陕西省咸阳市2023届高三三模理科数学试题

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：___________

一、单选题

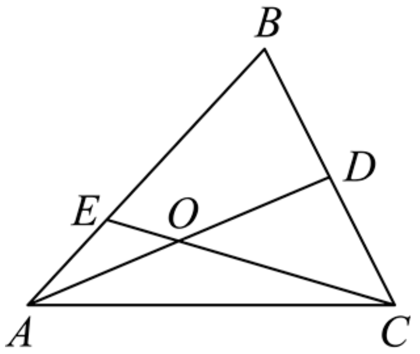
1．设集合 A□{x□N* |□1 □x □3}，则集合 A的真子集个数是（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．15

2．已知复数 $z□\frac{2□3i}{i}$，则复数 z的共轭复数的虚部是（　　）

A．□2　　B．□2i　　C．2　　D．3

3．如图，在VABC中，点D为BC边的中点， O为线段AD的中点，连接CO并延长交AB于点E，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{AC}□\vec{b}$，则 $\overrightarrow{CE}$ □（　　）



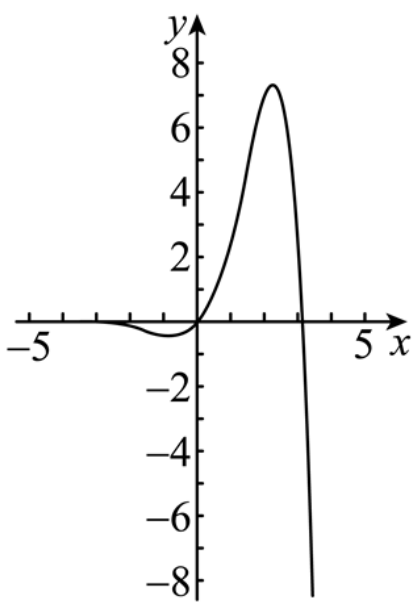
A．$\frac{1}{4}\vec{a}□\frac{3}{4}\vec{b}$　　B．$\frac{1}{4}\vec{a}□\vec{b}$

C．$\frac{1}{3}\vec{a}□\vec{b}$　　D．$\frac{1}{3}\vec{a}□\frac{3}{4}\vec{b}$

4．已知方程 $\sin^2□□2\sin□\cos□□2\sin□□4\cos□□0$，则 $\cos^2□□\sin□\cos□□$（　　）

A．$□\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

5．已知函数f (x)的部分图象如图所示，则它的解析式可能是（）



A．$f(x)□\frac{e^x}{\sin x}$　　B．$f(x)□\frac{e^x}{\cos x}$

C．$f(x)□e^x\cos x$　　D．$f(x)□e^x\sin x$

6．已知正三棱锥A□BCD的所有棱长均为2，点M，N分别为棱 AD和BC的中点，点

E为棱AB上一个动点，则三角形MEN的周长的最小值为（　）

A．3　　B．$2\square\sqrt{2}$　　C．$1\square\sqrt{2}\square\sqrt{3}$　　D．$4\square\sqrt{2}$

7．已知函数 $f\square x\square\square x^2\square ax\square b$ 的两个零点分别在区间 $\square 0,1\square$ 和 $\square 1,2\square$ 上，则 $f\square 1\square$ 的取值范围为（　）

A．$\square 1,5\square$　　B．$\square 1,5\square$

C．$\square 2,6\square$　　D．$\square 2,6\square$

8．已知函数 $f\square x\square\square 2\sin\square\square x\square\frac{\pi}{6}\square$（$\square\square 0$），对任意 $x\square R$，恒有 $f\square x\square\square f\square\frac{\pi}{3}\square$，且 f(x) 在 $\square 0,\frac{\pi}{4}\square$ 上单调递增，则下列选项中不正确的是（　）

A．$\square\square 2$

B．函数 f(x) 的对称轴方程为 $x\square\frac{k\pi}{2}\square\frac{\pi}{3}\square k\square Z\square$

C．$y\square f\square x\square\frac{\pi}{12}\square$ 为奇函数

D．f(x) 在 $\square\square\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\square$ 上的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9．已知实数 $x,y\square\square 0,2\square$，任取一点 $\square x,y\square$，则该点满足 $\square x\square 1\square^2\square y^2\square 2$ 的概率是（　）

