轴上是否存在点P使△OPD为直角三角形？若存在，请求出P点的坐标；若不存在，请说明理由.



【解答】解：

（1）∵四边形 $OABC$ 为矩形，

∴△OCD 为直角三角形，

∵$OD=5$，$OC=3$，

∴$CD=4$，

∴D（4，3），

设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

∵点 D 在反比例函数图象上，

∴$k=4\times3=12$，

∴反比例函数解析式为 $y=\frac{12}{x}$；

（2）∵D 为 BC 的中点，且 $BC=2CD=8$，

∴B（8，3），

∴E 点横坐标为 8，且 E 在反比例函数图象上，

在 $y=\frac{12}{x}$中，令 $x=8$，可得 $y=\frac{3}{2}$，

∴E（8，$\frac{3}{2}$），

∴$BE=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$，且 $BD=4$，

∴$S_{\triangle DBE}=\frac{1}{2}BD\cdot BE=\frac{1}{2}\times4\times\frac{3}{2}=3$；

（3）∵P 在 x 轴上，

∴可设 P（t，0），

∵∠DOA 为锐角，

∴当△OPD 为直角三角形时，有∠$DPO=90°$或∠$ODP=90°$，且点 P 在 x 轴正半轴上，

①当∠$DPO=90°$时，则 $DP\perp x$ 轴，此时 P 点坐标为（4，0）；

②当∠$ODP=90°$时，由 D（4，3），P（t，0），

∴$PD^2=(t-4)^2+3^2=t^2-8t+25$，且 $OD^2=5^2=25$，$OP^2=t^2$，

由勾股定理可得 $PD^2+OD^2=OP^2$，即 $t^2-8t+25+25=t^2$，解得 $t=\frac{25}{4}$，

∴P（$\frac{25}{4}$，0）；

综上可知存在满足条件的点 P，其坐标为（4，0）或（$\frac{25}{4}$，0）．

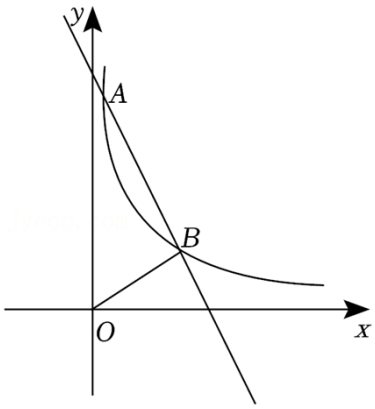
【类型四　反比例函数中平行四边形的存在性】

6．（2022 春•姑苏区校级期中）如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于点 A（1，6），B（3，n）两点．

（1）求反比例函数和一次函数的表达式；

（2）连接 OA、OB，求△AOB 的面积；

（3）直线 a 经过点（0，1）且平行于 x 轴，点 M 在直线 a 上，点 N 在 y 轴上，以 A、B、M、N 为顶点的四边形可以是平行四边形吗？如果可以，直接写出点 M、N 的坐标，如果不可以，说明理由．



【解答】解：（1）将点 A（1，6）代入 $y=\frac{m}{x}$，

$\therefore m=6$，

$\therefore y=\frac{6}{x}$，

将 B（3，n）代入 $y=\frac{6}{x}$，

$\therefore n=2$，

$\therefore B$（3，2），

将 A（1，6），B（3，2）代入 $y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases} k+b=6 \\ 3k+b=2 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=-2 \\ b=8 \end{cases}$，

$\therefore y=-2x+8$；

（2）设直线 $y=2x+8$ 与 x 轴交于 D，与 y 轴交于点 C，

∴C（0，8），D（4，0），

∴$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle COD}-S_{\triangle ACO}-S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times8\times4-\frac{1}{2}\times8\times1-\frac{1}{2}\times4\times2=8$；