A．$\frac{\pi}{8}$　　B．$\frac{1}{4}\square\frac{\pi}{8}$

C．$\frac{3}{4}\square\frac{\pi}{8}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

10．已知 $a\square\frac{1}{2023}$，$b\square e^{\square\frac{2022}{2023}}$，$c\square\frac{\cos\frac{1}{2023}}{2023}$，则（　）

A．$a\square b\square c$　　B．$b\square a\square c$

C．$b\square c\square a$　　D．$a\square c\square b$

11．已知等差数列 $\square a_n\square$，$\square b_n\square$ 的前 n 项和分别为 S_n，T_n，若 $\square 2n\square 3\square S_n\square nT_n$，则 $\frac{a_5}{b_6}\square$（　）

A．$\frac{9}{25}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{9}{21}$　　D．$\frac{11}{25}$

12．已知抛物线 $y\square\frac{1}{4}x^2$（$y\square 8$），把该抛物线绕其对称轴旋转一周得到一个几何体，在该几何体中放置一个小球，若使得小球始终与该几何体的底部相接，则小球体积的最大值为（　）

A．4π　　B．$\frac{4}{3}\pi$　　C．$\frac{32}{3}\pi$　　D．$\frac{256}{3}\pi$

二、填空题

13．若一数列为2，7，14，23，…，则该数列的第8个数是_______.

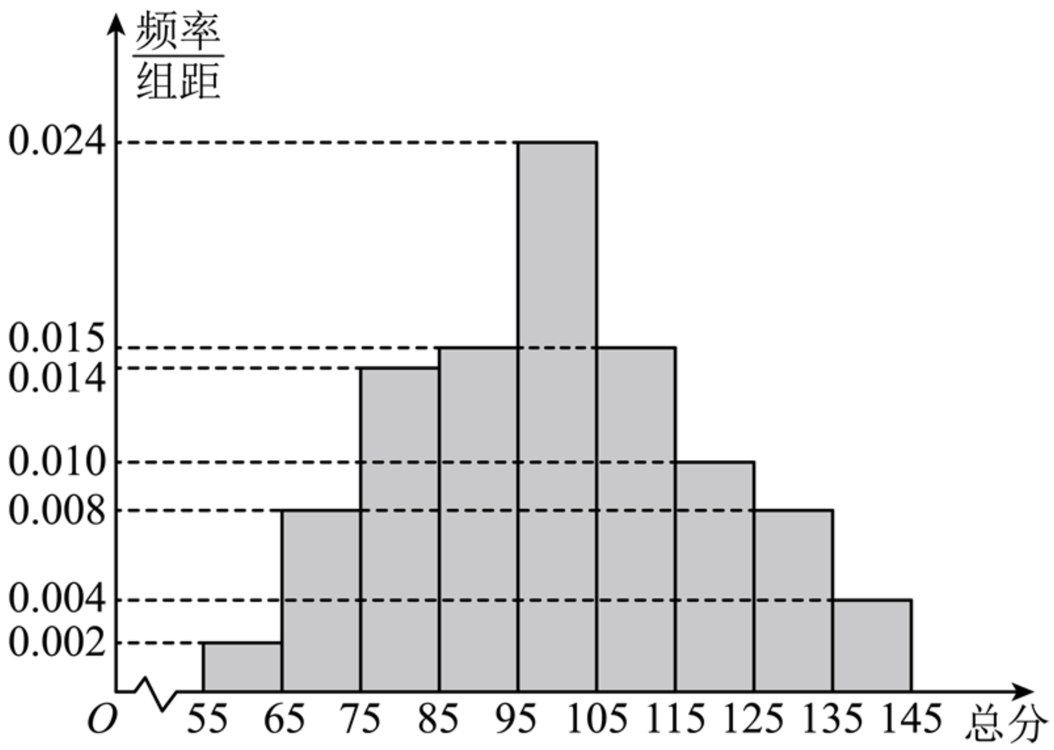
14．已知三角形ABC的三个内角A、B、C所对的边分别是a、b、c，若$a\cos C+c\cos A=3$，且$a^2+c^2=9+ac$，则$\triangle ABC$面积的最大值为______.

15．已知$f(x)$是定义在R上的偶函数，当$x\geq 0$时，$f(x)=e^x-\cos x$，则不等式$f(x-1)-1<e^{\pi}$的解集是_______ .

16．已知F_1，F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$的左，右焦点，点$M$是双曲线$C$在第一象限上一点，设$I$，$G$分别为$\triangle MF_1F_2$的内心和重心，若$IG$与$y$轴平行，则$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=$_______.

三、解答题

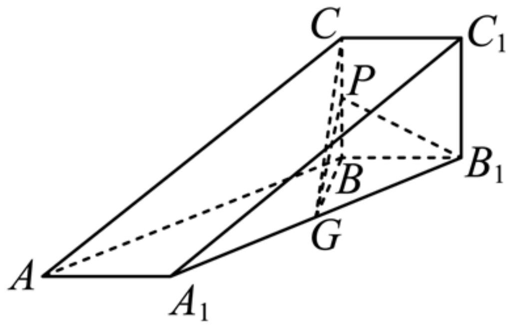
17．从某市统考的学生数学考试卷中随机抽查100份，分别统计出这些试卷总分，由总分得到如下的频率分布直方图.



(1)求这100份数学试卷的样本平均分（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

(2)在样本中，从数学成绩不低于125分的试卷中，随机抽取3份进行答卷情况分析，设X为抽取的试卷成绩不低于135分的试卷份数，求X的分布列及数学期望.

18．如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧面BB_1C_1C是边长为1的正方形，平面$BB_1C_1C\perp$平面AA_1B_1B，$AB=4$，$\angle A_1B_1B=60^\circ$，G是A_1B_1的中点.



(1)求证：平面$GBC\perp$平面BB_1C_1C；

(2)在线段BC上是否存在一点P，使得二面角$P-GB_1-B$的平面角为30°？若存在，求BP的长；若不存在，请说明理由.

19．已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n-n+1$，且$a_1=1$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_n<2023$，求n的最大值.

20．已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，M为椭圆C上的一个动点，$\angle F_1MF_2$的最大值为$120^\circ$，且点M到右焦点$F_2$距离的最大值为$2+\sqrt{3}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)已知过点F_2的直线l交椭圆C于A，B两点，当$\triangle F_1AB$的面积最大时，求此时直线l的方程.

21．已知函数$f(x)=e^x-(1+a)x-\ln(ax)$（$a>0$）.

(1)当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

(2)若对于任意的$x>0$，有$f(x)\geq 0$，求正数a的取值范围.

22．直线$l:\begin{cases}x=a-2t\\ y=-1+t\end{cases}$（t为参数），圆$C:\rho=2\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$（极轴与x轴的非负半轴重合，且单位长度相同）.

(1)求圆心C到直线l的距离；

(2)若直线l被圆C截得的弦长为$\frac{6\sqrt{5}}{5}$，求a的值.

23．已知定义在R上的函数$f(x)=|x+1|+|x-2|$的最小值为p.

(1)求p的值；

(2)设$a,b,c\in R$，$a^2+2b^2+3c^2=2p$，求证：$|a+2b+3c|\leq 6$.

参考答案：

1．B

【分析】由题意列举出集合A中的元素，再用真子集个数公式2^n-1（n为集合中元素个数）计算即可．

【详解】因为$A=\{x\in N^*|-1<x\le 3\}$，

所以$A=\{1,2,3\}$，

所以集合A的真子集个数是$2^3-1=7$，

故选：B．

2．C

【分析】由复数的乘法、除法运算化简复数，再由共轭复数的定义求解即可．

【详解】$z=\frac{2-3i}{i}=\frac{2i+3}{-1}=-3-2i$，

则复数z的共轭复数为$\bar{z}=-3+2i$，则$\bar{z}=-3+2i$的虚部为2．

故选：C．

3．C

【分析】设$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，再根据平面向量基本定理分别表示$\overrightarrow{CO},\overrightarrow{CE}$，进而根据向量共线设$\overrightarrow{CE}=\mu\overrightarrow{CO}$，代入向量可得$\begin{cases}\lambda=\frac{1}{3}\\ \mu=\frac{4}{3}\end{cases}$，进而得到$\overrightarrow{CE}$．

【详解】设$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，则$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC}=\lambda\vec{a}-\vec{b}$，又