（3）以 A、B、M、N 为顶点的四边形可以是平行四边形，理由如下：

设 M（m，1），N（0，n），

①当 AB 为平行四边形的对角线时，

$\begin{cases}1+3=m\\6+2=1+n\end{cases}$，

解得$\begin{cases}m=4\\n=7\end{cases}$，

∴M（4，1），N（0，7）；

②当 AM 为平行四边形的对角线时，

$\begin{cases}1+m=3\\6+1=2+n\end{cases}$，

解得$\begin{cases}m=2\\n=5\end{cases}$，

∴M（2，1），N（0，5）；

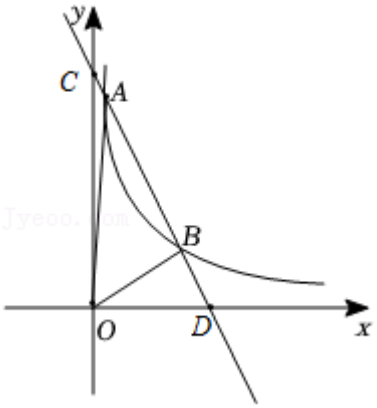
③当 AN 为平行四边形的对角线时，

$\begin{cases}1=3+m\\6+n=2+1\end{cases}$，

解得$\begin{cases}m=-2\\n=-3\end{cases}$，

∴M（﹣2，1），N（0，﹣3）；

综上所述：M（4，1），N（0，7）或 M（2，1），N（0，5）或 M（﹣2，1），N（0，﹣3）．



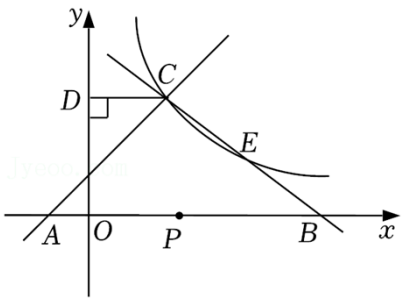
7．（2022•嵩县模拟）如图，直线 AC 和 BC 的解析式分别是 $y=x+1$ 和 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$，$AC$ 与 BC 相交于点 C，$CD\perp y$ 轴于点 D，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象与直线 BC 相交

于点 C 和 E，点 P 是 x 轴上一个动点．

（1）求反比例函数的解析式；

（2）根据函数图象，请直接写出当$\frac{k}{x}>-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$时 x 的取值范围；

（3）当以点 B、C、D、P 为顶点的四边形是平行四边形时，请直接写出此时点 P 的坐标．



【解答】解：（1）当 $x+1=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$时，

解得 $x=2$，

∴$y=3$，

∴C（2，3），

∵点 C（2，3）在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上，

∴$k=6$，

∴$y=\frac{6}{x}$；

（2）当$\frac{6}{x}=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$时，

解得 $x=2$ 或 4，

∴E（4，$\frac{3}{2}$），

∴当 $0<x<2$ 或 $x>4$ 时，$\frac{k}{x}>-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$；

（3）当 $y=0$ 时，$-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}=0$，

∴$x=6$，

∴B（6，0），

当 CD 为平行四边形的边时，则 $CD\parallel BP$，$CD=BP$，

∴P（4，0）或（8，0），

当 CD 为对角线时，此情形不存在，

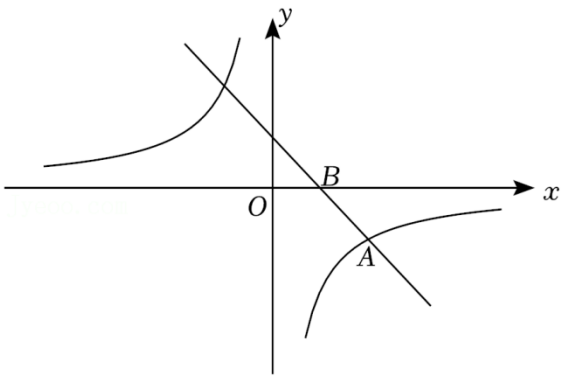
综上：P（4，0）或（8，0）．

8．（2021 秋•和平区期末）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=-x+1$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象在第四象限相交于点 A（2，－1），一次函数的图象与 x 轴相交于点 B．

（1）求反比例函数的表达式及点 B 的坐标；

（2）当一次函数值小于反比例函数值时，请直接写出 x 的取值范围是 _____；

（3）点 C 是第二象限内直线 AB 上的一个动点，过点 C 作 $CD\parallel x$ 轴，交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象于点 D，若以 O，B，C，D 为顶点的四边形为平行四边形，请直接写出点 C 的坐标为 _____．