$\overrightarrow{CO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$，

设$\overrightarrow{CE}=\mu\overrightarrow{CO}$，则$\lambda\vec{a}-\vec{b}=\mu\left(\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}\right)$，

故$\begin{cases}\lambda=\frac{\mu}{4}\\ -1=-\frac{3\mu}{4}\end{cases}$，即$\begin{cases}\lambda=\frac{1}{3}\\ \mu=\frac{4}{3}\end{cases}$，

故$\overrightarrow{CE}=\frac{4}{3}\overrightarrow{CO}=\frac{1}{3}\vec{a}-\vec{b}$．

故选：C

4．B

【分析】由$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta-2\sin\theta+4\cos\theta=0$，变形为$(\sin\theta-2\cos\theta)(\sin\theta-2)=0$，得

到 $\tan\theta=-2$，再由 $\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$，利用商数关系求解.

【详解】解：因为方程 $\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta-2\sin\theta-4\cos\theta=0$，

所以 $\sin\theta(\sin\theta+2\cos\theta)-2(\sin\theta+2\cos\theta)=0$，

即 $(\sin\theta+2\cos\theta)(\sin\theta-2)=0$，则 $\sin\theta+2\cos\theta=0$ 或 $\sin\theta-2=0$（舍去），

所以 $\tan\theta=-2$，

所以 $\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$，

$=\frac{1-\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{1-(-2)}{1+(-2)^2}=\frac{3}{5}$，

故选：B

5．D

【分析】利用排除法，结合函数图象，利用函数的定义域和导数研究函数的单调性，依次判断选项即可.

【详解】由图象可知，函数 f（x）的定义域为 R.

A：$f(x)=\frac{e^x}{\sin x}$，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq k\pi,k\in Z\}$，所以 A 不符题意；

B：$f(x)=\frac{e^x}{\cos x}$，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x|x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$，所以 B 不符题意；

C：当 $0<x<\pi$ 时，$f(x)=e^x\cdot\cos x$，则 $f'(x)=e^x\cdot\cos x-e^x\cdot\sin x=e^x(\cos x-\sin x)$，

当 $0<x<\frac{\pi}{4}$ 时，$f'(x)>0$，当 $\frac{\pi}{4}<x<\pi$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)$ 上递减，所以 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 是函数的极大值，

结合图形，$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 不是极大值，故 C 不符题意；

D：当 $0<x<\pi$ 时，$f(x)=e^x\cdot\sin x$，

则 $f'(x)=e^x\cdot\cos x+e^x\cdot\sin x=e^x(\cos x+\sin x)$，

当 $0<x<\frac{3\pi}{4}$ 时，$f'(x)>0$，当 $\frac{3\pi}{4}<x<\pi$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{3\pi}{4}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$ 上递减，结合图形，D 符合题意；

故选：D.

6．B

【分析】将侧面ABC和侧面ABD展开为一个平面，求出$ME+NE$最短时的长度，再计算出MN的长度即可．

【详解】根据题意，将正三棱锥$A-BCD$的侧面ABC和侧面ABD展开为一个平面，如图所示，

当点M，N，E在同一直线上时，$ME+NE$最短，

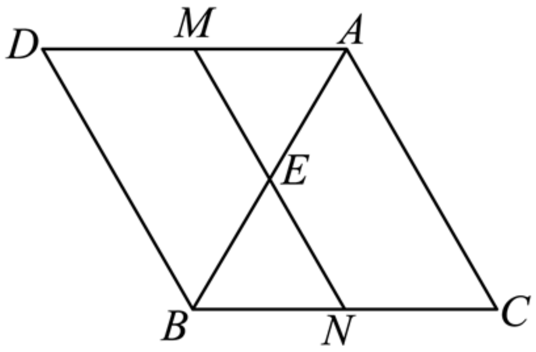
因为正三棱锥$A-BCD$的所有棱长均为2，

所以$AD=DB=BC=AC$，即四边形ADBC为菱形，

又因为点M，N分别为棱AD和BC的中点，

所以四边形AMNC为平行四边形，

所以$MN=AC=2$，



下面求MN的长；

连接DN，过点A和点N作$AO\perp$平面ABC，$MP\perp$平面ABC，垂足为点O和点P，

因为三棱锥$A-BCD$为正三棱锥，

所以点O和点P在底面ABC的中线DN上，且点O为等边三角形ABC的中心，

则$CN=\frac{1}{2}BC=1$，$DN=\sqrt{CD^2-CN^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

所以$NP=DO=\frac{2}{3}DN=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

因为$AO\perp$平面ABC，$MP\perp$平面ABC，$OD\subset$平面ABC，

所以$AO//MP$，$AO\perp OD$，则$MP\perp OD$，

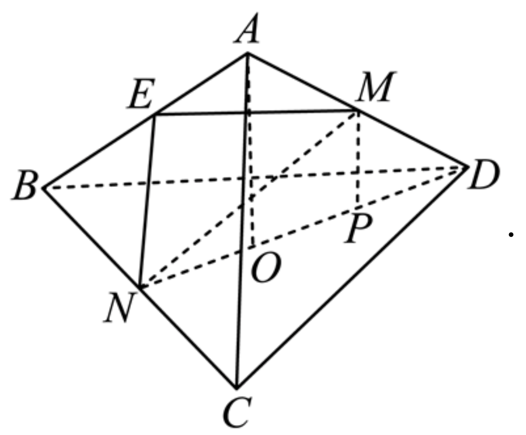
又因为点M为AD中点，所以$MP=\frac{1}{2}AO$，

在$Rt\triangle AOD$中，$AO=\sqrt{AD^2-DO^2}=\sqrt{2^2-(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，则$MP=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

在$Rt\triangle MPN$中，$MN=\sqrt{MP^2+NP^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{6}}{3})^2+(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2}=\sqrt{2}$，

所以三角形MEN的周长的最小值为$NE+ME+MN=2+\sqrt{2}$，

故选：B．

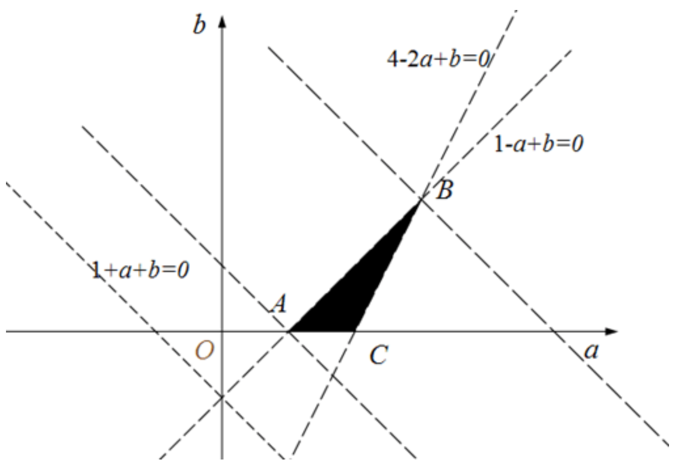


7．C

【分析】由题意可得 $\begin{cases} b>0 \\ 1-a+b<0 \\ 4-2a+b>0 \end{cases}$ ，画出可行域及目标函数，利用 z 的几何意义求出最值，即可求解.

【详解】由题意可得 $\begin{cases} f(0)>0 \\ f(1)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} b>0 \\ 1-a+b<0 \\ 4-2a+b>0 \end{cases}$

则表示的可行域如图阴影部分（三角形内部，不包含边）所示：



其中 $A(1,0)$，$B(3,2)$，

$f(-1)=1+a+b$，令 $z=1+a+b$，即 $b=-a-1+z$

作出直线 $1+a+b=0$，平移直线 $1+a+b=0$，由图可知：

过点 A 时，z 有最小值 2；

过点 B 时，z 有最大值 6；

$\therefore f(-1)\in(2,6)$.

故选：C

8．D

【分析】根据三角函数的对称性和单调性求得 $\omega=2$，进而求得 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，利用整体代换法，结合奇偶函数的定义和三角函数的最值依次判断选项即可

【详解】A：由题意，$\forall x\in R$，恒有 $f\left(x\right)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$,

所以 $x=\frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x)$ 的一个最高点，即 $\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，

得 $\omega=2+3k,k\in Z$.