【解答】解：（1）∵$y=\frac{k}{x}$过 A（2，－1），

∴$k=xy=2\times(-1)=-2$，

∴$y=\frac{-2}{x}$，

由 $y=0$ 得，$-x+1=0$，

∴$x=1$，

∴B（1，0）；

（2）由$\frac{-2}{x}=-x+1$ 得，

$x_1=2$，$x_2=-1$，

∴当一次函数值小于反比例函数值时，

$-1<x<0$ 或 $x>2$，

故答案是：$-1<x<0$ 或 $x>2$；

（3）设 C（$1-a$，a），D（$\frac{-2}{a}$，a），

∴$CD=|1-a+\frac{2}{a}|$，

当 $CD=OB$ 时，

$|1-a+\frac{2}{a}|=1$，

$\therefore a=\pm\sqrt{2}$，$a=1\pm\sqrt{3}$

$\because C$ 在第二象限，

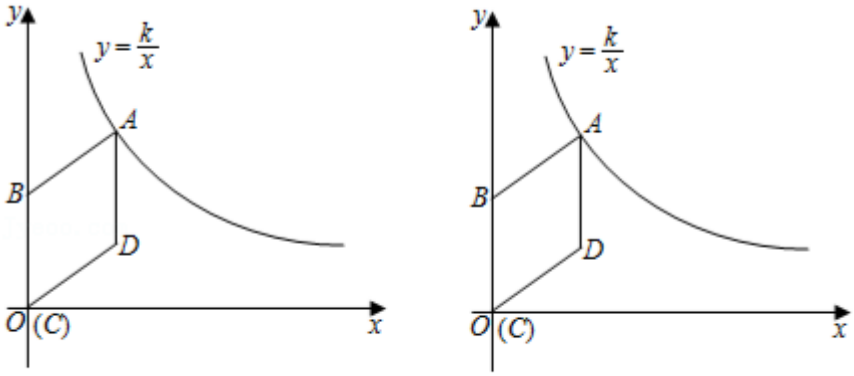
$a=\sqrt{2}$ 或 $a=1+\sqrt{3}$，

$\therefore C(1-\sqrt{2},\sqrt{2})$ 或 $(-\sqrt{3},1+\sqrt{3})$，

故答案是：$(1-\sqrt{2},\sqrt{2})$ 或 $(-\sqrt{3},1+\sqrt{3})$．

【类型五 反比例函数中矩形的存在性】

9．（2022 春•大英县期末）如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 C 与原点 O 重合，点 B 在 y 轴的正半轴上，点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象上，点 D 的坐标为（4，3）．设 AB 所在直线解析式为 $y=ax+b$（$a\neq0$）．



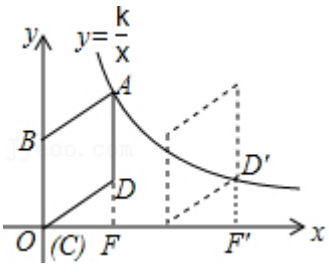
备用图

（1）求反比例和一次函数解析式；

（2）若将菱形 $ABCD$ 沿 x 轴正方向平移 m 个单位，在平移中若反比例函数图象与菱形的边 AD 始终有交点，求 m 的取值范围；

（3）在直线 AB 上是否存在 M、N 两点，使以 $MNOD$ 四点的四边形构成矩形？若不存在，请说明理由，若存在直接求出 M、N（点 M 在点 N 的上方）两点的坐标．