又函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递增，则 $0<x<\frac{\pi}{4}\Rightarrow\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{6}\right)$,

又函数 $y=\sin x$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right],k\in Z$，

所以 $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{6}\right)\subseteq\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right],k\in Z$，

即 $\begin{cases}-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le-\frac{\pi}{6}\\ \frac{\pi}{2}+2k\pi\ge\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{6}\end{cases},k\in Z$，解得 $\begin{cases}k\le\frac{1}{6}\\ k\ge\frac{\omega}{8}-\frac{1}{3}\end{cases},k\in Z$，

当 $k=0$ 时，$\omega=2$，此时 $-\frac{1}{12}\le k\le\frac{1}{6}$，符合题意；

当 $k=1$ 时，$\omega=5$，此时 $\frac{7}{24}\le k\le\frac{1}{6}$，不成立，故不符合题意，

所以 $\omega=2$.所以 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.故 A 正确；

B：令 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，解得 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2}\pi,k\in Z$，

即函数的 $f(x)$ 的对称轴为 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2}\pi,k\in Z$，故 B 正确；

C：$f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin 2x$，令 $g\left(x\right)=f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=2\sin 2x$，

则 $g(-x)=2\sin(-2x)=-2\sin 2x=-g(x)$，即函数 $f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$ 为奇函数，故C 正确；

D：$-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}\Rightarrow-\frac{2\pi}{3}<2x-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}$,

因为函数 $y=\sin x$ 在 $\left(-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增，

所以函数 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$ 上，$-2\le f(x)<\sqrt{3}$，即函数 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3}$，故 D 错误.

故选：D.

9．C

【分析】根据几何概型的方法，求出 $x,y\in\left[0,2\right]$ 表示的区域中满足 $\left(x-1\right)^2+y^2\le2$ 的面积所占的比例即可.

【详解】作出图象，$x, y\in[0,2]$ 所示区域OEFG面积为 $2\times2=4$，

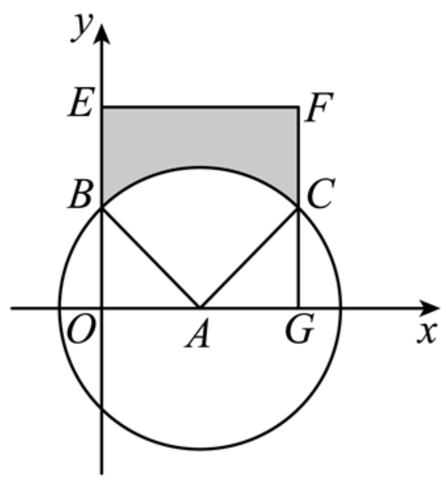
设圆 $(x-1)^2+y^2=2$ 与OEFG交点分别为B,C，由 $AB=AC=\sqrt{2}$，则

$OA=OB=GA=GC=1$，

故 $\triangle OAB,\triangle GAC$ 均为等腰直角三角形，故 $\angle BAC=90^{\circ}$，

故OEFG中 $(x-1)^2+y^2\geq2$ 的面积为 $4-2\times\frac{1}{2}\times1^2-\frac{1}{4}\pi(\sqrt{2})^2=3-\frac{\pi}{2}$，

故所求概率为 $\dfrac{3-\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{3}{4}-\frac{\pi}{8}$.



故选：C.

10．B

【分析】构造函数 $f(x)=e^x-x-1$，利用导数分析单调性即可得出 $a<b$；由

$0<\cos\frac{1}{2023}<1$，可得 $c=\dfrac{\cos\frac{1}{2023}}{2023}<\frac{1}{2023}=a$，进而求解.

【详解】设 $f(x)=e^x-x-1$，

所以 $f'(x)=e^x-1$，令 $f'(x)<0\Rightarrow x<0$，令 $f'(x)>0\Rightarrow x>0$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

则 $f(x)\geq f(0)=0$，即 $e^x-x-1\geq0$，得 $e^x\geq x+1$.

所以 $b=e^{-\frac{2022}{2023}}>-\frac{2022}{2023}+1=\frac{1}{2023}=a$，即 $a<b$；

又 $0<\cos\frac{1}{2023}<1$，所以 $c=\dfrac{\cos\frac{1}{2023}}{2023}<\frac{1}{2023}=a$，即 $c<a$，

所以 $c<a<b$.

故选：B.

11．A