【解答】解：（1）如图，延长 AD 交 x 轴于 F，由题意得 $AF\perp x$ 轴，



∵点 D 的坐标为（4，3），

∴$OF=4$，$DF=3$，

∴$OD=5$，

∴$AD=5$，

∴点 A 坐标为（4，8），

∴$k=xy=4\times8=32$，

由菱形的性质得到 B（0，5），

设直线 AB 的方程为：$y=ax+b$（$a\neq0$），则

$$\begin{cases}4a+b=8\\b=5\end{cases},$$

解得 $\begin{cases}a=\frac{3}{4}\\b=5\end{cases}$，

故反比例解析式为 $y=\frac{31}{x}$；直线 AB 的方程为：$y=\frac{3}{4}x+5$；

（2）将菱形 $ABCD$ 沿 x 轴正方向平移 m 个单位，

使得点 D 落在函数 $y=\frac{32}{x}$（$x>0$）的图象 D'点处，

∴点 D'的坐标为（$4+m$，3），

∵点 D'在 $y=\frac{32}{x}$的图象上，

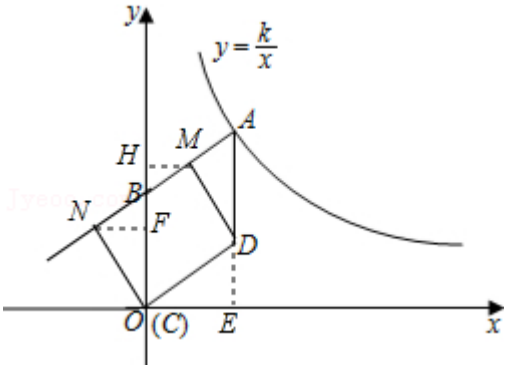
∴$3=\frac{32}{4+m}$，

解得 $m=\frac{20}{3}$，

∴$0\leqslant m\leqslant\frac{20}{3}$；

（3）如图，存在，

理由：



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$OB=OD=5$，

过 D 作 $DE\perp x$ 轴于 E，过 N 作 $NF\perp y$ 轴于 F，过 M 作 $MH\perp y$ 轴于 H，

∴$\angle DEO=\angle ONB=\angle NOD=90°$，

∴$\angle BON+\angle BOD=\angle BOD+\angle DOE=90°$，

∴$\triangle BON\cong\triangle DOE$（$AAS$），

∴$BN=DE=3$，$ON=OE=4$，

∴$S_{\triangle OBN}=\frac{1}{2}OB\cdot NF=\frac{1}{2}BN\cdot ON$，

∴$NF=\frac{12}{5}$，

∵点 N 在直线 AB 上，

∴$N(-\frac{12}{5},\frac{16}{5})$，

设 $M(n,\frac{3}{4}n+5)$，

∴$MH=n$，$OH=\frac{3}{4}n+5$，

∵$BM^2=BH^2+MH^2$，

∴$2^2=(\frac{3}{4}n+5-5)^2+n^2$，

∴$n=\pm\frac{8}{5}$，

∵$n>0$，

∴$M(\frac{8}{5},\frac{31}{5})$．

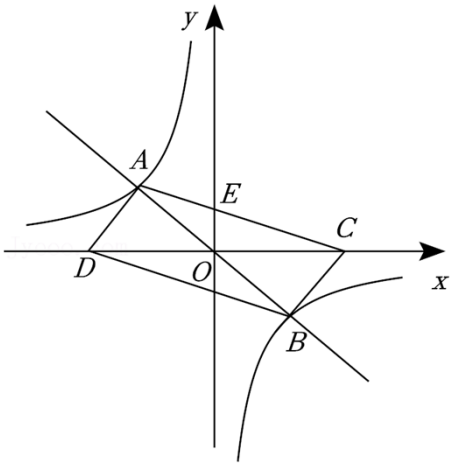
10．（2022 春•嘉兴期末）如图，经过坐标原点 O 的直线交反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图象于点 $A(-2,3)$，B．点 C 是 x 轴上异于点 O 的动点，点 D 与点 C 关于 y 轴对称，射线 AC 交 y 轴于点 E，连结 AD，BC，BD．

（1）①写出点 B 的坐标．

②求证：四边形 $ACBD$ 是平行四边形．

（2）当四边形 $ACBD$ 是矩形时，求点 C 的坐标．

（3）点 C 在运动过程中，当 A，C，E 三点中的其中一点到另两点的距离相等时，求 $\frac{OE}{BC}$ 的值．



【解答】解：（1）①∵正比例函数与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图象于点 A（﹣2，3），B 两点，

∴点 A、B 关于原点对称，

∴B（2，﹣3）；

②∵点 A、B 关于原点对称，

∴$OA=OB$，

∵点 D 与点 C 关于 y 轴对称，

∴$OC=OD$，

∴四边形 $ACBD$ 是平行四边形；

（2）当四边形 $ACBD$ 是矩形时，则 $CD=AB$，

∴$OC=OB$，

∵B（2，﹣3），

∴$OB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

∴$OC=\sqrt{13}$，

∴C（$\sqrt{13}$，0）；

（3）当点 E 为 AC 的中点时，则 $AE=CE$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/698047135065006121